

关于喷射钻井的理论基础

——湍流射流理论与普朗特(Prandtl)假设

谢 象 春

(中国科学院力学研究所)

提 要

本文叙述了湍流射流理论的发展概况及自由射流计算的微分方法与积分方法。并且提出有关喷射钻井、水力采煤与化工冶金等方面所遇到的某些湍流射流研究问题。

在很多工程应用中例如火箭技术、飞机、透平、锅炉、燃烧室、化工冶金设备、射流元件和其它流体装置以及喷射钻井、水力采煤与环境污染控制等各个方面,经常遇到大量的液体与气体湍流射流流动问题。因此,阐明湍流射流的流动规律,从而为实际需要提分析计算有关参数的依据,具有十分重要的意义。

半个多世纪以来,关于湍流射流的研究,无论在理论或实验方面,都进行了大量的工作。早期的不可压缩湍流射流的实验研究,是1915年特鲁伯(Trüpel)关于轴对称自由射流的速度分布测量。半经验自由湍流理论的研究,是在1925年普朗特发表混合长度理论以后进行的。至于可压缩自由湍流的实验与理论研究,则是30年代末期与40年代初期以后的事。其中阿勃拉莫维奇(Абрамович)与乌里斯(Вулкс)等进行了大量的研究,包括非等温射流、超音速射流、非等温半限制射流、真实气体射流以及湍流扩散火焰与低温等离子体射流等。此外值得提到的是,60年代中,费里(Ferri)等进行了一系列关于用射流混合过程控制氢气在超音速气流中燃烧的研究,其中包括混合过程与化学反应过程的实验与理论研究工作,从而为冲压发动机超音速燃烧提供了有益的理论依据。

下面简要叙述湍流射流基本理论的发展动态与计算方法概貌。

一、 湍流射流理论的发展概况

在不可压缩湍流射流流场中,流体所满足的雷诺(Reynolds)湍流平均运动方程与连续方程为

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + \nu \nabla^2 U_i \quad (1)$$

* 本文曾在中国石油学会石油工程学会于1980年10月在昆明召开的石油钻井及泥浆学术论文报告会上宣读。

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2)$$

此处 t 表示时间, x_i 表示笛卡儿坐标, U_i 表示平均速度, P 表示平均压力, $\tau_{ij} = -\rho \overline{u_i u_j}$ 表示似应力或称雷诺应力, u_i 表示速度脉动, ρ 表示密度, ν 表示运动粘性系数, 重复下标表示求和。显然, 由 (1) 式可以看出, 雷诺应力是未知函数, 问题是如何确定其函数形式。早在 1877 年博西尼克 (Boussinesq) 对比流体的层流运动, 与分子粘性系数相对应, 提出涡粘性系数的假设, 即把雷诺切应力表示成下面的梯度形式的扩散关系式

$$\tau_{12} = -\rho \overline{u_1 u_2} = \rho \epsilon \frac{\partial U}{\partial y} \quad (3)$$

此处 ϵ 是涡粘性系数, U 为纵向速度, y 表示直角坐标系中的纵坐标或柱坐标系中的径向坐标。其后, 如前所述, 普朗特^[1]对比分子自由程引入混合长度的概念, 认为在该长度距离内, 被运输的动量是一个不变量, 而似切应力由动量转移所确定。从而 (3) 式中的涡粘性系数 ϵ 可表为下列形式

$$\epsilon = L^2 \left| \frac{\partial U}{\partial y} \right| \quad (4)$$

此处 L 是混合长度。或考虑到 $\partial U / \partial y \propto (U_m - U_c) / b$ 及 $L \propto b$, 则上式可表为

$$\epsilon = kb(U_m - U_c) \quad (5)$$

此处 b 是自由湍流的扩展厚度, U_m 与 U_c 分别表示流动截面内的最大与最小速度, k 是比例系数。(4) 与 (5) 式即为通常半经验湍流自由射流理论的基础 (此外还有与 (4) 式相对应的涡量交换理论)。

然而这种与分子自由程对比引入的混合长度概念, 从物理上来说, 是不准确的。因为分子运动与湍流“涡旋”运动分别是物理学中截然不同的微观现象与宏观现象。与平均涡旋尺度大小相当的混合长度比分子运动的平均自由程大得多, 例如对自由湍流情形, 当喷口直径为 10 毫米, 离喷口距离为 200 毫米处的空气射流横截面内, 混合长度是 4.4 毫米。而对标准状态, 空气的自由程是 6.9×10^{-5} 毫米, 即所论混合长度为分子自由程的 6 万多倍。显然在粘性流体湍流流场中这样大的长度尺度内, 由于对流与湍流扩散等的影响, 要保持被运输的动量 (或涡量) 或流体微团的个性不变, 将是不可能的。除此之外, 混合长度理论的一个本质上的弱点是把雷诺方程中的湍流切应力表示成平均流动速度梯度形式扩散的局部性质。但是湍流运动是无规则的流体微团运动或涡旋运动, 这种湍流的扩散运动是与湍流流场整个性质有关。为此必须考虑两点或多点之间的各元速度相关。

由于上述缘故, 近来人们以普朗特的关于涡粘性系数新的表示式^[2]

$$\epsilon = \text{常数} \cdot (\overline{q^2})^{1/2} L \quad (6)$$

(此处 $\overline{q^2} = \frac{1}{2} \overline{u_i^2}$ 表示湍流能量) 为基础, 用数值方法来进行计算。从而当 L 给定后, 要求解下列湍能方程

$$\frac{\partial}{\partial t} \overline{q^2} + U_i \frac{\partial}{\partial x_i} \overline{q^2} = - \frac{\partial}{\partial x_i} \overline{u_i \left(\frac{p}{\rho} + q^2 \right)} + \frac{1}{\rho} \tau_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \nu \nabla^2 \overline{q^2} - \nu \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (7)$$

式中 p 表示压力脉动; 而该方程中的有关项又需引入新的假定。这就是所谓一方程模型。另

外如果再加进一个湍流尺度(或混合长度)的方程,就是所谓二方程模型。把所得计算结果再与热线风速仪所测平均速度以及速度脉动等进行比较,并且确定在假设中所引入的各个经验常数。这样进行计算的优点是可以估计来流历史。

二、自由射流的计算方法

1. 微分法

虽然普朗特的混合长度理论存在上面所述的缺点,但是精细的湍流脉动特性测量表明,由混合长度理论所确定的这种梯度形式的雷诺切应力显示关系,在大部分湍流流场内与已有的实验事实相符,并且为最近的理论研究所证实[8]。同时存在一个与混合长度相当的平均涡旋尺度——积分尺度(混合长度 L 通常被称为普朗特涡的尺度)。这就是为什么迄今为止混合长度理论仍然在工程中广泛应用而且被继续引伸到各种复杂情形的原因所在。

作为射流计算的微分方法的典型例子,下面将以(5)式为基础,简要地说明按流场的自模性质求解轴对称圆形自由射流偏微分湍流平均运动方程的史里什津(Schlichting)渐近边界方法(按(4)式托门(Tollmien)建立了射流的有限厚度方法)[1]。根据方程(1)、(2)、采用一般边界层近似,则定常等压轴对称湍流自由射流的运动方程与连续方程可写成

$$\left. \begin{aligned} U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} &= \frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial y} \left(y \epsilon \frac{\partial U}{\partial y} \right) \\ \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{V}{y} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

此处 x 表示柱坐标系中的轴向坐标, V 表示径向速度。积分动量守恒条件为

$$J = 2\pi\rho \int_0^{\infty} U^2 y dy = \text{常数} \quad (9)$$

而边界条件是

$$\left. \begin{aligned} \text{当 } y = 0 \text{ 时; } V &= 0, \quad -\frac{\partial U}{\partial y} = 0 \\ \text{当 } y = \infty \text{ 时; } U &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

基于文献[1]的分析以及由(9)式可知

$$b \propto x; \quad U \propto \frac{1}{x} \quad (11)$$

于是由(5)有

$$\epsilon = \epsilon_0 = \text{常数} \quad (12)$$

同时由速度分布的自模性设流函数为

$$\Psi = \epsilon_0 \times F(\eta) \quad (13)$$

此处 $\eta = \sigma y/x$, σ 为经验常数。于是可把偏微分方程组(8)化为下列便于求解的常微分方程

$$\frac{FF'}{\eta^2} - \frac{F'^2}{\eta} - \frac{FF''}{\eta} = \frac{d}{d\eta} \left(F'' - \frac{F'}{\eta} \right) \quad (14)$$

此处 F' 与 F'' 表示函数 $F(\eta)$ 的一阶与二阶导数。方程(14)之解是

$$F = -\frac{\eta^2}{1 + \eta^2/4} \quad (15)$$

从而得到所论射流流场的纵向速度分布

$$U = \frac{3}{8\pi\rho} \frac{J}{\epsilon_0 x} \frac{1}{(1 + \eta^2/4)^2} \quad (16)$$

与实验比较表明

$$\epsilon_0 = 0.0256b_{1/2} U_m \quad (17)$$

(此处 $b_{1/2}$ 表示速度为射流轴心速度 U_m 的二分之一处的射流厚度) 以及

$$\sigma = 15.2 \quad (18)$$

由此可见, 湍流自由射流的速度分布和一个经验常数 σ 有关。而该常数的大小取决于喷射流体出口处的速度分布均匀性以及来流的初始扰动, 系随速度分布的非均匀性与初始扰动的增大而减小。

2. 积分法

利用上面所述的微分方法只是对于某些简单射流情形可以得到方程的解。然而对于大量工程技术问题中所遇到的流动而言, 无论在性质上与形状上都是比较复杂的。通常对于实际所需的有关射流流场主要参数, 可籍比较简便的积分方法来确定。该方法的主要特点是采用经验性的普遍参数分布剖面如速度剖面、温度剖面与浓度剖面, 然后利用动量积分方程、热量积分方程与质量积分方程以及射流边界方程来确定射流轴心的速度、温度与浓度分布和射流边界, 从而可近似地确定整个射流流场的参数分布。下面以前面讨论过的不可压圆形自由射流为例来说明这个方法[1]。

实验表明, 对于自由射流流场, 具有下列普遍速度剖面(该普遍速度分布对温度范围变化很大的非等温射流也是适用的):

$$\frac{U_0 - U}{U_0} = (1 - \xi^{\frac{3}{2}})^2 \text{(射流初始段)} \quad (19a)$$

$$\frac{U}{U_0} = (1 - \xi^{\frac{3}{2}})^2 \text{(射流主段)} \quad (19b)$$

此处 U_0 表示射流出口速度, $\xi = (y_1 - y) / (y_1 - y_0)$, $\xi = y/y_0$, y_1 是所论轴对称圆形射流位流核心的半径(即射流初始段混合层的内边界半径), y_0 为射流初始段混合层的外边界半径或其主段边界半径。

下面首先讨论主段边界的确定。在射流的出口截面和其初始段任意横截面间列动量守恒方程

$$U_0^2 \pi (r_0 - \delta)^2 + \int_{r_0 - \delta}^{r_0} U^2 (2\pi y) dy = \int_{y_1}^{y_0} U^2 (2\pi y) dy + U_0^2 \pi y_1^2 \quad (20)$$

此处 r_0 是射流出口半径, δ 表示射流出口处边界层厚度。由(19a), (20) 可得关于射流出口速度均匀分布情形($\delta = 0$) 的射流初始段内边界 y_1 的下列方程

$$y_1^2 + A_1 b y_1 + (A_1 - A_2) b^2 - r_0^2 = 0 \quad (21)$$

式中

$$A_1 = 2 \int_0^1 [1 - (1 - \xi^{\frac{3}{2}})^2]^2 d\xi = 0.832,$$

$$A_2 = 2 \int_0^1 [1 - (1 - \xi^{\frac{3}{2}})^2]^2 \xi d\xi = 0.618;$$

而射流混合层厚度为 $b = y_1 - y_0$ 。根据最近理论分析^[8]证实的关于普朗特的射流混合层厚度扩展率系与湍流横向速度脉动成比例的设想即

$$\frac{db}{dt} \propto v' \quad (22)$$

则得

$$b = c_0 x \quad (23)$$

此处 c_0 为待定的经验常数。令 $y = 0$ ，可得自由射流的无因次初始段长度

$$\bar{x}_1 = \frac{2.16}{c_0} \quad (24)$$

此处 $\bar{x}_1 = x_1/r_0$ ，而初始段外边界为

$$y_1^* = 0.584c_0 \bar{x} + \sqrt{1 - 0.04c_0^2 \bar{x}^2} \quad (25)$$

式中 $y_1^* = y_1/r_0$ ， $\bar{x} = x/r_0$ 。由(25)式可见，射流初始段外边界为一曲线。

从已有的实验数据分析表明，圆形自由射流主段边界基本上为一直线，并且注意到由初始段至主段关于射流外边界变化的连续性，因此可用射流过渡截面边缘点处的切线来近似确定射流主段边界。于是最后得到圆形自由射流的主段边界为

$$\bar{y}_1 = 1 + \omega(\bar{x} - \bar{x}_1) \quad (26)$$

此处 $\bar{y}_1 = y_1/y_{e0}$ ， $\omega = \beta/y_{e0}^*$ ， $\beta = 0.584c_0 - 0.04c_0^2 \bar{x}_1 / \sqrt{1 - 0.04c_0^2 \bar{x}_1^2}$ ，

$y_{e0}^* = 0.584c_0 \bar{x}_1 + \sqrt{1 - 0.04c_0^2 \bar{x}_1^2}$ ， y_{e0} 是过渡截面处的射流外边界半径。其次确定射流主段轴心速度的变化。在射流过渡截面与主段内任意横截面处列动量守恒方程

$$2\pi \int_0^{y_c} U^2 y dy = 2\pi \int_0^{y_{e0}} U^2 y dy \quad (27)$$

由于速度剖面的相似性〔(19b)〕，则由上式与(26)可得射流主段轴心线上速度分布

$$\frac{U_m}{U_0} = \frac{1}{1 + \omega(\bar{x} - \bar{x}_1)} \quad (28)$$

当经验常数 c_0 的数值取作 0.27，按公式(28)计算的不可压圆形自由湍流射流轴心速度分布理论结果与阿尔包梯松 (Albertson) 等的实验数据^[1]比较示于图 1。由该图得知，理论与实验比较符合。

从以上的讨论可以看出，迄至目前为止，如一般的湍流理论一样，湍流射流理论的研究(尤其在应用方面)仍然不能越出经验的范围。因此有必要根据不同需要对各种不同类型的湍流射流运动流场结构进行详细的实验研究(其中包括初始扰动等的影响)，从而为理论计算模型提供可靠的依据。例如在喷射钻井、水力采煤与化工冶金等方面关于冲击射流(包括不同冲击角度与多股组合射流)、高压水射流以及其它两相射流的研究，具有很重要的理论与实际意义。

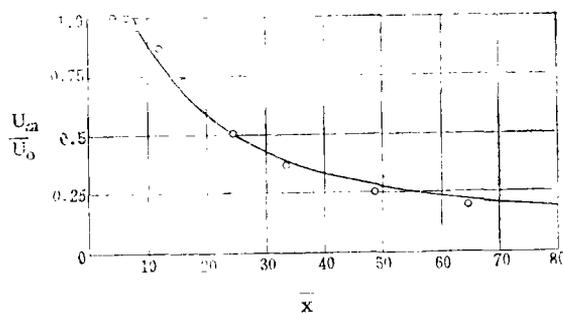


图 1 不可压圆形自由湍流射流轴心速度分布
——按公式(28)计算 ○ 阿尔包梯松等的实验结果

(本文收到日期1981年2月12日)

参 考 文 献

- [1] 谢象春, 湍流射流理论与计算, 科学出版社(1975)。
[2] Hinze J.O., Turbulence(2nd ed.), Mc Graw-Hill, New York(1975)
[3] 谢象春, 力学学报, 8(1980), 243—251。

ON THE THEORETICAL BASIS OF JET-DRILLING —THE THEORY OF TURBULENT JET AND PRANDTL'S HYPOTHESES

Xie Xiangchun (Shieh Sang-chun)

(Institute of Mechanics, Academia Sinica)

Abstract

The present paper relates the general status of development concerning the theory of turbulent jet and the differential and integral methods for the calculation of free jet. Besides some research problems of turbulent jet in the fields of jet-drilling, hydraulic coal cutting and chemical metallurgy are put forward.