

哥伦布问题浅谈

徐硕昌 (中国科学院力学研究所)

“地球是圆的”，已是小学生都知道的常识。可是很多人却没有想到，人类是经历了多少艰难曲折，在漫漫黑暗岁月中长期探索才发现这个真理的。早在公元前四世纪，希腊哲学家亚里士多德就论证了地球是球形的，一世纪后希腊科学家埃拉托色尼就想办法测出地球的大小，可是在中世纪教皇黑暗笼罩着的欧洲，只能接受上帝六天创造世界的无知说教，谁要去探讨地球的运动和形状，就会被当作异教徒处以火刑。“地球是圆的”这一真理，只在1519年~1522年麦哲伦献出生命去完成环球航行后，才被普遍承认。

此后，对地球是扁球形，还是长球形又争论了半个世纪之久。哥伦布问题就是在这场争论中引出的一个科学问题。众所周知，哥伦布是著名的意大利航海家，那么为什么以他的名字命名一个科学问题呢？哥伦布问题究竟是什么呢？它又是怎样解决的呢？这些问题不仅包含丰富的科学知识，而且还有十分有趣的历史故事。

从哥伦布“直立鸡蛋”的故事谈起

1492年10月12日，哥伦布发现美洲新大陆的消息传遍了整个西班牙，从此，他成了举国闻名的英雄。当他返回西班牙时，人们热烈地夹道欢迎他。国王和王后在皇宫内接见他，并专设午宴欢迎。在当时的西班牙，这是一种最高的荣誉。以往还没有一个普通的人能得这么高的荣誉。此事引起了一些权贵们的妒忌，在宴会上他们议论说：“这个哥伦布是什么人，他不就是从意大利来的一个普通水手吗？”“我不明白为什么要这样抬举他，无论谁去渡海航行不都能到达那个地方吗？”“这有什么希奇，这是世界上最简单不过的事情”……

哥伦布听到这些嘲讽没有直接回答，他随手从餐桌上拿起一个鸡蛋，问道：“先生们！你们谁能将鸡蛋直立起来？”人们一个接一个地试着，都没有成功。于是众人都说，这是不可能的事。后来，哥伦布将鸡蛋顶端轻轻敲破一点，鸡蛋就直立住了。这时，哥伦布才说：“先生们，还有什么事比这更容易？你们都说不可能，这才是世界上最简单的事情呢，说破了谁都能做！”

当然这个问题还有其他的答案，但这个故事足以表明哥伦布的机敏。哥伦布提出如何直立鸡蛋只是一个逗趣问题，并不是什么科学难题，只是后来在一场地球形状的争论中才和科学发生了联系。

地球是扁的，还是长的

1687年，牛顿在《自然哲学的数学原理》这本奠定牛顿力学理论基础的巨著中，发表了一个地球形状的理论模型。他把地球类比为由薄扁球壳充满均匀液体的一个陀螺。地球自转的离心力使地球变为扁率等于 $1/230$ 的扁球，由于它很接近正球体，所以地球的自吸引力场可用中心引力场近似表示。扁率的精确数值为 $1/298.25$ ，故这个模型相当成功地描述了地球的形状。

十八世纪初，这一理论不但没有被普遍接受，反而引起了一场持续半个世纪的争论。按牛顿扁球模型，地球在高纬度1度子午线的弧长应大于低纬度区1度的弧度，但是1713年在法国的测量结果却与此相反，测得的地球好像是长球形。就以这些不精确测量结果为依据，以法国天文世家卡西尼祖孙四代为代表的一派顽固地反对牛顿的观点，使牛顿在1726年再版《自然哲学的数学原理》时，不得不删去叙述地球形状这一节。后来在北欧继续进行了多年测量，两种观点的争论还是相持不下。直到1735年，法国科学院派遣了一支探险队到秘鲁作了长达十年的大地测量，根据精确测量的结果才证明了牛顿的观点是正确的。在事实面前，第四代卡西尼被迫接受牛顿的理论，这一场争论才告结束。但科学家们对此并不满足，对地球奥秘的探索一直没有停止过。

开耳芬的液体转子陀螺实验

将地球类比鸡蛋，从后来对地球内部结构的了解来看，还是有一定道理的。

争论地球之长与扁，就相当于争论生鸡蛋形的地球是横躺着转的呢，还是直立着转的呢。

开耳芬大概是最早认真研究鸡蛋旋转现象的人。1889年，他在一次报告会上表演了一项鸡蛋旋转的实验：熟鸡蛋可以象陀螺一样直立旋转，而生鸡蛋却无

论如何也不能直立旋转。他以此作为哥伦布逗趣问题的新答案。按照陀螺稳定理论容易解释熟鸡蛋的直立旋转现象，对于生鸡蛋旋转现象的解释却一直是一个悬案。开耳芬将这个疑难就称为“哥伦布蛋”。

通常流行这样一种解释：“由于生鸡蛋内部是流质状态，在鸡蛋获得角动量的短时间内，生鸡蛋的流质还没有被转动起来。”那么设法给生鸡蛋加上足够大的角动量能否维持不倒？我们可以设计这样一项实验：“为了避免蛋黄晃动偏心运动带来的复杂性，把鸡蛋抽空灌满水，再让它竖直固定在转盘上，随转盘一起转动足够长时间后，使其能作快速整体旋转，然后松开固定的卡子，看看是否会倒。”

经过一番思考就会知道，其实不必用鸡蛋去直接试验。1877~1880年，开耳芬设计了一项回转椭球型液体转子陀螺实验来模拟上述实验（开耳芬在他的著作中未交待进行这项实验的目的）。实验装置如图1所示。薄椭球壳用两个铜的半球壳焊接敲制而成，中间充满水，陀螺是用飞轮连接转子顶部的V形滑轮来转动的。开耳芬制作了两套扁长不同的液体转子陀螺仪。

1877年，他先用扁回转椭球型液体转子陀螺仪做实验，极半径 c 是赤道半径 a 的 $9/10$ ，这是一个成功的陀螺仪。1880年，他换用长回转椭球壳做实验，这时赤道半径 a 是极半径 c 的 $9/10$ 。实验结果使他惊异万分。实验时他用手扶住框架，将转子以每秒1转的速度连续转了几分钟，这时手感觉得到框架在强烈扭动，最初的实验使枢轴都扭弯了。换上结实的枢轴再试验，每次都出现强烈的不稳定，只要手一松，框架就不可控制地歪倒了。

开耳芬的实验结果表明，只有扁球形转子($c < a$)是稳定的，稍长一点($c > a$)就不稳定。这两种类型的液体转子陀螺都是以中心为定点的。显然，把转子做成象生鸡蛋那样的长形椭球，重心又比定点高，就更不稳定了。所以，只要建立一种理论，能解释开耳芬的上述实验事实，就解决了生鸡蛋不能直立旋转的疑难。

什么是哥伦布问题

综合前人研究，哥伦布问题可归纳为三个题目，

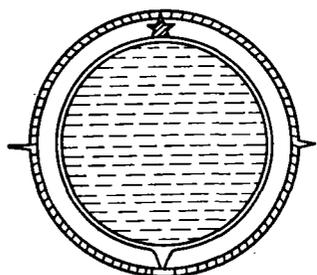


图 1

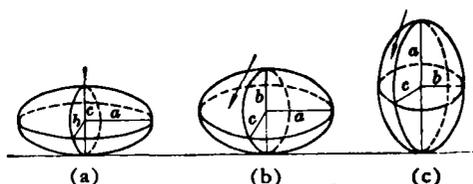


图 2 椭球体($c < b < a$)的三种平衡状态

- (a) 稳定的平衡情形,
- (b) 一个不稳定自由度情形,
- (c) 两个不稳定自由度情形.

(1)为什么煮熟的鸡蛋可以直立旋转?

(2)为什么生鸡蛋不能直立旋转?

(3)怎样解释开耳芬的液体转子陀螺仪的实验事实(事实上第2题包括在第3题之中)。

近一个世纪以来，开耳芬、儒可夫斯基和彭加勒等许多科学家研究了这个问题。由于这个经典问题和陀螺仪、液体燃料火箭、充液卫星等工程技术问题有相同的理论基础，近三十年来，在这些工程技术发展的影响下，理论研究取得重大进展。下面我们介绍一下有关这个问题的科学原理。

为什么熟鸡蛋能直立旋转

陀螺仪理论的前驱开耳芬，最先解决了这个问题。陀螺仪回转稳定准则就是他建立的。

旋转的熟鸡蛋就是一个陀螺。当转速不高、形变可以忽略时，熟鸡蛋可近似看作刚体。理论力学证明，任意形状的刚体的旋转运动可以用一个等效椭球体代替(椭球体主轴半径 a, b, c 满足 $c < b < a$)。椭球体的静平衡有三种情形(见图2)，(a)立在短半轴上处于稳定平衡状态，(b)立在中间轴上的平衡有一个不稳定自由度，(c)立在长半轴上的平衡有两个不稳定自由度。

如何通过旋转把不稳定的平衡状态变为稳定，“回转稳定准则”回答了这个问题，静平衡的不稳定自由度是奇数，不能通过旋转变为稳定状态，静平衡不

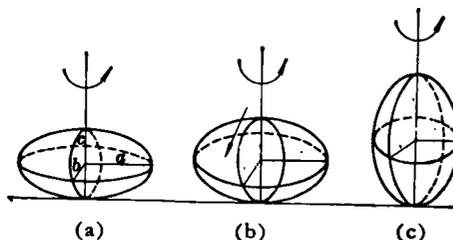


图 3 椭球体($c < b < a$)的三种旋转状态

- (a) 稳定的旋转状态,
- (b) 不稳定的旋转状态,
- (c) 稳定的旋转状态.

稳定自由度是偶数，才能通过旋转变为稳定状态。因此，让椭球体旋转起来分别有这样三种情形(见图3)：(a)绕短半轴的旋转是稳定的，(b)绕中间轴的旋转是不稳定的，(c)绕长半轴的旋转是稳定的。

现在，我们可以来解释熟鸡蛋的直立旋转现象了。普通的熟鸡蛋可能上下不对称，但长轴方向就是等效椭球长轴方向，即使不重合偏差也不大。熟鸡蛋直立旋转状态对应图3(c)的情形，是稳定的旋转状态。在现实生活中，它转了一段时间终究会倒，那是由于水平面有摩擦，如果水平面愈光滑，转的时间就越长。

怎样解释开耳芬的实验事实

(1)按理想液体处理的液体转子陀螺理论和开耳芬的实验结果不符。

无论是彭加勒和儒可夫斯基等的经典理论，还是苏联学者和欧美学者的最近理论，都是把转子内的液体作为无粘性的理想液体处理。尽管他们用多种方法分析开耳芬液体转子陀螺仪的实验，得到的稳定条件都是 $c < a$ 和 $c > 3a$ (c 为极半径， a 为赤道面半径)；不稳定条件是 $a < c < 3a$ 。而实验得到的稳定条件是 $c < a$ ，两者不符(见图4)。

(2)按理想液体处理的液体转子陀螺理论为什么和实验不符？

儒可夫斯基曾证明过这样一个定理：对于充满理想液体的腔体，其内部的液体的运动等效于一个刚体的运动。根据这个定理易知，充满理想液体的液体转子陀螺仪和刚体陀螺仪的回转稳定准则是相似的，只要比较图3和图4就一目了然。这个等效原则不符开耳芬液体转子陀螺仪的实验结果，是虚假的。

在流体力学理论中早有先例表明，忽略粘性就会与实际不符。在计算物体在流体中运动的阻力时，如按理想流体处理，得到的阻力总是零，这就是著名的“达兰贝尔疑难”。由此我们得到启示，只有建立按粘性液体处理的液体转子陀螺理论才可望和实验结果

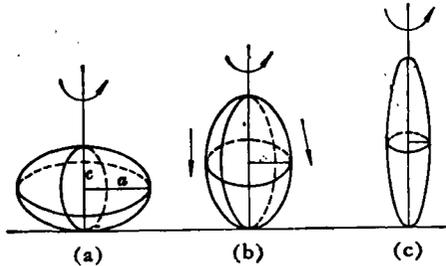


图4 按理想液体处理的液体转子陀螺理论的结果
(a) $c < a$ ，稳定；
(b) $a < c < 3a$ ，不稳定；
(c) $c > 3a$ ，稳定。

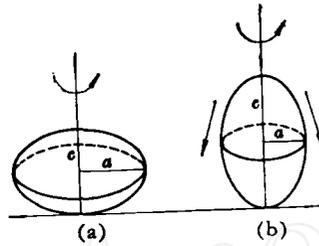


图5 按粘性液体处理的液体转子陀螺理论的结果
(a) $c < a$ ，稳定；
(b) $c > a$ ，不稳定。

相符。

(3)按粘性液体处理的液体转子陀螺仪理论解释了开耳芬的实验结果^[1,2]。

在参考文献[1,2]中，分别应用“一次近似变分直接方法”和“略普诺夫第二方法”建立了按粘性液体处理的液体转子陀螺仪理论。最近，我们进一步考虑了非线性项的影响。在理论上，我们做到了按略普诺夫稳定理论严格数学提法解答了哥伦布问题中的第2题和第3题。同时，建立了液体系统的回转稳定准则：“当液体系统绕最短惯性主轴旋转时，液体系统才具回转稳定效应”。运用这一准则，解释开耳芬实验得到的结果如图5所示。考虑粘性影响后，果然去掉了理想液体模型中虚假的稳定区域 $c > 3a$ ，从而理论和实验完全相符。

牛顿地球模型的自转运动是稳定的

我们可能会注意到，地球和液体转子陀螺仪所受的作用力完全不同，前者受中心引力场(牛顿地球模型)，后者受均匀引力场。在彭加勒等的经典理论中，认为两种情形的定点都在中心上，所以无论壳体的合力矩，还是壳内液体的全力矩，它们都为零。两种情形的理论模型完全相同，不必区别。考虑粘性也是一样。在此两种情形下，科里奥利力都没有稳定作用，稳定条件都是系统势能取极小。无论是均匀引力场，还是中心引力场，中心是定点的扰动运动都不会改变系统的引力势，两种情形总势能变化都取决惯性离心力势的变化。两种情形总势能变化相同，故稳定条件也相同。

哥伦布问题在地球物理学领域中的意义在于，从地球自转运动稳定观点出发驳斥了反牛顿的观点，为牛顿地球形状理论提供了理论和实验证据。

哥伦布问题在天体演化学和工程技术领域还有重要应用，这里我们就不赘述了。

[1] 徐硕昌，《科学通报》，26，1(1981)14
[2] 徐硕昌，《中国科学》，9(1979)857