

## 复杂载荷下疲劳寿命的估算方法\*

曾春华 伍义生

(中国科学院力学研究所)

**提要** 本文对安全疲劳寿命估算中的名义应力法作了简单的回顾,对复杂载荷下疲劳寿命的各种估算方法作了较详细的描述与分析,并对名义应力法与局部应力应变法进行了比较,最后对今后这课题的研究提出了一些建议。

### 一、前言

疲劳寿命的估算是设计师和工程技术人员十分关注的一个问题,因为现代工业中绝大多数零构件都承受着变幅载荷或随机载荷的作用,在许多零构件中都普遍存在着疲劳破坏问题,疲劳破坏已成为现代工业安全设计中急待拔除的隐患。

本文介绍几种用理论估计疲劳寿命的方法,以促使对这一复杂领域还不熟悉的设计人员加深对此问题的理解。

### 二、名义应力法的简单回顾

传统的安全疲劳寿命估算方法实际上就是名义应力法。名义应力是指缺口试件或要计算的结构元件的载荷被试件的净面积或毛面积所除得到的应力值,也就是该面积上平均分布的应力值。用名义应力法作安全疲劳寿命的估算大体是按下列步骤进行的:

#### 1) 确定结构中的危险部位

根据应力分析、应力测量,综合考虑缺口附近的应力、应力集中大小(或应力严重系数)确定结构的危险部位,或者参考以往的经验,使用中破坏情况的统计来确定结构中的危险部位(或薄弱环节)。

#### 2) 确定疲劳载荷谱并将它转化为应力谱

载荷谱一般根据规范或实测得到,然后依据统计方法将载荷谱转化为试验应力谱。一个构件或结构疲劳试验和寿命估算的准确性在很大程度上取决于所给载荷谱的真实

\* 1979年12月7日收到。

性。目前,常用的载荷谱统计方法有计数法和功率谱密度法,计数法又包括峰值法、幅值法、疲劳谱计数法、双参数循环计数法、常均值载荷谱计数法、变均值载荷谱计数法、等损伤载荷谱计数法、雨流计数法等。

### 3) 建立对应于各应力谱的 $S-N$ 曲线

在有条件的情况下,最好使用实际零构件的  $S-N$  曲线或标准试件的  $S-N$  曲线,如果条件不许可,就可参考以往的设计或类似零构件的  $S-N$  曲线。

### 4) 选取合适的累积损伤理论

累积损伤理论是用来计算试件在  $n$  次名义应力相同的循环载荷作用下会造成多大损伤,并且说明损伤的数值达到多大该试件的寿命就告结束的理论。

累积损伤理论虽然有几十种之多<sup>[1]</sup>,但是用得最广泛的是 Miner 线性累积损伤理论<sup>[2]</sup>,即用  $n/N$  的数值表明损伤的百分比,当  $\sum \frac{n}{N} = 1$  时就产生破坏。根据这个简单的理论就能把疲劳寿命估算出来。

### 5) 选取疲劳寿命的分散系数

在估算出寿命后,考虑到这寿命离开平均寿命的各种变化,例如疲劳性质的固变有化,使用环境的变化,大气腐蚀,  $S-N$  曲线的分散性,实验室条件与实际环境的差异等,对估计出来的寿命必须考虑一个分散系数。一般分散系数取为 4。

## 三、新的疲劳寿命估算方法

1. 局部应变法 用局部应变法估算疲劳寿命的目的在于用分析的方法代替各种试验的程序<sup>[3]</sup>。

局部应变法估算疲劳寿命的主要步骤是:

1) 从分析载荷的最大峰值开始,再根据载荷-应变标定曲线和循环应力-应变曲线计算初始的缺口应力和应变。

2) 用下面的方程式(1)和(2)计算相应后面加载历史的缺口应力-应变历史,在应用这些方程式时,  $(P_r, \epsilon_r, \sigma_r)$  必须是相应于迟滞回线的端点,迟滞回线是以受应力-应变记忆效果控制的方式建立的。

$$\begin{aligned} \frac{\epsilon - \epsilon_r}{2} &= \frac{\sigma - \sigma_r}{2E} + \left( \frac{\sigma - \sigma_r}{2A} \right)^{1/S} && \text{(应力-应变迟滞回线上升部分)} \\ \frac{\epsilon_r - \epsilon}{2} &= \frac{\sigma_r - \sigma}{2E} + \left( \frac{\sigma_r - \sigma}{2A} \right)^{1/S} && \text{(应力-应变迟滞回线下降部分)} \end{aligned} \quad (1)$$

其中:  $(\sigma, \epsilon)$  是瞬时的应力和应变,  $(\sigma_r, \epsilon_r)$  是应变循环前一点的坐标,  $E$  是杨氏模量,  $S$  为硬化指数,  $A$  是迟滞环面积。

$$\begin{aligned} \frac{\epsilon - \epsilon_r}{2} &= f\left(\frac{P - P_r}{2}\right) && \text{(加载期间)} \\ \frac{\epsilon_r - \epsilon}{2} &= f\left(\frac{P_r - P}{2}\right) && \text{(卸载期间)} \end{aligned} \quad (2)$$

其中:  $(P, \epsilon)$  是载荷和缺口应变的瞬时值,  $(P_r, \epsilon_r)$  是回线端点的坐标。

3) 对于每一个闭合的应力-应变迟滞回线, 用下面的方程(3)计算相应的循环寿命  $N$ 。对于整个载荷历史, 将这些数值的倒数加起来, 从方程(4)计算到疲劳裂纹形成所需要的循环块数。

$$N = \frac{1}{2} \left( \frac{\sigma_a}{\sigma'_f - \sigma_0} \right)^{1/b} \quad \left( \frac{\sigma_a}{E} > \varepsilon_{pa} \right) \quad (\text{弹性应力-寿命曲线})$$

$$N = \frac{1}{2} \left( \frac{\varepsilon_{pa}}{\varepsilon'_f} \right)^{1/c} \quad \left( \varepsilon_{pa} > \frac{\sigma_a}{E} \right) \quad (\text{塑性应变-寿命曲线}) \quad (3)$$

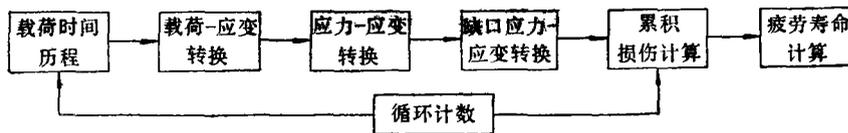
其中:  $\sigma'_f$  和  $\varepsilon'_f$  是材料常数,  $\sigma_a = \frac{\Delta\sigma}{2}$ ,  $\Delta\sigma$  为应力范围,  $\varepsilon_a = \frac{\Delta\varepsilon}{2}$ ,  $\Delta\varepsilon$  为弹性应变范围,  $\varepsilon_{pa} = \frac{\Delta\varepsilon_p}{2}$ ,  $\Delta\varepsilon_p$  为塑性应变范围,  $b$  和  $c$  为硬化指数, 为负小数。

$$B \left[ \sum \frac{n_i}{N_i} \right]_{\text{每块}} = 1 \quad (4)$$

这个方法的实现需要用数字计算机。

2. 局部应力-应变法 局部应力-应变法基于这样的假定, 如果一个结构在危险部位处的应力-应变能够与实验室光滑试件的循环应力-应变联系起来, 则结构的裂纹形成寿命将和试件的寿命相同<sup>[4]</sup>。

局部应力-应变法估算疲劳寿命的过程可用下面的框图描述。



具体的估算疲劳寿命步骤是:

1) 输入一系列现场载荷或名义应变, 这些现场载荷或名义应变是经过数字转换成波峰和波谷序列的。

2) 利用循环载荷-应变曲线将载荷-时间历程转换为应变-时间历程, 循环载荷-应变曲线相当于应力-应变曲线, 它可以在循环载荷下测量应变的实验中得到, 也可以用弹塑性有限单元分析求出<sup>[5]</sup>, 如常用的 Wetzel 有效矩阵法就是把载荷历程转变为应变历程的好方法<sup>[7]</sup>。

3) 用有效矩阵法结合循环应力-应变曲线把应变-时间历程转换为应力-时间历程。

4) 利用 Neuber 公式将名义应力应变转换为缺口根部的应力应变。Neuber 公式为

$$K_t = K_\sigma K_\varepsilon = \left( \frac{\Delta\sigma}{\Delta s} \right) \left( \frac{\Delta\varepsilon}{\Delta e} \right) \quad (5)$$

其中:  $K_t$  为理论应力集中系数,  $K_\sigma$  为真实应力集中系数,  $K_\varepsilon$  为真实应变集中系数,

$\Delta s$ ,  $\Delta e$  为名义应力和应变,  $\Delta\sigma$ ,  $\Delta\varepsilon$  为缺口根部的应力和应变。

一般来说,  $s$  小于比例极限,  $e$  可用  $\frac{s}{E}$  代替, 则方程(5)变为

$$K_t^2 = E \frac{\Delta\sigma \Delta\varepsilon}{(\Delta s)^2} \quad (6)$$

5) 利用 Miner 线性累积损伤理论估算出疲劳寿命。Miner 公式为下式时发生破坏

$$\sum \frac{n_i}{N_i} = 1 \quad (7)$$

其中： $n_i$  是应变幅为  $\frac{\Delta \epsilon_i}{2}$  的迟滞回线的循环次数， $N_i$  是与  $\frac{\Delta \epsilon_i}{2}$  对应的材料的疲劳寿命， $N_f$  可直接从应变-寿命曲线(图 1)确定。

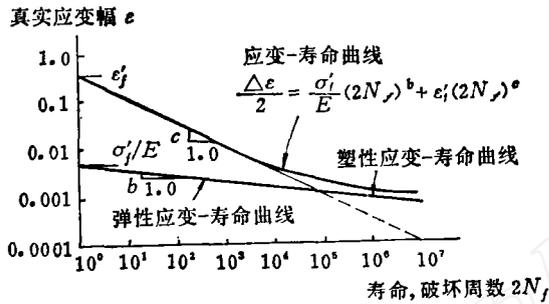


图 1 应变-寿命曲线图

$2N_f$  为总寿命， $b$  为疲劳强度指数， $c$  为疲劳延性指数。

如果考虑平均应力  $\sigma_0$ ，则  $N_i$  可利用方程(9)求得

$$\frac{\Delta \epsilon}{2} = \epsilon'_f (2N_f)^c + \frac{\sigma'_f \pm \sigma_0}{E} (2N_f)^b \quad (9)$$

式中的“-”号为拉伸平均值，“+”号为压缩平均值。

此外，Wetzel 认为还可以用公式(10)求寿命  $2N_f$  的值

$$\Delta \sigma \Delta \epsilon E = 4\sigma_f'^2 (2N_f)^{2b} + 4\sigma_f' \epsilon'_f (2N_f)^{b+c} \quad (10)$$

深入研究局部应力-应变法，可以知道在实际的应用中，不一定按照上面的五个步骤一步一步地求疲劳寿命，我们可根据具体情况选用其中的一部分就可以把疲劳寿命估算出来。比如我们已实测了某个部件的局部应变-时间历程，就可用雨流法计数，求出各个迟滞回线的应变历程，联系到应变-寿命曲线，就能用线性累积损伤公式  $\sum \frac{n_i}{N_i}$  计算疲劳寿命。如果要考虑平均应力的影响，可用公式(1)求出各个迟滞回线的平均应力，并用公式(9)求出  $2N_f$ ，最后计算出寿命。

我们还应该注意到，上述的步骤 4 并不是唯一的，目前还有几种方法<sup>[6-8]</sup>将名义应力应变转换为缺口根部的应力应变：

a) 线性应变法

此方法认为局部应变  $e$  与名义应力  $s$  成正比

$$e = \frac{K_f s}{E} \quad (11)$$

有了  $e$ ，再从材料的  $\sigma$ - $e$  曲线查出  $\sigma$  来，见图 2。

b) 改进的 Neuber 法

此法认为 Neuber 法没有考虑尺寸效应，所以建议用疲劳缺口系数  $K_f$  代替应力集中系数  $K_t$ 。这样 Neuber

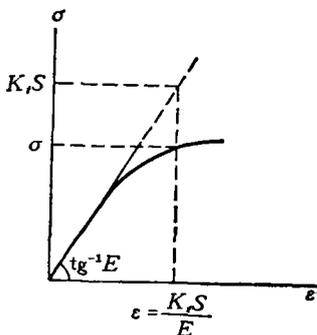


图 2 材料的  $\sigma$ - $e$  曲线

公式将被改进为

$$K_f = \left( \frac{\sigma}{s} \frac{\varepsilon}{e} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (12)$$

### c) 弹塑性有限元法

将具体结构划分有限元, 用弹塑性分析算出各处的应力和应变。

3. 等价局部应力-应变法 对复杂载荷历史下缺口元件疲劳寿命的估算, 可以用三种等价的局部应力-应变法, 这些方法的关键是确定缺口根部材料的响应, 根据闭合的迟滞回线和用线性累积损伤理论去估算疲劳寿命。这三种方法虽然细节有些差别, 但基本思想是一致的<sup>[9]</sup>, 即局部应力和应变是在危险区域确定的, 单个事件是根据闭合的迟滞回线来辨别的, 损伤是用材料应变-寿命资料线性地累加的。

#### 1) 基于 Neuber 的缺口分析方法

用这个方法估算疲劳寿命, 其步骤大致如下:

首先, 利用材料的循环应力-应变曲线和 Neuber 公式  $\Delta\sigma\Delta\varepsilon = \frac{(K_f\Delta s)^2}{E}$  将外载历程转化为缺口根部的应变历程。

然后, 利用材料的循环应力-应变曲线将缺口根部的应变区分为单个的迟滞回线。

最后, 利用应变-寿命曲线计算每个迟滞回线的损伤并累积

$$\frac{\Delta\varepsilon}{2} = \frac{\sigma'_f}{E} (2N_f)^b + \varepsilon'_f (2N_f)^c \quad (13)$$

$$\text{损伤/每周} = \frac{1}{N_f} = 2 \left( \frac{\sigma'_f}{\varepsilon'_f E} \frac{\Delta\varepsilon_p}{\Delta\varepsilon_e} \right)^{1/b-c} \quad (\text{不考虑平均应力}) \quad (14)$$

$$\text{损伤/每周} = \frac{1}{N_f} = 2 \left( \frac{\sigma'_f}{\varepsilon'_f E} \frac{\Delta\varepsilon_p}{\Delta\varepsilon_e} \frac{\sigma'_f}{\sigma'_f - \sigma_0} \right)^{1/b-c} \quad (\text{考虑平均应力})$$

#### 2) 基于载荷-缺口应变的分析方法

用这方法估算疲劳寿命的步骤是:

首先, 用实验或分析的方法确定循环载荷-缺口根部应变标定曲线。

然后, 用构件的循环载荷-缺口根部应变标定曲线将外载历程区分为单个的迟滞回线。

最后, 利用材料的应变-寿命曲线计算每个迟滞回线的损伤并累积。

#### 3) 基于应变的分析方法

用这种方法估算疲劳寿命的步骤是:

首先, 用循环计数逻辑程序确定每一外载循环应力的范围  $\Delta s$ 。

然后, 用  $(\Delta s K_f)^2 = (\Delta\sigma\Delta\varepsilon E) = 4\sigma'_f (2N_f)^{2b} + 4\sigma'_f \varepsilon'_f E (2N_f)^{b+c}$  公式确定相应于  $\Delta s$  的  $N_f$  值。

最后计算出每周的损伤并累积。

4. 频谱密度曲线分析法 这是一个紧凑而直接的方法, 它不依靠麻烦的手控阶梯程序, 而是用频谱密度曲线<sup>[10]</sup>把施加的载荷表示出来, 并根据连续函数进行完整的分析, 可在计算机上进行操作。

用此方法估算随机载荷下构件疲劳寿命的步骤如下:

#### 1) 用频谱密度曲线表示外载历程(图3)

$$n(\Delta L) = n_i \sum_{i=1}^p p_i e^{-\frac{(\Delta L/\sigma_i)^2}{2}} \quad (15)$$

其中：

$n(\Delta L)$  为载荷振幅的累积循环数， $n_i$  为加载周期总数， $p_i$  为载荷信号源的参与因子， $\Delta L$  为载荷振幅(自变量)， $\sigma_i$  为正常加载过程中的标准偏差， $p$  为载荷源的数目。

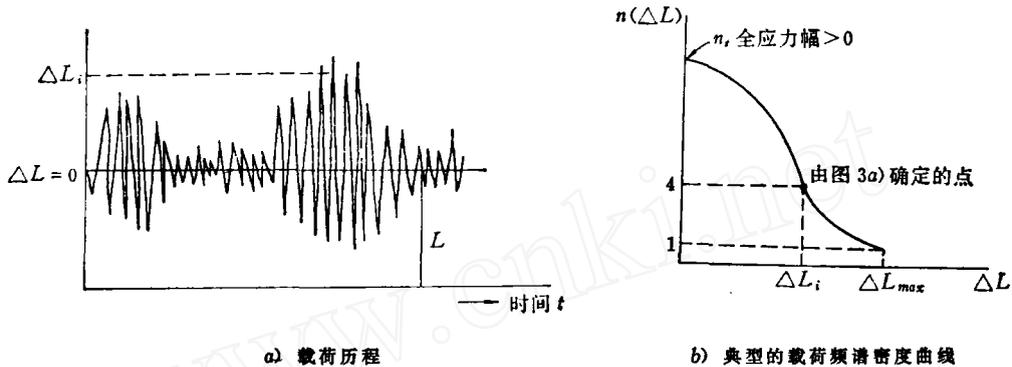


图 3

2) 从相应的载荷曲线上每个有关点得出应力谱密度曲线，过程如下：

a) 从载荷谱密度曲线上任一循环数  $n_i$  求出  $\Delta L_1, \Delta L_2, \dots$  等。

b) 按照每个  $\Delta L$  值求出对应于  $x, y, z$  轴相应的法向应力和切向应力  $f_x, f_y, f_z, f_{xy}, f_{yz}, f_{zx}$ 。

c) 根据变形能量原理，由法向应力和切向应力求出有效应力  $f_a$ 。

$$f_a = \sqrt{\frac{1}{2} [(f_x - f_y)^2 + (f_y - f_z)^2 + (f_z - f_x)^2 + 3(f_{xy}^2 + f_{yz}^2 + f_{zx}^2)]}$$

如果知道主应力  $f_1, f_2, f_3$ ，则有效应力  $f_a$  为

$$f_a = \sqrt{\frac{1}{2} [(f_1 - f_2)^2 + (f_2 - f_3)^2 + (f_3 - f_1)^2]}$$

3) 重复过程 b 和 c 求平均载荷  $L_1, L_2, \dots$  等，从而得到平均应力分量  $f_m$  的有效值。

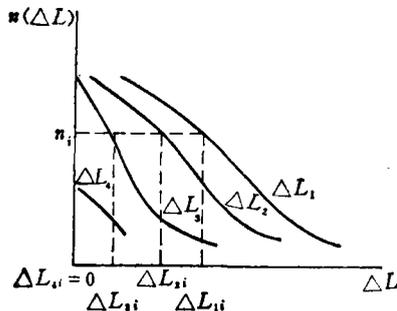


图 4 具有同一循环历程的多载荷的频谱密度曲线

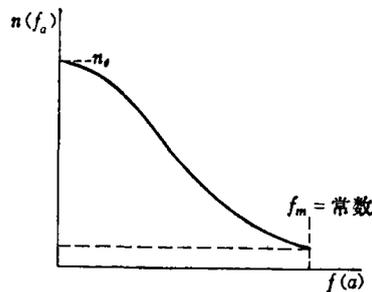


图 5 根据图 3 所求到的有效应力频谱密度曲线

图4所画的一些曲线在图5中合并成与平均应力值 $f_m$ 有关的 $f_a \sim n(f_a)$ 曲线,这条曲线适合于描述累积损伤.图4给出了交变应力频谱密度曲线,它与结构中零件上某一点的有效平均应力值有关,这样就可以估算在那一点上由于这种应力谱所产生的总的损伤周数.

3) 最后用线性累积损伤理论估算寿命,当  $D = \sum_i \frac{n_i}{N_i} = 1$  时就破坏.

其中  $D$  为损伤度,  $N_i$  是破坏时的循环次数.

#### 四、各种方法的评论与分析

用名义应力法估算疲劳寿命误差太大,原因主要是在这方法中没有计及材料在载荷历程中的塑性变形过程(微观的和宏观的),虽然外加应力仍然是弹性的,但在缺口尖端的局部应力和应变常常进入塑性范围,由于塑性变形将会引起残余应力,从而改变原来的应力状态和大小,由此会影响到实际寿命.由于名义应力的变化不能代表缺口附近实际的应力变化情况,因此用名义应力变化估算疲劳寿命不可能得到准确的结果.

局部应变法需要的实验数据少,只需要材料的应变-寿命曲线和循环应力-应变曲线就可以进行疲劳寿命估算,也就是说,利用有限量的小试件的试验数据,就可以进行各种情况下的寿命估算,尤其是构件的设计阶段,还没有构件可供试验的情况下,这方法更显出其优越性.另一方面,这方法合理地考虑了材料性质、几何形状和载荷历程之间的相互影响,可以考虑平均应力和过应变的影响.缺点是,有时用这方法估算的疲劳寿命与实际构件寿命相差较大,原因可能是一些在实际使用中的特点没有包括在分析中,如不同的加工方法,实验室试件与实际构件可能材质不同,分析的载荷历程与实际的差异等.因此应该与可利用的构件试验结果或实际使用历史资料结合起来.

局部应力-应变法计算的是缺口边上最大应力集中处附近一小块区域里材料的疲劳破坏,局部应力-应变法中的寿命是指缺口边上出现工程裂纹以前的寿命.用局部应力-应变法作疲劳寿命估算主要是以 Miner 理论为基础的,它与名义应力法中的 Miner 法则的区别是以每一迟滞回能的能量消耗代替每一次循环载荷的能量消耗,考虑了塑性变形的迟滞特性,即考虑了载荷次序的影响,所以它的结果好得多,而且这个方法只需做一个材料的应变-寿命曲线的实验,其它的部分基本上可以用计算方法计算,可用计算机计算,得出的疲劳寿命估算比较准确.但是应该注意材料性质的选择,并且要精确确定局部应力和应变,因为已经证明,即使是小的缺口系数,对疲劳寿命也有很大的影响.

复杂载荷下缺口元件疲劳寿命估算的三种等价方法都能给出较满意的结果.在这三种等价方法中,以 Neuber 缺口分析方法估算的寿命精度较差,差不多所有估算的寿命都落在保守的一边,主要原因是因为 Neuber 方法是计算缺口根部应力应变的近似方法,此外,这种计算也受来自近似应力-应变曲线的单元选取数目的影响.以载荷-应变为基础的的分析方法所得出的寿命比较精确一些,但它需要构件在作用载荷与局部应变之间的标定曲线,然而,这种关系可以通过有限单元分析得到,从这点讲,它比需要确定疲劳缺口系数的方法优越.简单的以应变为基础的的分析方法给出了最满意的疲劳寿命预计,

这方法可以不管所有平均应力的影响, 因此特别适用于高韧性材料。

频谱密度曲线分析法是一种比较准确的累积损伤估算方法, 它和通常所使用的曲线分级法不同, 它完全可以用计算机来计算疲劳损伤, 可避免人为判断上的差异引起的误差, 大大的节省了计算时间, 此法既可用于应力分析, 又可用于疲劳损伤分析估算疲劳寿命。

从上面的分析可以看出, 用局部应力应变方法估算疲劳寿命与名义应力法相比具有很大的优越性。当然, 这种新的寿命估算方法还需进一步的补充和完善, 例如, 新方法中所使用的 Miner 线性累积损伤理论是比较粗略的, 必须研究出更切合的理论或采用其它的损伤理论(如 Corten and Dolan 理论<sup>[11]</sup>)。为了便于推广使用这种新方法, 必须积累常用材料性能的基本资料。比如循环应力-应变曲线, 应变-寿命曲线, 循环载荷-缺口根部应变标定曲线, 要进一步研究如何迅速将外载历程区分为单个迟滞回线。新方法中的关键是局部应力应变要计算精确, 为此, 我们可以大力发展弹塑性有限元分析, 以使计算结果更符合实际受力情况。对于更复杂结构、更复杂的受载情况, 我们还必须进一步扩大细节分析方法, 与此同时, 为使局部应变测得更加精确, 还要进一步研制新的控制应变的试验设备和更准确的测试手段, 只有这样, 才能准确地估算出复杂载荷下的疲劳寿命。

## 五、结 论

用局部应力应变历史研究累积损伤估算疲劳寿命, 理论上比较合理, 因为用这种方法, 可以定量地研究残余应力, 考虑应力之间的相互作用, 实际应用上, 用大量光滑试件代替复杂结构的试验, 用更多的计算代替实验, 从理论上去估算结构件的疲劳寿命, 这就完全跳出了过去的老框框, 而且给出的疲劳寿命比较准确, 这对设计者和使用者都是寄予希望的, 用这种方法估算寿命还可以用电子计算机进行计算, 这是最方便的。此外用局部应力应变法可以把结构中薄弱环节的应力计算出来, 所以对一些无法使用疲劳试验的构件是具有很大的优越性。我们应使这方法进一步完善, 以使疲劳寿命估算更加准确。

## 参 考 文 献

- [1] 曾春华, “金属疲劳中的累积损伤理论”, 力学情报, 1(1976)。
- [2] Miner D. S., Cumulative Damage in Fatigue, Transaction, ASME, 67(1945), A. 149—A. 164.
- [3] Dowling N.E., Brose W.R. and Wilson W.K., Fatigue under Complex Loading, SAE, 6(1977), 55—85.
- [4] Darrell F. S., Proceeding of the Society for Experimental Stress Analysis 34, 1(1977), 50—56.
- [5] Morobray D. F. and McConnelee J. E., ASTM, STP519(1973), 151—169.
- [6] Data Sheets on Fatigue, No. 71028, Engineering Science Data Unit, RAC (1971).
- [7] Topper T. H., Wetzel R.M. and Morrow J., Journal of Materials, 4, 1 (1969),

200—209.

- [ 8 ] Harris H.G., Ojalro I.U. and Hooson R.E., AD 709221 or AFFDL-TR-70-49 (1970).
- [ 9 ] Landgraf R.W., Richards F.D. and Lapointe N.R., SAE, 6(1977), 95—107.
- [10] 农机科学研究所、长春汽车研究所译, “随机载荷下疲劳试验与寿命计算”译文集下册 (1979).
- [11] Corten H. and Dolan T., International Conference on Fatigue of Metal, London, (Sep.1956).

## METHODS OF ESTIMATING FATIGUE LIFE UNDER COMPLEX LOADING

Zeng Chun-hua and Wu Yi-sheng

*(Institute of Mechanics, Academia Sinica)*

### Abstract

In this paper the nominal stress method of estimating fatigue life is reviewed. Estimation methods of fatigue life under complex loading are described and analyzed in detail. The nominal stress method is compared with local stress-strain methods. Finally, some suggestions are given.