

# 数学机械化问题中的向量加工

刘尊全

(中国科学院应用数学研究所)

秦朝斌

(中国科学院力学研究所)

## 1. 多项式算法

数学机械化必须首先解决一类数学问题本身的机械化算法问题。作者通过微分方程机械化的实践<sup>[1]</sup>,并分析了近年来各数学分支领域机械化的结果,认识到这样一个基本事实:相当多一类数学问题的机器定理证明和公式推导,都是对其问题本身寻求代数表示方法,其核心问题最后归结为多项式算法。因此,多项式算法是一个典型的机械化算法。基于这种观点,我们在进行微分方程程序系统设计时采用了多项式的最一般形式,即带有大系数的多变元的多项式:

$$a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_m \cdot \beta_1^{k_1} \cdot \beta_2^{k_2} \cdot \dots \cdot \beta_n^{k_n}$$

式中  $a_i (i = 1, 2, \dots, m)$  为项的系数,  $\beta_j (j = 1, 2, \dots, n)$  为项的变元,  $k_j$  为所对应变元的方幂。因此,我们建立的微分方程程序系统 DEPS<sup>[1]</sup> 是一个具有通用性的程序系统。

## 2. 项栈结构

在进行系统设计时,处理文字型的多项式是一关键性问题。注意,这里所指的多项式是指一个有穷序列的符号串,不同于数值计算中的情形。

项在语法上是一个树丛,即项由子项构成,而子项与子项之间用运算符号连接,如图1所示。项  $T$  可分解成子项  $ST_1, ST_2, \dots, ST_6$ 。

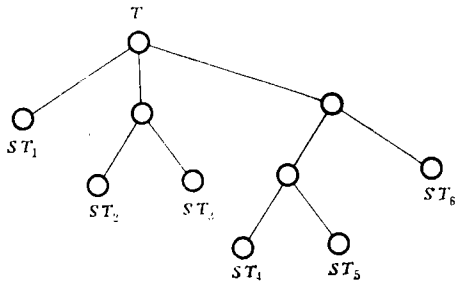


图 1

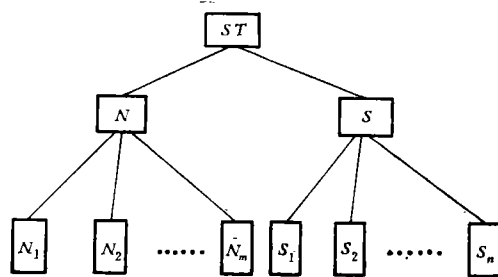


图 2

子项由系数和变元两部分构成,系数和变元又由最基本的部分构成。

在用机器进行定理证明或公式推导的过程中,多项式的展开与合并所涉及的存储空

本文 1980 年 11 月 12 日收到。

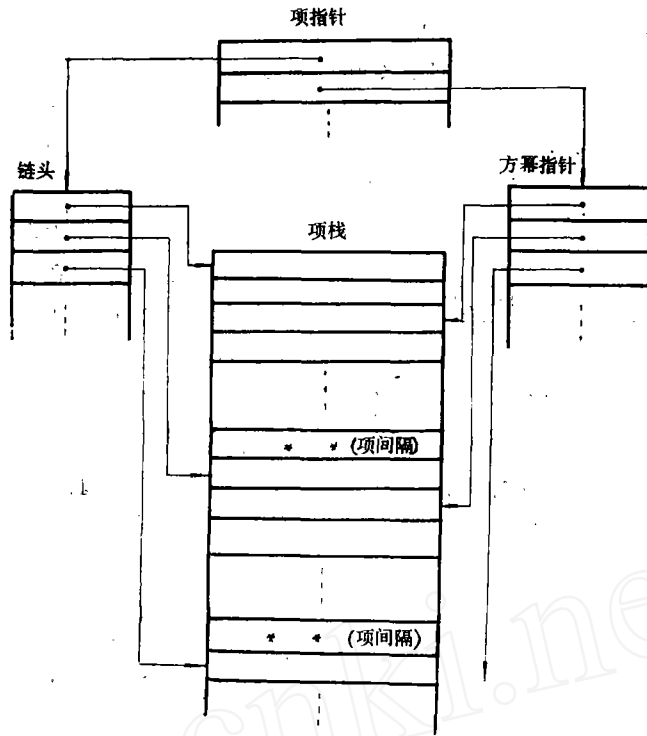


图 3

间有随机涨落的性质,这是人工智能问题中一个重要特征,为此需要建立随机存储项栈。

项栈用项指针来标识,而指针由两部分组成:链头指针和方幂指针。链头指针指明子项的起始地址,子项之间用间隔符号来分开,以适应中间处理的需要。方幂指针标识对应变元的方幂。

从结构上可以看出,随机存储项栈是一个可并行处理的程序模块。

### 3. 向量加工

随着大规模集成电路技术的发展,多处理机的复合系统和向量计算机的研制,日益受到人们的重视。现在通常采用的算法是串行的,因此建立并行算法和实现并行处理是一个有待研究的重要课题。

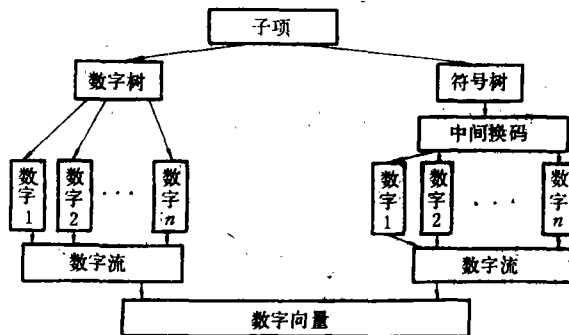


图 4

我们在用机器进行微分公式推导的过程中发现，其多项式的计算量和所需要的存储空间有着指数增长的趋势。对于方程右端为二次多项式的情形，存储量已近  $10^6$  字

长的存储空间。因此，为节省计算时间和减少存储空间，实现并行加工是一个重要的问题。

在我们的设计中，将子项的树状结构并行分解为数字树和符号树，再将需要进行逻辑运算的符号码(通常情况下，机器所限定的字符运算功能是很有限的!)通过中间换码，变成了对数字信息的算术运算。对于方程右端为二次多项式的情况，把求解文字型微分方程组最后归结为求解 16 个单元一组的向量数组。

通过上述方法，我们就将对文字型的微分方程组的公式推导，通过代数方法将问题归结为多项式运算，最后又将文字型多项式的运算转换成数字信息流的向量计算，从而实现了并行加工的过程。

#### 4. 分层有向网络

应当指出，人工智能问题与一般的信息加工不同。如果把任一组输入信息，经过加工得到一定的输入结果，看作是一个事件的发生。那么，在人工智能的情况下，任一事件发生的概率都具有随机的性质，这是人工智能中的重要特征。

在数学机械化的问题中，用机器进行

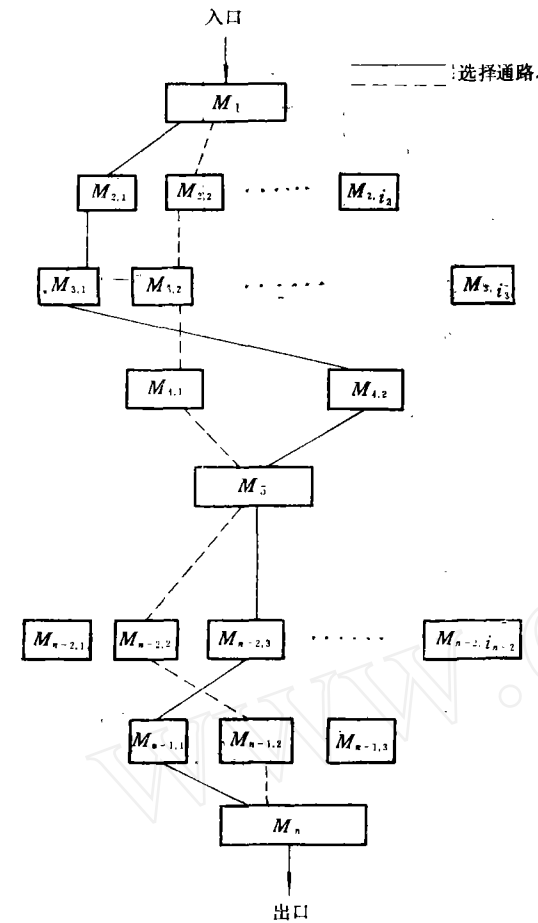


图 5

推演的算法是事先给定的，而在机器实现过程中的具体处理和运行步骤，则在很大程度上依赖于所产生的中间结果的判定，每前进一步都要求机器自动进行判定、选择和枚举，因此用机器进行定理证明和公式推导是一个随机性很强的探索过程。为此，我们在系统设计时 DEPS 分成若干层次，每一层又有若干功能的程序模块层次是按前进方向划分的，因此整个系统是由若干层次、每一层又有若干模块构成的一个有向网络。

机器推演自顶向下进行，在每一层中可以选取各种可能的组合方式，这样一层一层的向前选择通路，在一般情况下，最终要求的结果总可以在一定的组合情况下推出。这样一来，整个机器的推演过程就变成了一个在有限步骤内的穷举问题。

在每一层次中可以进行横向探索，对于不同的层次，可自顶向下进行纵向搜索，因此分层有向网络可以选取串并行加工的通路。

本工作得到了秦元勋教授和北京大学吴允曾教授的指导和帮助，对此作者深表感谢。

## 参 考 文 献

- [1] 刘尊全、秦朝斌, FORTRAN 语言的非数值应用, 计算机学报, 3 (1980), 280—285.  
[2] 刘尊全、秦朝斌, 微分方程公式的机器推导 (II), 科学通报, 5 (1981), 257—258.

**VECTORIAL PROCESSING IN MECHANIZATION OF  
MATHEMATICS**

LIU ZUN-QUAN

*(Institute of Applied Mathematics, Academia Sinica)*

QIN CHAO-BIN

*(Institute of Mechanics, Academia Sinica)*

www.cnki.net