

# 随机振动

曾春华 (中国科学院力学研究所)

随机振动作为一门学科正式出现,还是五十年代初期的事情,它是随着科学技术的发展,特别是电子计算机的广泛应用而迅速发展起来的一门新兴学科。今天,可以毫不夸张地说,在现代科学中,差不多已经没有什么领域不存在随机振动问题。

## 随机振动的普遍性

在自然界中普遍存在着随机振动现象。例如汽车和各种运输车辆行驶时,由于受到随机激励,就会产生随机振动。铁路轨道和桥梁在动载荷作用下会产生随机振动。机器中的齿轮,由于加工过程中难免产生疵点、齿厚不均或间隙不均,工作时就会产生随机振动。各种机件中的滚动轴承,由于滚珠或滚子大小的微小差别或槽边形状的微小差别,工作时会使滚动轴承产生随机振动。金属切削加工时,由于工作表面高低不平或材料厚薄不均也会使刀具或刀架产生随机振动。

航空和宇航工程中,喷气发动机、火箭、导弹、人造卫星、宇宙飞行器发射时,在发动机燃烧室内,由于燃料与氧混合得不均匀,使各处燃烧的局部放热快慢不同,就会引起局部压力在时间和空间上都作随机变化,从而导致噪声和随机振动。

地震实际上就是一种复杂的随机振动。波浪和阵风对船舶、堤坝、码头和建筑物的冲击,也是一种复杂的随机振动。

化工、石油、冶金工业中装有液体或汽液混合物或固体金属粉末的各种金属壳体结构,当进行热交换或搅拌时,容器就会产生随机振动。

在鼓风机、燃气轮机、压缩机、管道和喷管中,当流体与所接触的固体表面有相对运动,而且平均相对速度与流体粘度之比较大时,固体表面附近的流体就会处于湍流状态,致使固体表面受到随机干扰,从而产生随机振动。

在某些场合,随机振动会给人们带来极大的危害,例如波浪、机械和运输系统中的随机振动会造成巨大损失,工程史上已发生很多起桥梁被振断的严重事故。一次强烈的地震会使一座美丽的城市顿时变成一片废墟,成千上万的居民家破人亡。随机振动又会使机械性能和精度减少,强度降低。随机噪声振动还会使人

神经失常,引起心脏病,甚至大大缩短人的寿命。

正因为随机振动问题这么普遍而又具有严重的危害性,所以近一二十年来,这个课题的研究得到了迅速的发展,形成了一门专门的学问。

## 随机振动的特点

所谓随机振动,就是指不可能用时间函数来描述,也不可能预测某一时刻确定值的振动。或者说,随机振动是指在振动过程中质点运动没有规律的周期,而且过程永不重复的振动现象。

例如大气湍流对机翼的作用,地震对地面建筑物的作用,凹凸不平路面对汽车的作用等等,都是由于随机激励导致的随机振动。应该指出,随机振动与一般的振动(例如自由振动、阻尼振动、自激振动等)有着本质的区别,一般的振动都是属于确定性的或有规则的振动,可以用时间的确定函数来描述。而随机振动指的并不是单个现象,而是一个包含着大量现象的集合,从该集合中的单个现象来看似乎是杂乱无章的,但从一个集合的总体来看,却存在着一定的统计规律性,随机振动不能用时间确定函数描述,不能用简单的函数或这些函数的组合来表达,只能用概率或统计的方法来描述其数量的规律。

就随风颤动的树叶来说,它的运动显然是一种随机振动。由于风向、风力的变化,树叶承受着随机激励,以随机的方式来回运动,树叶运动的大小和变化率,不仅取决于风力激励的强弱,还与树叶系统的质量、刚度及固有的阻尼有关,要研究它,只能用概率和统计的方法。

在机械设计中,我们首先必须调查该机器的运用环境和条件,然后预测在这种条件下机器性能的发挥情况,这种预测免不了带有某种不确定性。在随机振动问题中,我们首先也必须调查振源(如路面的不平度、机械噪声、地震等)的特性,预测机器各部分对这振源的响应,然后再根据既定标准来评价这个响应。按既定标准来确定机器的特性(如材料、尺寸、形状、装配方法等)时,当然也要考虑到加工、维修及成本等经济问题。但是无论是振源问题还是机器特性都带有某种不确定性,因而待评价的机器响应也带有不确定性。这种不确定性是随机振动的一个特点。

随机振动主要研究什么呢?随机振动主要是研究承受随机激励时,系统运动的统计(或平均)特性、激励的统计特性以及振动系统本身动力特性之间的关系。譬如对上面提到的树叶振动来说,这种随机振动就是要研究树叶运动的统计特性和风力的统计特性,以及树叶本身动力特性(即树叶的质量)、刚度和阻尼之间的关系。

图1表示某系统作随机振动时可能发生的运动时间历程中的一段,图线把从任一基准算起的位移 $x$ 表示成时间 $t$ 的函数,由于运动是随机的,所以在任一给定时刻 $t=t_0$ 时, $x$ 的精确值不可能精确地预计,我们最多只能求出 $x$ 在时刻 $t_0$ 取值于某一区间的可能性或概率。

在数学上,要采用处理确定现象的方法来解决随机振动问题是非常困难的,关键在于随机激励是不确定的。现在解决随机振动问题,一般都采用统计的方法,因为我们可以从一个大量现象的集合中取出多个样本,从中整理出这一集合所具有的倾向性或统计规律性,而不去计较各个样本本身,也就是说,目前解决随机振动问题的手段是利用概率论。因为对于随机振动,虽然不可能用时间函数来描述它,也不可能预测它在任何时刻的确定性,但是可以考虑它取值于某个范围内的概率。在同样条件下,如果我们对这种随机振动重复地进行测量和记录,就会发现尽管这种测量和记录绝不相同,但它们的统计性质(譬如平均值)往往大致相同,所以可利用统计理论来处理它。

### 随机振动的研究方法

随机振动最明显的特点是非周期性,因而瞬时值不能预测,与简谐运动或复合周期运动不同。对于周期性的振动,可用振幅、频率、相位特性来描述;而对随机振动,只能用平均值、均方值、均方根值、幅值概率分布、幅值概率密度、功率谱密度等来表示,这些值的分布是可以数学公式计算或推导出来的。

解决随机振动问题和解决一般振动问题一样,无非是从系统的输入、输出以及系统的特性三者之中,知其二者而确定第三者。为解决这样的问题,通常要实测输入、输出的随机振动或系统的特性参数,然后

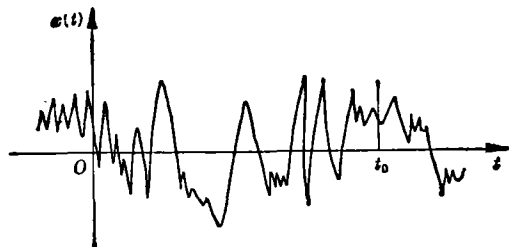


图 1

对这些数据进行分析,根据振动分析的结果,确定相应对策,再根据其他的目的要求,剩下需要解决的只是具体设计问题。但是要使理论分析适用于实际问题,还必须对其前提条件进行充分研究,更不用说理论计算的结果还必须用实验数据来加以证实。为了达到上述目的,通常采用模拟试验,包括相似实验(主要利用计算机)、模型试验、实物试验等。

一般在进行现场试验有技术困难,或者虽然无技术困难但有经济困难时,往往就采用模拟试验。虽然在模拟试验中不能再现实地条件,但其试验结果应该在实地条件下也能充分成立,为此,进行模拟试验时,要根据它的目的和条件来考虑各种各样的因素。例如,如果问题是考虑随机振动引起的损伤时,必须考虑在比实地更为苛刻的条件下来进行试验,只有这样才能保证最低限度的寿命。但是也有无法在这样苛刻条件下进行试验或对实地条件一无所知的情况,即使那些在理论上来说有可能完全实现实地条件的严密模拟试验,实现起来也并不那么简单。因此,尽管采用在实地进行测定、记录、然后再现的方法,要把湍流、突风、噪声、地震、海浪、路面等的随机振动在试验中严密地再现也还是相当困难的。

关于随机振动的模型试验,已经发表了许多文章,有的国家并制定了规范,如MIL规范(即美国航空空间和地面装置的军用标准环境试验方法)给出了模拟试验的一般标准,IEC环境试验技术委员会的振动与冲击组提出将随机振动试验明确规定为:宽带试验、扫描试验和特定的窄带试验等三种方案,ISO/TC108机械振动与冲击技术委员会也制订了随机振动的规范。

对于非线性随机振动,问题就更加复杂,最麻烦的是系统的输出已不再遵循高斯分布。遵循高斯分布的振动可以看作是由许多相互无关的微小变动分量集合而成的,因此将它作为输入加到线性系统中,根据迭加原理,系统的输出仍然遵循高斯分布。但在非线性系统的情况下,迭加原理不再成立,输出中的各微小变动分量已不再是相互无关的了,所以输出不再遵循高斯分布,也就是说,非线性系统输出的统计特性不可能仅仅取决于平均值与均方差,而要研究高次矩的谱密度。

要直接求解非线性随机振动是十分困难的,除了福克-普朗克法以及傅里叶级数的Rice法等严密解法外,一般都采用近似解法,如等价线性化法、摄动法、泰勒-科希变换法、统计描述函数法等。应用最广泛的是等价线性化法,它实际上是克雷洛夫-鲍戈柳鲍夫(Крылов-Боголюбов)等价线性法在随机过程问题中的推广。它首先将表征非线性的函数用等价线性

函数来代替,根据两者的均方差取最小值来确定该等价线性函数,在计算均方差时,必须先对响应的概率密度作某种假设,通常可近似地把它看作高斯分布(平均值为零,方差待定),因而响应的方差作为待定常数包括在等价线性化函数中.解线性化运动方程来求系统的方差时,这一待定常数照样保留着,从而得到某个关系式,只要从这关系式确定了方差,就能确定等价线性化函数.

### 成就与展望

近年来,随机振动的重要性大大增加了.十年前,工程和应用学科专业的大学课程,还很少提及随机振动,而现在,随机振动已是这些专业的必修课程.随机振动的应用也远远超出了通常的工程领域.

从五十年代起,随机振动理论与方法就开始运用于火箭和航空领域,以后迅速地应用到其他领域.例如黑克(Heck)已经研究了有限长圆筒壳体(火箭壳体)的模态密度,他在假设没有液态载荷、没有内压和端部筒支条件下,得出了简化的求解薄壳火箭壳体方程的方法.史密斯(Smith)解决了结构声激励和结构声辐射之间的互易性问题,从而可以求出宇宙飞行器上的入射角.最近又有人成功地分析了大力神导弹对火箭发动机噪声的响应,从而使随机振动理论向前大大推进一步.

人们对承受风载、海浪和地震波的结构进行广泛的分析后发现,这种随机振动的结构仅有少数低阶振型在响应中占显著地位.这样,就可用振型迭加法合理地解决随机振动问题,而且这种方法比以前的直线积分法更为合理.

近几年,国内一些单位对电器设备抗震能力进行深入研究,发现这类随机振动可以这样解决:可以把随机的地面运动看成以设备的自振频率为卓越频率的过滤白噪声,用最大地面加速度作为地震烈度指标,瓷套抗弯极限承载力可视为正态分布的随机变量.

由于科学技术的飞速发展,特别是从七十年代起,由于电子计算机应用的普及以及快速傅里叶变换算法的出现,使随机振动数据分析速度在短短几年内提高了好几个量级,使“实时”分析成为现实.这在随机振动研究上是一个重大的飞跃,不仅可以很方便地处理机械的随机振动问题,而且在自动控制、资源勘探、信息分析处理等许多领域也取得了很大的成果,随机振动理论在这些领域已深深扎根.

非线性随机振动近似解法的出现,使许多过去认为无法解决的疑难问题,譬如杆件涡轮叶片等随机振动时内摩擦影响的问题、非线性联轴器对曲柄轴扭振的影响问题、张弛振动和弱非线性振动的相互影响问

题、自振过程中的调节系统中的稳定性问题、无线电技术和电工学中的许多问题,还有加速器的计算、回转仪系统的不平稳问题,曲轴、离心机、涡轮转子等通过临界值的非线性随机振动问题,都可得到满意的解决.

目前世界各国都十分重视随机振动学科的研究,例如美国、英国、日本等陆续提出了非线性随机振动理论的解析方法,法国、意大利、波兰等对非线性振动问题推导了定性方法,苏联、罗马尼亚等推出了滞后系统的理论方法.最近几年,在联系和调节自动控制过程、人造卫星动力学、回转仪过程中非线性随机振动过程的解法方面都有了新的突破.国际上还不断召开专门会议,交流和讨论随机振动方面的研究成果.

但是,随机振动还是一门年青的学科,目前尚处在发展阶段,还有许多新的问题有待我们去探索.

(上接 281 页).

$\lambda=0$ , 可逆热泵的  $\eta_{ex}$  达到了 100%.

通过上述两例可以看出,

(1) 能质匹配,才能合理用焓.能量供应时,不仅要保证用户在数量方面的需要,还应注意能质的匹配.高品质能供应能质要求较高的用户,低质能可供应能质要求较低的用户.保证“好钢用在刀刃上”,让不同质的能“各得其所”.

(2) 输入能量与所需能量之间的能质差  $\Delta\lambda$  是合理用焓、能质匹配的标志.  $\Delta\lambda$  越大,则越不合理.

(3) “焓”不能简单地理解为“无效能”.从动力利用的角度看,焓是无价值的.但从可以减少能质差的角度看,正如热泵供暖中的环境焓可以发挥“稀释”高品质能的作用那样,同样是有用的.特别在供热、供暖和制冷的领域中,焓并非毫无意义.

(4) 逐级串联、分级使用的总能系统,能使焓在向焓的退化过程中,充分发挥作用,这是合理用焓的方向.例如采用燃气-蒸汽联合循环,首先在燃烧室中产生高达 1000°C 左右的燃气,以充分发挥燃料化学焓的作用,减少燃烧过程中的燃烧与传热焓损失.燃气在燃气透平中膨胀作功后温度降为 600°C 左右,再送入余热锅炉中使水产生 400~500°C 的蒸汽,让它在蒸汽透平中作功,排出的低压蒸汽还可进一步供热用户使用.这种逐级分段使用的办法,能使高品质能高级用、中质能中级用、低质能低级用,使各种能量各尽其能,充分发挥效用.

本文经清华大学王补宣教授审阅修改,特此致谢.

- [1] Rant Z., *Forschung Ing. Wes.*, 22, 1 (1956) 35
- [2] 信沢寅男, [日]《燃料及燃烧》, 46, 4 (1979) 327
- [3] 杨东华,《自然杂志》, 3 (1980) 420