

所以

$$n_{\sigma} = \frac{\eta\sigma_b}{\Psi'\sigma_a + \eta\sigma_m} \quad (11)$$

#### 四、结 论

1. 当构件的特征(即 $\eta$ )及材料确定之后,则 $\sigma_i^D$ 、 $r_Q$ 、 $r_D$ 、 $r_R$ 就为一确定的数值,这些参量将构件的整个安全区按构件强度的控制因素(疲劳或屈服)划分为五个范围,并指明了与之相对应的计算公式即式(1)、式(2)及文中导出的式(11),见表3.

2. 当构件工作时,由 $r$ 及 $\sigma_i$ 所处的范围可唯一地确定构件强度的受控因素,并指明应选用的计算公式,见表3.

本文的材料机械性能方面,讲师石铁君同志曾给予帮助,在此致谢.

表 3

构件 $\sigma_i$ 所处的范围	构件 $r$ 所处的范围	控制强度的因素	强度计算应选用的公式
$\sigma_i < \sigma_i^D$	$r < r_Q$	疲劳	式(1)
	$r > r_Q$	屈服	式(2)
$\sigma_i > \sigma_i^D$	$r < r_D$	疲劳	式(1)
	$r > r_R$	屈服	式(2)
	$r_R > r > r_D$	疲劳	式(11)

#### 参 考 文 献

- [1] 刘鸿文主编(浙江大学等九院校合编),材料力学,人民教育出版社(1979).
- [2] 杜庆华等编著,材料力学,人民教育出版社(1958).
- [3] 孙训方等编,材料力学,高等教育出版社(1964).
- [4] «机械设计手册»联合编写组编,机械设计手册,燃料化学工业出版社(1970).

## 二级轻气炮性能的近似计算方法

魏叔如 蔡尔华

(中国科学院力学研究所)

#### 符 号

$A$  面积[米<sup>2</sup>]  
 $a$  声速[米/秒]  
 $\bar{a}$  见方程(4),(5)  
 $\alpha$  火药气体余容[厘米<sup>3</sup>/公斤]  
 $\gamma$  比热比  
 $D, d$  直径(见图1)[米]  
 $f$  火药力[公斤力·厘米/公斤]  
 $G$  轻气体质量[公斤]  
 $\bar{G}$  火药装药量[公斤]  
 $L, l$  长度(见图1)[米]  
 $M$  弹丸质量[公斤]  
 $\bar{M}$  活塞质量[公斤]  
 $P$  压力[大气压]  
 $\rho$  密度[公斤/米<sup>3</sup>]

$T$  温度[K]  
 $u_p$  活塞速度[米/秒]  
 $u_i$  弹丸速度[米/秒]  
 $W$  容积[米<sup>3</sup>]  
 $X_p$  活塞行程[米]  
 下标:  
 0 燃烧室  
 1 压缩管;轻气体初始状态  
 2 激波后状态  
 3 反射激波后状态  
 $'$  活塞停止时状态

#### 一、前 言

二级轻气炮的性能计算是在轻气炮设计中

本文于1981年7月1日收到.

选择几何参数和在调试中选择装填条件的依据,国内外的许多研究者对它已作过深入的研究.以 $q$ 方法(这是一种用差分法来求解一维流体力学方程组的方法,计算中为通过激波在方程中引入了一个拟粘性项 $q$ , $q$ 方法因之得名)为代表的数值计算方法<sup>[1,2]</sup>,能较好地满足设计和调试中选择参数的要求,但计算工作量一般很大.然而,在轻气炮的调试过程中(特别是在初调中),往往要求很快地作一些估算;同时,即使在数值计算过程中,为节约机时和定性判断机器计算的正确性,也希望作一些简捷的计算.由此可见,简捷的近似计算方法还是需要的.但是,现有的一些近似方法<sup>[2,4-7]</sup>,不仅其中所作的不合理的限制性假设太多,与实验结果相差较大,而且计算起来也不方便.为此,我们在 Seigal, A. E.<sup>[8]</sup> 理论的基础上提出了一个近似计算方法.这个方法在理论上能自圆其说,与实验结果符合较好,而且计算简单.

## 二、基本假设

图1(a)是火药驱动活塞型二级轻气炮的示意图.炮的发射过程是:首先由电发火头点燃火药,当燃烧室中的火药燃气压力达到一定值(由人为给定)时,后膜片破裂,活塞开始运动并压缩发射前充入压缩管中的轻气体,当轻气体压力达到规定值(亦由人为控制)时,前膜片破裂,弹丸开始运动.在活塞、弹丸同时向前运动一段时间后,活塞先挤入压缩管与发射管间的锥形过渡段而停止运动,弹丸则继续沿发射管向前运动直至从炮口射出.

在计算模型中如要完全重现上述过程,计

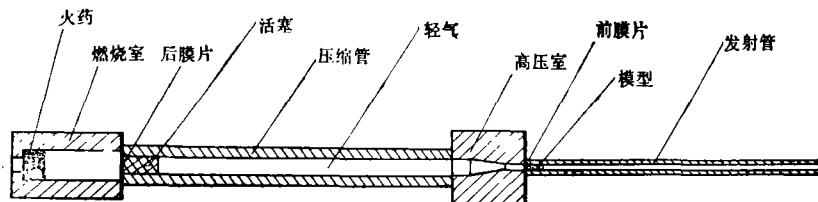


图1(a) 二级轻气炮简图

算将非常复杂.为了简化计算,我们作了一些必要的,理论上能自圆其说,而且对主要结果影

响不太大的物理假设,使得火药燃烧、活塞运动、轻气体压缩和弹丸运动过程可以分开进行处理,并沿用一级气体炮和激波管计算中的一些方法与结果.在我们的近似方法中所作的主要假设是:

- 1) 活塞开始运动时,火药已全部燃烧;
- 2) 活塞停止运动的瞬间,弹丸开始运动;
- 3) 压缩管中轻气体的压缩开始是激波压缩,当激波从前膜片反射回到活塞后,轻气体的进一步压缩是等熵压缩;
- 4) 火药燃气、轻气体是有等比热比的理想气体;
- 5) 略去气体与管壁的传热,略去气体、活塞、弹丸与管壁的摩擦.

根据这些假设,在我们的计算方法中,炮的

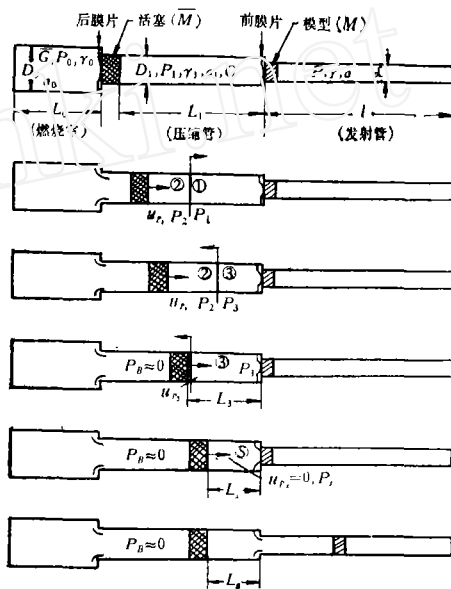


图1(b) 二级轻气炮动作示意图(计算模型<sup>1)</sup>)

发射过程(计算模型)是:

点燃火药,在火药燃毕瞬间,后膜片破裂,活塞开始运动并压缩轻气体.轻气体中由活塞运动产生的激波向前传

1) 在计算中,高压管—发射管间锥形过渡段折合成压缩管长度加在压缩管原有长度上.

播并在前膜片上反射,当反射激波到达活塞前表面时,激波不再反射,轻气体的进一步压缩是等熵的. 活塞最后在距离前膜片  $L_s$  处停止运动,与此同时,前膜片破裂,弹丸开始运动,直至从炮口射出(见图 1(b)).

### 三、计算方程的推导

#### 1. 火药燃烧

沿用火炮内弹道学中常用的火药定容燃烧假设,火药全部燃毕时燃气压力  $P_0^{[1]}$  为:

$$P_0 = f / [(W_0/\bar{G}) - \alpha] \quad (1)$$

火药气体总温  $T_0$  及声速  $a_0$  由火药力  $f$  的定义有

$$T_0 = f\bar{\mu}/R \quad (2)$$

$$a_0^2 = \gamma_0 R T_0 / \bar{\mu} = f\gamma_0 \quad (3)$$

这里,  $R$  是通用气体常数,  $\bar{\mu}$  是火药燃气的平均分子量.

#### 2. 活塞运动

##### (1) 压缩管为真空时的活塞运动

为了讨论的方便,我们暂先假定压缩管为真空. 这样,活塞运动问题便与一级火药气体炮中弹丸运动问题基本相同,而一级火药气体炮问题已有许多成熟解法,我们完全可以引用. 文献[8]用特征线法对不同几何参数和装填条件的炮在电子计算机上进行了大量计算,得到了一系列的图线. 他将 Pidduck-Kent 特解与这些结果进行了比较,发现 Pidduck-Kent 特解与数值计算结果符合得很好,如图 2 所示(详见文献[8]中的图 21). 因此,在我们的近似计算方法中,用 Pidduck-Kent 特解来描述压缩管为真空时的活塞运动. Pidduck-Kent 特解是

$$\frac{u_{P_1=0}}{a_0} = \frac{2\sqrt{\tilde{a}_0}}{\gamma_0 - 1} \cdot \sqrt{1 - \left[1 + \frac{X_P/L_0}{A_0/A_1}\right]^{1-\gamma_0}} \quad (4)$$

其中,  $\tilde{a}_0$  是求特解过程中引入的一个参数,它与  $\bar{G}/\bar{M}$  和  $\gamma_0$  有如下的关系(详见文献[3]第九章)

$$\frac{\bar{G}}{\bar{M}} = \frac{2\gamma_0}{\gamma_0 - 1} \tilde{a}_0 (1 - \tilde{a}_0)^{\gamma_0/1-\gamma_0}$$

$$\cdot \int_0^1 (1 - \tilde{a}_0 x^2)^{1/(\gamma_0-1)} dx \quad (5)$$

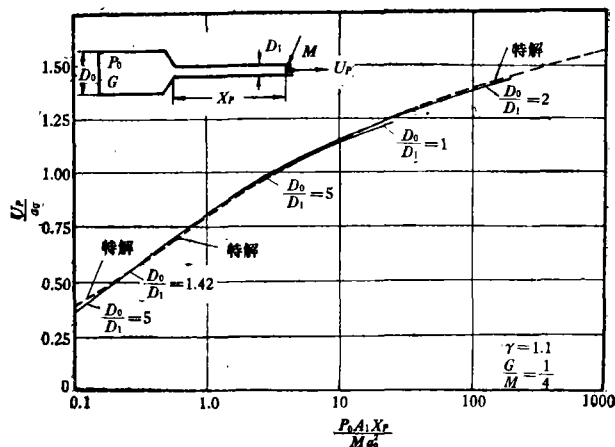


图 2 Pidduck-Kent 特解与数值计算结果比较<sup>[8]</sup>

对于一般火药气体,假定  $\gamma_0 = 1.25$ , 方程(5)变为

$$\frac{\bar{G}}{\bar{M}} = 10\tilde{a}_0 (1 - \tilde{a}_0)^{-5} \cdot \left(1 - \frac{4}{3}\tilde{a}_0 + \frac{6}{5}\tilde{a}_0^2 - \frac{4}{7}\tilde{a}_0^3 + \frac{\tilde{a}_0^4}{9}\right) \quad (6)$$

#### 3. 压缩管中充有轻气体时的活塞运动

由于实际情况是,压缩管中不仅有轻气体,而且其压力随着活塞向前运动而增加,因此,必须对方程(4)进行修正. 为此,文献[8]作了一个假定,即活塞由于反压引起的速度损失百分比,对于各种不同类型的炮有近似相同的函数关系. 显然,用等底压炮 ( $P_0 = \text{const}$ , 如图 3 所示) 来推导这一关系是最简单的. 由牛顿运动定律,活塞的运动方程是

$$\bar{M} \frac{du_P}{dt} = \bar{M} u_P \frac{du_P}{dX_P} = A_1 (P_0 - P_f) \quad (7)$$

压力  $P_f$  等于激波后的轻气体压力  $P_2$  且为

$$P_f = P_2 = P_1 \left[1 + \frac{\gamma_1(\gamma_1 + 1)}{4} \left(\frac{u_P}{a_1}\right)^2 + \frac{\gamma_1 u_P}{a_1} \sqrt{1 + \left(\frac{\gamma_1 + 1}{4}\right)^2 \left(\frac{u_P}{a_1}\right)^2}\right] \approx P_1 \frac{\gamma_1(\gamma_1 + 1)}{2} \left(\frac{u_P}{a_1}\right)^2 \quad (8)$$

将方程(8)代入式(7)后得

$$u_p^2 = \frac{2a_0^2(P_0 - P_1)}{\gamma_1(\gamma_1 + 1)P_1} \left[ 1 - \exp \left( \frac{-\gamma_1(\gamma_1 + 1)P_1 A_1 X_p}{\bar{M} a_0^2} \right) \right] \quad (9)$$

又,在等底压炮中,压缩管为真空( $P_1 = 0$ )时的活塞速度  $u_{P_1=0}$  为

$$u_{P_1=0} = \sqrt{2P_0 A_1 X_p / \bar{M}} \quad (10)$$

因此,在等底压炮中,由于反压引起的活塞速度损失,可由方程(9)除以式(10)得到

$$\frac{u_p}{u_{P_1=0}} = \sqrt{\left(1 - \frac{P_1}{P_0}\right)(1 - e^{-\gamma})/\gamma} \quad (11)$$

其中,

$$\gamma = \gamma_1(\gamma_1 + 1)P_1 A_1 X_p / \bar{M} a_0^2 \quad (12)$$

方程(11)可一直用到活塞前后压力相等.

它虽然是由等底压炮推出的,但它适用于任何其它炮,且与数值计算结果符合得很好<sup>[8]</sup>.

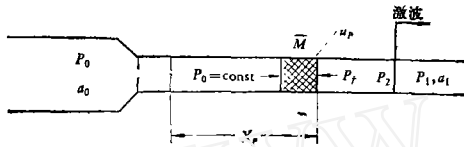


图3 有反压时活塞速度方程的推导

#### 4. 压缩管中轻气体的压缩

活塞的运动在轻气体中引起激波,激波沿压缩管向前传播并在前膜片上反射.根据激波管理论<sup>[8,12]</sup>,激波和反射激波前后气体的状态参数(见图4)有如下的关系

$$\bar{P} = \frac{P_2}{P_1} = 1 + \frac{\gamma_1(\gamma_1 + 1)}{4} \left(\frac{u_p}{a_1}\right)^2 + \frac{\gamma_1 u_p}{a_1} \sqrt{1 + \left(\frac{\gamma_1 + 1}{4}\right)^2 \left(\frac{u_p}{a_1}\right)^2} \quad (13)$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = (1 + \Gamma \bar{P}) / (\Gamma + \bar{P}) \quad (14)$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \bar{P} / (\rho_2 / \rho_1) \quad (15)$$

和反射激波前后的参数关系

$$\frac{P_3}{P_2} = [(\Gamma + 2)\bar{P} - 1] / (\Gamma + \bar{P}) \quad (16)$$

$$\frac{\rho_3}{\rho_2} = (\Gamma P_3 / P_2 + 1) / (P_3 / P_2 + \Gamma) \quad (17)$$

合并上述各式还可得到

$$\frac{\rho_3}{\rho_1} = \gamma_1 \bar{P} (\Gamma \bar{P} + 1) / [(\gamma_1 - 1)\bar{P} + 1] \times (\Gamma + \bar{P}) \quad (18)$$

$$\frac{P_3}{P_1} = \bar{P} P_3 / P_2 = \bar{P} [(P + 2)P - 1] / (\Gamma + \bar{P}) \quad (19)$$

$$\frac{T_3}{T_1} = (P_3 / P_1) / (\rho_3 / \rho_1) \quad (20)$$

其中,  $\Gamma = (\gamma_1 + 1) / (\gamma_1 - 1)$ .

严格地说,方程(13)~(20)仅适用于活塞被突然加速到一个常值速度  $u_p$  的情形.可是,现在情况是,活塞速度  $u_p$  (因而激波强度)随着活塞行程  $X_p$  的增加而增加,这显然是一个变激波强度的问题,它的严格处理是异常复杂的.在我们的近似计算中,方程(13)中的活塞速度  $u_p$  取反射激波到达活塞前表面时对应的活塞速度  $u_{p_3}$  (此时,活塞行程  $X_p = L_1 - L_3$ ).计算表明,这样做对弹丸出口速度引起的误差很小.

反射激波到达活塞前表面时活塞的行程  $X_p = L_1 - L_3$ , 由压缩管中轻气体的质量守恒得

$$L_1 \rho_1 A_1 = L_3 \rho_3 A_1 \text{ 或 } L_3 / L_1 = \rho_1 / \rho_3 \quad (21)$$

而  $\rho_3 / \rho_1$  由方程(18)得到.

活塞速度  $u_{p_3}$ , 可将  $X_p = L_1 - L_3$  代入方程(4)和(11)得到为

$$\frac{(u_{P_1=0})_3}{a_0} = \frac{2\sqrt{\bar{a}_0}}{\gamma_0 - 1} \times \sqrt{1 - \left[1 + \frac{(L_1 - L_3)/L_0}{A_0/A_1}\right]^{1-\gamma_0}} \quad (22)$$

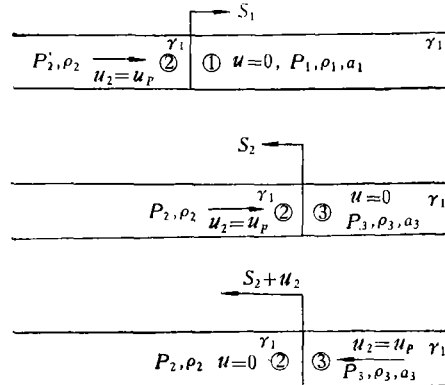


图4 激波及反射激波前后参数关系

$$\frac{u_{p_3}}{(u_{p_1=0})_3} = \sqrt{(1 - P_1/P_0)(1 - e^{-y})/y} \quad (23)$$

$$y = \gamma_1(\gamma_1 + 1)P_1A_1(L_1 - L_3)/\bar{M}a_1^2 \quad (24)$$

### 5. 活塞停止运动时轻气体的状态

根据基本假设,在反射激波到达活塞表面后,轻气体的进一步压缩是等熵过程(直至活塞停止运动)。这样,活塞停止时轻气体的状态参数,可由等熵方程得到为

$$P_s/P_3 = (T_s/T_3)^{\gamma_1/(\gamma_1-1)} \quad (25)$$

$$\rho_s/\rho_3 = (T_s/T_3)^{1/(\gamma_1-1)} \quad (26)$$

$$a_s/a_3 = (T_s/T_3)^{1/2} \quad (27)$$

活塞停止时,其前表面与前膜片的距离  $L_s$ ,由压缩管中轻气体的质量守恒得到为

$$L_s/L_1 = \rho_1/\rho_s \quad (28)$$

在上述四个方程中有五个未知量( $P_s, \rho_s, T_s, a_s, L_s$ ),要确定它们还缺一个方程,这个方程由活塞和轻气体的能量守恒提供。我们假定活塞停止运动后,其全部动能转换成轻气体的能量,且略去这期间火药气体对活塞所做的功(换句话说,在活塞速度到达  $u_{p_3}$  后不再加速),则有

$$T_s/T_3 = 1 + \frac{\bar{M}(\gamma_1 - 1)}{2G} \left(\frac{T_1}{T_3}\right) \left(\frac{u_{p_3}}{a_1}\right)^2 \quad (29)$$

### 6. 弹丸的运动

根据基本假设,在活塞停止运动瞬间,弹丸开始运动。因此,轻气炮的第二级可以看成是药室直径为  $D_1$  (截面积为  $A_1$ ),长度为  $L_s$ ,装药量为  $G$ ,药室总压和声速分别为  $P_s$  和  $a_s$  的一级气体炮[见图 1(b)],从而,弹丸运动可以用一级炮的结果并用 Pidduck-Kent 特解来描述。我们对照方程(4)、(5)和(11)、(12)得到,发射管为真空时的弹丸出口速度  $u_{i_0}$  为

$$\frac{u_{i_0}}{a_s} = \frac{2\sqrt{\tilde{a}_s}}{\gamma_1 - 1} \sqrt{1 - \left[1 + \frac{l/L_s}{A_1/A}\right]^{1-\gamma_1}} \quad (30)$$

其中,  $G/M$  与  $\tilde{a}_s$  的关系,由方程(5),在  $\gamma_1 = 1.4$  (轻气体为氢)时变为

$$\begin{aligned} G/M &= 7\tilde{a}_s(1 - \tilde{a}_s)^{-3.5} \left[ \frac{1}{6} (1 - \tilde{a}_s)^{2.5} \right. \\ &+ \frac{5}{24} (1 - \tilde{a}_s)^{1.5} + \frac{5}{16} \sqrt{(1 - \tilde{a}_s)} \\ &\left. + \frac{5}{16} \sin^{-1} \sqrt{\tilde{a}_s} / \sqrt{\tilde{a}_s} \right] \quad (31a) \end{aligned}$$

在  $\gamma_1 = 5/3$  (轻气体为氦)时为

$$\begin{aligned} G/M &= 5\tilde{a}_s(1 - \tilde{a}_s)^{-2.5} \left[ \frac{1}{4} (1 - \tilde{a}_s)^{1.5} \right. \\ &+ \frac{3}{8} \sqrt{(1 - \tilde{a}_s)} \\ &\left. + \frac{3}{8} \sin^{-1} \sqrt{\tilde{a}_s} / \sqrt{\tilde{a}_s} \right] \quad (31b) \end{aligned}$$

发射管中有压力为  $P$  的气体时,出口速度  $u_i$  由下式修正

$$u_i/u_{i_0} = \sqrt{(1 - P/P_s)(1 - e^{-y})/y} \quad (32)$$

$$y = \gamma(\gamma + 1)PAI/Ma^2 \quad (33)$$

一般情况下,用手算(台式计算机)半个小时可以计算一个工况。

## 四、计算结果及与实验结果的比较

我们用中国科学院力学研究所二号二级轻气炮的参数进行了计算,结果如图 5—图 8 所示。从计算结果可以得出如下结论:

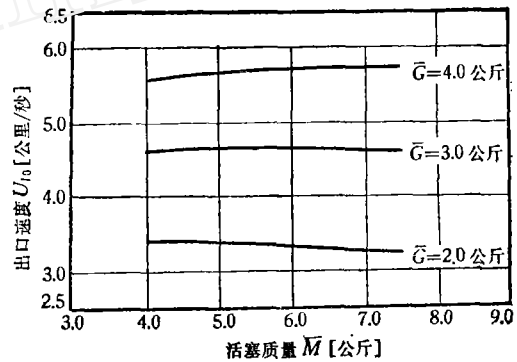


图 5 活塞质量对弹丸出口速度的影响  
工质为  $H_2$ ,  $M = 30$  克,  $P_1 = 20$  大气压

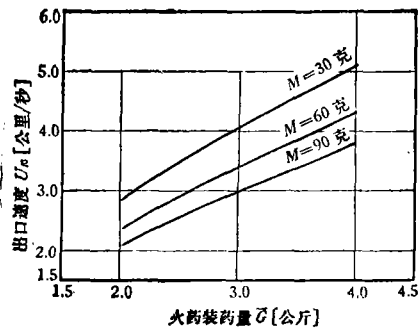


图 6 火药装药量对弹丸出口速度的影响  
工质为  $H_2$ ,  $\bar{M} = 7.5$  公斤,  $P_1 = 25$  大气压

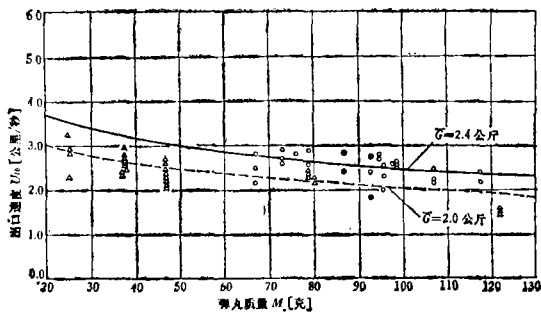


图7 弹丸质量对弹丸出口速度的影响  
 $\bar{M} = 7.2$  公斤,  $P_1 = 25$  大气压, 工质为  $H_2$   
 理论 实验  $\bar{G}$   
 ———— o 2.4 公斤  
 - - - - - Δ 2.0 公斤

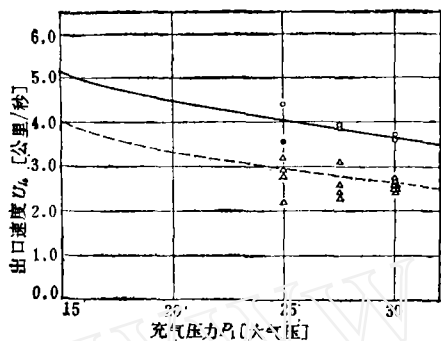


图8 轻气充气压力对弹丸出口速度的影响  
 $\bar{M} = 7.2$  公斤, 工质为  $H_2$   
 理论 实验  $\bar{G}$  M  
 ———— o 2.8 公斤 28 克  
 - - - - - Δ 2.0 公斤 25 克

1. 出口速度  $u_i$  随火药装药量  $\bar{G}$  的增加而

增加(如图6所示,亦可从图5、7、8看出),随弹丸质量  $M$  和轻气充气压力  $P_1$  的增加而减小(如图7和图8所示)。

2. 活塞质量  $\bar{M}$ , 在一定范围内, 对出口速度影响不大(如图5所示)。

计算结果与力学所二号轻气炮的实验结果进行了比较。比较表明, 无论在定性上还是在定量上都与实验结果符合得很好(如图7和图8所示)。实践证明, 本近似计算方法在轻气炮调试中(特别是在初调中)是很方便实用的。

本文承卞荫贵同志仔细审阅, 特此致谢。

### 参 考 文 献

- [1] Piacesi, R. et al., AD 423 798.
- [2] Baer, P. G. and Smith, H. C., AD 423 798.
- [3] 康纳, 内弹道学, 国防工业出版社, 1958年.
- [4] Charters, A. C. et al., NACA, TN 4143 (1957).
- [5] Curtis, J. S., Third hypervelocity techniques symposium, Denver, Colorado, March (1964).
- [6] Socha, M. S. and Jain, V. K., *Applied Scientific Research*, Section A, 7, 5 (1958).
- [7] Stephenson, W. B., AD 256 571.
- [8] Seigal, A. E., AD 475 660.
- [9] Canning, T. N. et al., AD 713 915.
- [10] Seigal, A. E., AD 276 509.
- [11] 谢列伯良可夫, 身管武器和火箭内弹道学, 国防工业出版社, 1965年.
- [12] Glass, I. I. and Hall, J. G., Shock Tubes, Handbook of Supersonic Aerodynamics, Section 18, Navord Report 1488(6), US Government Printing office, Washington, DC (1959).

## 压电晶体应力传感器匹配误差的试验研究

张 文 光

### 一、引言

用应力传感器对固体介质中的应力进行测量时, 一般将传感器埋置在被测的介质中。由于传感器的弹性模量与介质的弹性模量不一致, 传感器的变形会引起其周围介质的应力重新分布, 使传感器上受到的实际应力不同于自由场的应力, 由此而产生的误差称为匹配误差。

我们以我们在自由场应力测量中所用的压电晶体应力传感器做了一些试验, 得到了传感器在几种介质中的动态和静态的匹配误差, 研究了传感器的弹性模量  $E_s$  与介质的弹性模量  $E$ , 之比  $E_s/E$ , 对于匹配误差的影响, 从实验的

本文于1980年11月30日收到。