第2卷 第2期 空间科学学报 Vol. 2, No. 2
1982年4月 CHINESE JOURNAL OF SPACE SCIENCE Apr., 1982

太阳耀斑可能的储能过程

李中元 胡文瑞
(中国科学技术大学) (中国科学院力学研究所)

摘　　要

本文讨论了太阳活动区和黑子区的无力场的演化．文章分析了无力因子随时间变化的运动学含义，讨论了太阳耀斑具体的储能过程，给出了静力学无力场讨论太阳耀斑储能过程的局限性．最后，又提出了一种子午流场的储能过程．将这些"磁能的储存过程"与"适当的不稳定性导致的爆发过程"相结合起来讨论，就有可能来研究太阳耀斑的许多特征．

一、前　　言

太阳黑子区和太阳大气活动区，磁场基本上都是无力场．太阳耀斑理论的一个重要问题就是研究无力磁场位形的演化．无力场是表示较强的磁场所应满足的关系，是洛伦兹力为零的场，即

$$(\nabla \times \boldsymbol{B}) \times \boldsymbol{B} = 0, \tag{1.1}$$

或具体可以写为

$$\nabla \times \boldsymbol{B} = \alpha(t, \boldsymbol{r})\boldsymbol{B}, \tag{1.2}$$

这里 $\alpha(t, \boldsymbol{r})$ 是无力因子，它是时间 t 和位置 $\boldsymbol{r}$ 的函数．太阳大气中，磁场和流场的相互作用，可用磁感应方程来描述：

$$\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} = \nabla \times (\boldsymbol{V} \times \boldsymbol{B}) + \eta \nabla^2 \boldsymbol{B}. \tag{1.3}$$

在太阳活动区中，因为磁雷诺数 R_m 都是很大的（一般都是 $R_m \gg 1$），所以(1.3)式的右边第二项（磁扩散项）可以不必考虑．这样便可得

$$\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} = \nabla \times (\boldsymbol{V} \times \boldsymbol{B}), \tag{1.4}$$

这就是冻结场条件．在太阳活动区和黑子区中，基本上都是这种冻结型的无作用力磁场．再加上磁场的无源条件

$$\nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0. \tag{1.5}$$

方程式(1.1)—(1.5)是我们讨论问题的基本出发点．

对于轴对称无力场，在柱坐标 (r, θ, z) 中，可由 $\nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0$ 这个件条，引入磁势 ϕ，其表示式为

本文于1981年9月17日收到，1981年11月25日收到修改稿．

$$B_r = \frac{1}{r}\frac{\partial \psi}{\partial z},\ B_z = -\frac{1}{r}\frac{\partial \psi}{\partial r}. \tag{1.6}$$

把(1.6)式的关系代入到(1.1)—(1.5)的方程组中去,可得到一组相等价的方程[1,2]:

$$rB_\theta = G(\psi, t),\ \alpha = -\frac{\partial G(\psi, t)}{\partial \psi}, \tag{1.7}$$

$$\mathscr{L}(\psi) = -G(\psi, t)\frac{\partial G(\psi, t)}{\partial \psi}, \tag{1.8}$$

这里 $\mathscr{L}$ 为二阶微分算子,具体为

$$\mathscr{L} = \frac{\partial^2}{\partial r^2} - \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}. \tag{1.9}$$

磁感应方程化为

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} + u\frac{\partial \psi}{\partial r} + w\frac{\partial \psi}{\partial z} = 0, \tag{1.10}$$

$$\frac{\partial G(\psi,t)}{\partial t} + \left(\frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r} + \frac{\partial w}{\partial z}\right)G(\psi, t) = -\left(\frac{\partial v}{\partial z}\right)\frac{\partial \psi}{\partial r} + \left(\frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r}\right)\frac{\partial \psi}{\partial z}. \tag{1.11}$$

其中 (u, v, w) 为流场 $\boldsymbol{V}$ 的三个分量值. 事实上,只要给定无力因子 $\alpha(t, \boldsymbol{r})$, 就可以设法从方程得到无力场的磁场位形. 所以分析无力场中磁场位形的变化规律,关键是分析无力因子的分布和变化的规律. 为此,我们必须适当地、合理地考虑流场,然后来讨论(1.6)—(1.11)这些方程式,得出方程的解,以及分析这些解所反映的特征.

许多人认为,太阳耀斑的储能过程是由于磁力线的扭转效应所导致[3]. 不少人也定量地计算了磁能与扭转效应的关系[4—6]. 最普遍的看法是,太阳耀斑的能量来源于对流层和光球层,然后逐步堆积到外层的色球和日冕活动区[7]. 这些工作显然是有意义的. 分析太阳大气中能量是如何从低层转移到上层的过程,以及分析太阳活动区中无力场能量是怎样堆积起来的机制,是讨论太阳耀斑储能过程的中心问题之一. 但要完整地讨论这个过程,需要研究三维速度流场和无力场的相互耦合作用. 我们已经讨论过无力场的某些运动学特征[1],认为某些纯粹的旋转运动是不能储存活动区中无力场的磁场能量. 本文从冻结型无力场的基本观点出发,不仅仅考虑旋转的环形流场,更考虑子午流场之间的相互作用,并且具体推算了非定常的时间演化过程.

二、随时间变化的无力场

我们讨论环向磁场和子午磁场随时间变化的情况. 根据公式(1.10),可知子午速度场是不能为零的. 所以,这时的环向速度场可以放大环向磁场,而子午速度场可以改变子午磁场.

从冻结型无力场的一般关系可以看出[2],方程(1.8)式维持线性关系的必要条件是

$$G(\psi, t)\frac{\partial G(\psi, t)}{\partial \psi} = \alpha_1(t)\psi + \frac{1}{2}\alpha_2(t), \tag{2.1}$$

或者可写成

$$G(\psi, t) = \pm\sqrt{\alpha_1(t)\psi^2 + \alpha_2(t)\psi}. \tag{2.2}$$

这时的无力因子可以相应地写成

$$\alpha = \mp \frac{\alpha_1(t)\psi + \frac{1}{2}\alpha_2(t)}{[\alpha_1(t)\psi^2 + \alpha_2(t)\psi]^{1/2}}. \tag{2.3}$$

如果(2.1)中的 $\alpha_2(t) = 0$，就导致较简单的形式

$$\alpha^2 = \alpha_1(t), \tag{2.4}$$

即这时的无力因子只是时间 t 的函数，而与磁势 ψ 无关．将(2.1)代入到(1.8)式中，就可以导出如下的无力场方程及其边值条件，

$$\mathscr{L}(\psi) + \alpha^2(t)\psi = 0, \tag{2.5}$$

$$\psi(r, 0, t) = f_1(r, t), \quad \psi(r, L, t) = f_2(r, t), \tag{2.6}$$

$$\psi(0, z, t) = 0, \qquad \psi(\infty, z, t) = 0. \tag{2.7}$$

由于方程(2.5)中的 $\alpha(t)$ 是时间 t 的函数，则子午磁场 ψ 将随时间而变化．

问题是(2.5)—(2.7)可以用 Hankel 变换的方法来求解，其中把时间 t 看成为是一个参数．为把(2.5)式最后能化为 Bessel 方程，可令

$$\psi_1(r, z, t) = \frac{1}{r}\psi(r, z, t), \tag{2.8}$$

方程和边界条件就化为

$$\frac{\partial^2\psi_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial\psi_1}{\partial r} + \frac{\partial^2\psi_1}{\partial z^2} + \left(\alpha^2 - \frac{1}{r^2}\right)\psi_1 = 0, \tag{2.9}$$

$$\psi_1(r, 0, t) = \frac{1}{r}f_1(r, t), \quad \psi_1(r, L, t) = \frac{1}{r}f_2(r, t), \tag{2.10}$$

$$\psi_1(0, z, t) = 0, \quad \psi_1(\infty, z, t) = 0. \tag{2.11}$$

作 Hankel 变换，令

$$\tilde{\psi}(z, t) = \int_0^\infty r\psi_1(r, z, t)J_1(\xi, r)\,dr, \tag{2.12}$$

则(2.9)—(2.11)可化为

$$\frac{\partial^2\tilde{\psi}}{\partial z^2} + [\alpha^2(t) + \xi^2]\tilde{\psi} = 0, \tag{2.13}$$

$$\tilde{\psi}(0, t) = F_1(\xi, t), \quad \tilde{\psi}(L, t) = F_2(\xi, t), \tag{2.14}$$

其中

$$F_i = \int_0^\infty f_i(r, t)J_1(\xi, r)\,dr, \quad i = 1, 2 \tag{2.15}$$

不难求出(2.13)和(2.14)的解为

$$\tilde{\psi} = C_1 e^{\sqrt{\alpha^2+\xi^2}\cdot z} + C_2 e^{-\sqrt{\alpha^2+\xi^2}\cdot z}, \tag{2.16}$$

而其中

$$\begin{cases} C_1 = \dfrac{F_2(\xi, t) - F_1(\xi, t)e^{-\sqrt{\alpha^2+\xi^2}\cdot L}}{2\,\mathrm{Sh}\,(\sqrt{\alpha^2+\xi^2}\cdot L)}, \\ C_2 = \dfrac{F_1(\xi, t)e^{\sqrt{\alpha^2+\xi^2}\cdot L} - F_2(\xi, t)}{2\,\mathrm{Sh}\,(\sqrt{\alpha^2+\xi^2}\cdot L)}. \end{cases} \tag{2.17}$$

利用 Hankel 变换的反演，就可得到

$$\psi_1(r, z, t)=\int_0^\infty \left\{F_1(\xi, t)\frac{\mathrm{Sh}[\sqrt{\alpha^2+\xi^2}(L-z)]}{\mathrm{Sh}(\sqrt{\alpha^2+\xi^2}\cdot L)} + \frac{\mathrm{Sh}(\sqrt{\alpha^2+\xi^2}\cdot z)}{\mathrm{Sh}(\sqrt{\alpha^2+\xi^2}\cdot L)}F_2(\xi, t)\right\}\xi J_1(\xi, r)d\xi. \tag{2.18}$$

再利用(2.8)式，可得到(2.5)—(2.7)的解，

$$\psi(r, z, t)=r\int_0^\infty \left\{F_1(\xi, t)\frac{\mathrm{Sh}[\sqrt{\alpha^2+\xi^2}(L-z)]}{\mathrm{Sh}(\sqrt{\alpha^2+\xi^2}\cdot L)} + \frac{\mathrm{Sh}(\sqrt{\alpha^2+\xi^2}\cdot z)}{\mathrm{Sh}(\sqrt{\alpha^2+\xi^2}\cdot L)}F_2(\xi, t)\right\}\xi J_1(\xi, r)d\xi. \tag{2.19}$$

由(1.7)式、(2.2)式及(2.19)式，就可以求出环向磁场随时间的演化规律．比如对于较简单的情况，即 $\alpha_2(t)=0$ 的情况，这时环向磁场的磁能密度为

$$\frac{B_\theta^2}{8\pi}=\frac{\alpha^2}{8\pi}\left\{\int_0^\infty \left[F_1(\xi, t)\frac{\mathrm{Sh}[\sqrt{\alpha^2+\xi^2}(L-z)]}{\mathrm{Sh}(\sqrt{\alpha^2+\xi^2}\cdot L)} + \frac{\mathrm{Sh}(\sqrt{\alpha^2+\xi^2}\cdot z)}{\mathrm{Sh}(\sqrt{\alpha^2+\xi^2}\cdot L)}F_2(\xi, t)\right]\xi J_1(\xi, r)d\xi\right\}^2. \tag{2.20}$$

这部份环向磁场，它代表着无力因子 α 随时间增加而产生的磁能．人们曾经计算过静力学的无力场，得到磁能随 α 的变化关系[4—6]，并把 α 增大使磁能增加的过程看成是太阳耀斑的一种储能机制．但是，因为这样储能的过程应该是一种不定常的过程，所以实质上它不是一种静力学过程．通过上述我们的分析可以看出，由于包括子午流场在内的等离子体运动，就可能维持一种相当于使无力因子 α 随时间变化的不定常过程．α 随时间的变化，反映着太阳大气中等离子体运动所产生的效应．

利用这种看法去讨论太阳耀斑的储能过程，可以得到一个运动学的图象．由于等离子体的子午运动，可以将下层的能量（包括动能和磁能）传递到太阳上层大气中．如果还有旋转运动的话，更可以使环向磁场增强．这种磁场与流场的耦合效应，将导致无力因子 α 随时间的增大．环向磁场的增大，促使活动区趋于不稳定．一旦超过其阈值，就会爆发式地释放能量，发生一次耀斑的爆发．然后，磁场位形又回复到比较低能的状态，从而可以继续其储能的过程．这种储存的能量，相比于静力学无力场来说[4—6]，当然更足以供应太阳耀斑爆发的需要．

三、一种子午流场的储能过程

如果无力场包括对称轴在内，纯粹的旋转运动不可能增强环向磁场的能量[1]，磁能的增强必须要有子午流场．当然存在子午流场时，可以有环向的旋转运动，也可以没有这种运动．我们这里讨论连续式地传递能流的过程．下面讨论一种很简单的子午流场的作用．取

$$u = 0,\ w = w(t), \tag{3.1}$$

由冻结条件(1.10)式可得到

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} + w(t)\frac{\partial \psi}{\partial z} = 0. \tag{3.2}$$

上式的特征方程为

$$dt/1 = dz/w(t), \tag{3.3}$$

其运动积分关系为

$$z - S(t) = C\,(\text{常数}), \tag{3.4}$$

其中

$$S(t) = \int_0^t w(t)dt. \tag{3.5}$$

这样(3.2)式导出磁势 ψ 的解可以表示为

$$\psi = F[r,\ z - S(t)], \tag{3.6}$$

其中 F 为待定函数. 假设 $G(\psi, t)$ 作为 ψ 和 t 的二元函数,满足

$$\frac{\partial G(\psi, t)}{\partial t} = 0, \tag{3.7}$$

(3.7)式要求,环向磁场分量随时间的变化只是由于磁势 $\psi(r, z, t)$ 随时间变化而引起的. 考虑(3.1)式和(3.7)式,冻结条件(1.11)可以简化为

$$w = w(\psi, t). \tag{3.8}$$

这就是时间 t 变化时的等旋转定理,即每个具体的时刻磁面上的角速度保持不变,而不同时刻的数值可以不同.

再讨论无力场方程(1.8)式,仍然讨论线性无力场,这时的方程简化为(2.5)式,根据条件(3.6)式,可以分析研究下列形式的解:

$$\psi = ArJ_1(ar)\exp\{-b[z - S(t)]\}, \tag{3.9}$$

其中 A、a、b 为适当的常数. 不难验证

$$\mathscr{L}(\psi) = (b^2 - a^2)\psi. \tag{3.10}$$

代入(1.7)式就可以得到

$$G(\psi) = \sqrt{a^2 - b^2}\,\psi(r, z, t), \tag{3.11}$$

以及

$$\alpha = \sqrt{a^2 - b^2} = \text{常数}. \tag{3.12}$$

根据(3.9)和(3.11)两式,可以求出磁场的分布. 具体为

$$B_r = -AbJ_1(ar)\exp\{-b[z - S(t)]\}, \tag{3.13}$$

$$B_\theta = -A\sqrt{a^2 - b^2}\,J_1(ar)\exp\{-b[z - S(t)]\}, \tag{3.14}$$

$$B_z = -AaJ_0(ar)\exp\{-b[z - S(t)]\}. \tag{3.15}$$

由(3.13)—(3.15)可得到区域中的总磁能为

$$W_H = \frac{Aa^2R^2}{16b}e^{2bS(t)}(1 - e^{-2bL})[J_1^2(aR) + J_0^2(aR)], \tag{3.16}$$

其中活动区的范围取作 $r \leqslant R,\ 0 \leqslant z \leqslant L$.

这里讨论的磁场位形是随时间变化的，但是无力因子 α 保持着常数，磁场保持相似的变化. 由 (3.16) 式可以分析出，根据磁场的变化情况，在无力场区域内既可以积蓄能量，也可以耗散能量. 观测表明，在一般情况下，太阳黑子磁场是随高度 z 的增加而减弱的. 这就要求(3.9)式中的指数项的常数为正，即要求

$$b > 0. \tag{3.17}$$

因此，磁能变化的增减由 $S(t)$ 的符号决定. 当 $S(t) > 0$ 时，磁能随时间而增大，它相当于在所研究的一段时间间隔内，平均的轴向运动是向外的. 当 $S(t) < 0$ 时，磁能减小，这时 w 的平均值为负值. $S(t)$ 的特征，由其具体的条件确定. 这种变化是无力场区域与其周围区域能量进行交换的结果.

磁能的增加可以理解为，等离子体向上运动时将下部的能量传递到上部区域造成的. 观测表明，太阳活动区中存在各种形式的等离子体轴向运动和环向运动. 如前所述，等离子体的轴向运动都可以引起无力场区域中磁场的变化. 当某一段时间间隔内，由于某种物理原因，活动区中等离子体的向上运动占优势时，则活动区上层就能储存起可观的磁能，这就为耀斑的爆发创造了条件.

例如要求在一天的时间内，想使活动区的磁能增加 10%，则由 (3.16) 式就可以估算出

$$\frac{(W_H)_{t=1日}}{(W_H)_{t=0}} = \exp\left[2b\int_0^{86400s} w dt\right] = 1.1. \tag{3.18}$$

b 的量级为 $1/R$，取特征尺度 $R \cong 4 \times 10^9\,\mathrm{cm}$，则轴向速度的量级为

$$w \cong \frac{4 \times 10^9\,\mathrm{cm}}{2 \times 86400\mathrm{s}} = 24\,\mathrm{m/s} \tag{3.19}$$

这样，如果在一天的时间间隔内，持续维持等离子体的上流速度为 24 m/s 左右的优势，就可以在黑子磁场中储存起足够产生一次大的太阳耀斑的能量. 根据太阳大气中子午流场的特征，要发生类似于“这种优势的上流速度”，也不是非常困难的事.

诚然，我们讨论的例子是十分简单，但我们仅仅是为了表明一种机制. 很显然，任何使 α 增加的过程，即通常使磁力线绞扭的过程，都可以达到储存磁能的效果. 但是，这也并不尽然，不通过磁力线的绞扭过程，只要活动区下层的能流可以传到上层去，也可以储存磁能. 太阳耀斑的储能机制不会只有一种，途径应该是多样的. 但是，不论具体模型如何，无力场内部的能量储存，总是由外部能流输入.

因为储能的过程决不可能是唯一的一种，所以耀斑的模式也不止一种. 目前，人们也从不同的角度提出了一些理论. 应该说，广开思路、集思广益，必将会使人们对于耀斑的认识产生飞跃.

参 考 文 献

[1] 李中元、胡文瑞，无力场的运动学特征，中国科技大学学报(增刊)，**12**，No.1 1982.
[2] 胡文瑞，中国科学，1，69，1977.
[3] Gold, T. and Hoyle, F., *Monthly Notices RAS* **120**, 89, 1960.
[4] Barnes, C. W. and Sturrock, P. A., *Astrophys. J.*, **174**, 659, 1972.
[5] 马云丽、胡文瑞，黄山天体物理学术会议论文集，科学出版社，p. 222, 1981.
[6] 胡文瑞，空间物理学文集，科学出版社，P. 88, 1980.
[7] Svetska, Z., *Solar Flare*, D. Reidel Pub. Co., p. 300. p. 310, 1977.

THE STORAGE PROCESSES OF MAGNETIC ENERGY IN SOLAR FLARES

Li Zhong-yuan

(*University of Science and Technology of China*)

Hu Wen-rui

(*Institute of Mechanics, Academia Sinica*)

Abstract

In this paper the evolution of force-free magnetic field was discussed. The kinematical implication about the time variation of force-free factor and detailed processes of energy storage were analyzed. The limitation was pointed out when storape processes in solar flares were determined by the static force-free field theory. Therefore, a process of energy storage which is maintained by meridianal flow is suggested. Combining those processes of energy storage with some explosion processes triggered by a suitable instability, the main features of solar flares may be explained further.