联合二能级气体激光腔中输运方程的简化

朱　如　曾

(中国科学院力学研究所)

提要　本文就联合二能级气体激光器(包括流动气体激光器)证明,只要扩散速度之快足以消除空间烧孔,则在输运方程的受激发射和受激吸收项中可应用光强叠加原则,从而导出第一简化方程.进一步利用文献[7]所证明的空间烧孔消除所要求的条件表明,在一般情况下,对连续波激光器均可采用光强叠加原则.本文还进一步给出在第一简化方程中略去扩散项而得到第二简化方程的条件.同时指出,如果采用场强叠加,则不允许略去输运方程中的扩散项.

一、引　言

在计算气体激光器(包括流动气体激光器)中模式场分布及功率输出时,要将能级粒子数密度的输运方程和光波场的波动方程联立求解.由于激光模式中场的高度相干性,场能密度$\varepsilon(\boldsymbol{r}, t)$在波长尺度上就有显著变化.Rigrod[1]在输运方程的受激发射和受激吸收项中,用往返光束独自的能量密度$\varepsilon_1(\boldsymbol{r}, t)$、$\varepsilon_2(\boldsymbol{r}, t)$之和去代替$\varepsilon(\boldsymbol{r}, t)$:

$$\varepsilon(\boldsymbol{r}, t) \rightarrow \varepsilon_1(\boldsymbol{r}, t) + \varepsilon_2(\boldsymbol{r}, t) \tag{1.1}$$

我们称置换(1.1)为光强叠加原则.Rensch[2]及后来的研究者在用速率方程处理气体激光器时都采用式(1.1).但对式(1.1)的合理性至今未给出证明,其适用条件至今也未给出.因为光强叠加原则已成为气体激光器增益及场结构理论的重要基础,故严格证明其正确性,给出适用条件是十分必要的.

本文目的在于对联合二能级系统考虑气体分子扩散效应所起的平均作用,给出置换式(1.1)的适用条件;进一步给出,在采用置换式(1.1)之后,还可以忽略扩散项的条件,从而导出两类简化的输运方程.讨论联合二能级系统的意义在于:(1)它比拉姆[3]的简单二能级系统更接近实际,因而更具代表性,且处理起来又不太麻烦;(2)有些情况,例如CO_2–N_2–H_2O系统,虽然不能用联合二能级模型来计算功率和场分布,但可用这种模型来判断置换式(1.1)的适用性.

二、第一简化方程的推导及其适用条件

我们研究的是流动气体激光器,但是当流速为零时,将退化为一般的非流动的气体激光器.

我们不仅把不同的分子看作不同组元,还把处于不同能态的同种分子看作不同组元.

本文系编委谈镐生研究员推荐,于1981年3月收到.

对第 i 组元，其连续性方程是[4]

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \boldsymbol{V}\cdot\nabla n_i = -n_i\nabla\cdot\boldsymbol{V} - \nabla\cdot(n_i\boldsymbol{V}_i) + k_i \tag{2.1}$$

式中，n_i、k_i 和 $\boldsymbol{V}_i$ 分别是第 i 组元的粒子数密度、密度生成率和扩散速度，$\boldsymbol{V}$是质量平均速度．扩散速度的表示式可在文献[4]中找到．

我们处理联合二能级系统，这一概念是通常的简单二能级系统的推广而已．所谓联合二能级系统，是指在激活介质的分子中，存在一组能级，我们称之为“联合上能级”，它们和激光上能级随时处于平衡状态，而其他能级则与激光上能级直接或间接交换粒子数较慢(或交换能量较慢)．类似地，也存在“联合下能级”的概念．举例来说，拉姆处理的就是简单二能级系统[3]． CO_2-N_2-H_2O 系统流行的处理方法是三振型模型[2]和二振型模型[5]．二振型模型就是本文的联合二能级模型．定义“联合二能级”中各能级的“有效能量” ε_i 为当这个能级上的一个粒子将能量通过上激光能级而转交给激光时，激光所能获得的能量．例如，在 CO_2-N_2-H_2O 系统的二振型模型中，$N_2(v=2)$ 上的一个粒子，当它通过共振转移而交给 $CO_2(001)$ 能级时，可以得到两个 $CO_2(001)$ 分子，因而可发出两个频率为 $h\nu$ 的光子．$h\nu$ 是(001)和(100)之间的能级间隔，故 $N_2(v=2)$ 的有效能量是 $2h\nu$．“联合上能级”的总“有效能密度” E_u 为

$$E_u = \sum_i n_i\varepsilon_i \tag{2.2}$$

求和遍及“联合上能级”中所有各能级．结合此式和式(2.1)可得

$$\frac{\partial E_u}{\partial t} + \boldsymbol{V}\cdot\nabla E_u = -E_u\nabla\cdot\boldsymbol{V} - \nabla\cdot(E_u\boldsymbol{V}_u) + \lambda_u - \gamma_u + \left(\frac{dE_u}{dt}\right)_I \tag{2.3}$$

式中，$\boldsymbol{V}_u$ 是“联合上能级”中各能级分子的扩散速度的平均值

$$\boldsymbol{V}_u = \frac{\sum_i \varepsilon_i n_i \boldsymbol{V}_i}{E_u} \tag{2.4}$$

求和遍及“联合上能级”中所有各能级．E_u、λ_u 和 γ_u 分别是“联合上能级”的能量密度、激发速率和驰豫速率(对于文献[2]的情况有 $\lambda_u=0$)，$(dE_u/dt)_I$ 是受激发射所导致的“联合上能级”能量密度的变化速率，其表示式是[6]

$$\left(\frac{dE_u}{dt}\right)_I = -\Delta n\cdot\frac{Ac^3\varepsilon(\boldsymbol{r},t)}{8\pi\nu^2}g(\nu) \tag{2.5}$$

而

$$\Delta n = n_u - \frac{g_u}{g_l}n_l \tag{2.6}$$

式中，$\varepsilon(\boldsymbol{r},t)$ 是 $\boldsymbol{r}$ 处的辐射能量体密度，A是激光上能级的自发辐射速率常数，c 是光速，n_u、n_l 和 g_u、g_l 分别为上、下激光能级的粒子数密度和能级简并度，Δn 称为反转粒子数密度，$g(\nu)$ 是规一化线形因子．

同样，对联合下能级有

$$\frac{\partial N_l}{\partial t}+\boldsymbol{V}\cdot\nabla N_l=-N_l\nabla\cdot\boldsymbol{V}-\nabla\cdot(N_l\,\boldsymbol{V}_l)-\gamma_l+\lambda_l+\left(\frac{dN_l}{dt}\right)_1 \tag{2.7}$$

$$\left(\frac{dN_l}{dt}\right)_1=-\frac{1}{h\nu}\left(\frac{dE_u}{dt}\right)_1=\Delta n_1\frac{Ac^3\varepsilon(\boldsymbol{r},t)}{8\pi h\nu^3}g(\nu) \tag{2.8}$$

式中，下标 l 指联合下能级、N_l 为联合下能级的粒子数密度，其它符号与联合上能级相类似．λ_l 中也包括上能级向下能级的各种弛豫．

由于 $\varepsilon(\boldsymbol{r},t)$ 在波长范围内有显著差别，假如分子不扩散，E_u 和 N_l 在波长范围内也将有显著差异，这就是空间烧孔效应．可是，扩散效应将促使空间烧孔抹平．如果扩散速度之快达到能使空间烧孔几乎消失的程度，则可将基本方程(2.3)和(2.7)大大简化．

现在假定扩散很快，确能使空间烧孔消失，故有

$$\left.\begin{aligned}&\overline{E_u(\boldsymbol{r},t)}^{\lambda}=E_u(\boldsymbol{r},t)\\&\overline{\Delta n(\boldsymbol{r},t)\varepsilon(\boldsymbol{r},t)}^{\lambda}=\Delta n(\boldsymbol{r},t)\,\overline{\varepsilon(\boldsymbol{r},t)}^{\lambda}\\&\overline{\gamma_u(\boldsymbol{r},t)}^{\lambda}=\gamma_u(\boldsymbol{r},t)\\&\overline{\lambda_u(\boldsymbol{r},t)}^{\lambda}=\lambda_u(\boldsymbol{r},t)\end{aligned}\right\} \tag{2.9}$$

式中“——λ”表示在几个波长范围内取平均．上面第三个等式是因为能级分布既然在波长范围内是均匀的，单位时间的弛豫也就一样了．第四式是由于 n_i 在波长大小的范围内近似为常数，所以 λ_u 也在波长大小范围内没有什么差别．只需 $E_u(\boldsymbol{r},t)$是 $\boldsymbol{r}$ 的足够光滑的函数，就可利用附录 1 中证明的公式得

$$\left.\begin{aligned}&\overline{\nabla E_u(\boldsymbol{r},t)}^{\lambda}=\nabla\,\overline{E_u(\boldsymbol{r},t)}^{\lambda}=\nabla E_u(\boldsymbol{r},t)\\&\overline{\nabla(E_u\boldsymbol{V}_u)}^{\lambda}=\nabla\cdot\overline{(E_u\boldsymbol{V}_u)}^{\lambda}=\nabla\cdot(E_u\,\boldsymbol{V}_u)\end{aligned}\right\} \tag{2.10}$$

此外，显然有

$$\overline{\varepsilon(\boldsymbol{r},t)}^{\lambda}=\varepsilon_1(\boldsymbol{r},t)+\varepsilon_2(\boldsymbol{r},t) \tag{2.11}$$

在式(2.3)的两边取几个波长范围内的平均，利用上列诸等式，并考虑到 V 本来就在整个光腔中近似为常向量，立即可得

$$\begin{aligned}\frac{\partial E_u}{\partial t}+\boldsymbol{V}\cdot\nabla E_u=&-E_u\nabla\cdot\boldsymbol{V}-\nabla\cdot(E_u\,\boldsymbol{V}_u)+\lambda_u\\&-\gamma_u-\Delta n\cdot\frac{Ac^3[\varepsilon_1(\boldsymbol{r},t)+\varepsilon_2(\boldsymbol{r},t)]}{8\pi\nu^2}g(\nu)\end{aligned} \tag{2.12}$$

同样，对式(2.7)求几个波长范围内的平均可得

$$\begin{aligned}\frac{\partial N_l}{\partial t}+\boldsymbol{V}\cdot\nabla N_l=&-N_l\nabla\cdot\boldsymbol{V}-\nabla\cdot(E_l\boldsymbol{V}_l)+\lambda_l\\&-\gamma_l+\Delta n\cdot\frac{Ac^3[\varepsilon_1(\boldsymbol{r},t)+\varepsilon_2(\boldsymbol{r},t)]}{8\pi\nu^3}g(\nu)\end{aligned} \tag{2.13}$$

我们称(2.12)和(2.13)为第一简化基本方程．显然，这两式就是在(2.3)和(2.7)式中作置换(1.4)的结果．于是，我们已经证明：

定理 1　在扩散速度快到能消除空间烧孔的条件下，对于联合二能级系统而言，光强叠加原则成立，亦即第一简化方程(2.12)和(2.13)成立．

现在进一步考虑扩散要快到什么程度才能消除空间烧孔．文献[7]对此作了严格论

证.为了利用文献[7]中的结论,首先必须介绍几个有关概念.为此,定义 $\tau_{I腹}$ 为波腹处 E_u 的净受激发射寿命[1)](即包括下能级向上能级跃迁对上能级寿命的贡献在内),由式(2.5)得

$$\tau_{I腹} = -\left[\frac{E_u}{\left(\frac{dE}{dt}\right)_I}\right]_{腹} = \left[\frac{8\pi\nu^2 E_u}{Ac^3\varepsilon(\boldsymbol{r},t)\Delta n\cdot g(\nu)}\right]_{腹} \tag{2.14}$$

定义 $\tau_{D,\lambda/4,u}$ 为联合上能级短程扩散时间,即联合上能级能量扩散均方半径达 $\lambda/4$ 所需之时间,这里 λ 指光的波长.为了确定 $\tau_{D,\lambda/4,u}$ 的大小,我们注意到,在气体激光器中,往往可以忽略热扩散和压力梯度引起的扩散,只考虑浓度梯度引起的扩散.即使情况较特殊,不能用这种近似来计算功率输出,但为了估计烧孔能否消除,这种近似总是可以适用的,因为烧孔的估计只要求数量级的正确性.因此,我们有

$$n_i\boldsymbol{V}_i = -D_i\nabla n_i \tag{2.15}$$

式中,D_i 为第 i 组元的扩散系数.进一步,为了考虑 $\tau_{D,\lambda/4,u}$,只需在波长尺度上应用输运方程.在波长尺度上,分子的百分组成是常数,只有能级分布可能因空间烧孔而与 $\boldsymbol{r}$ 无关.但同一分子与其他分子的碰撞截面只与分子大小有关而与分子能级近似无关,因此在波长尺度上可以认为 D_i 为常数,所以扩散项成为

$$-\nabla\cdot(n_i\boldsymbol{V}_i) = D_i\nabla^2 n_i$$

再定义"联合上能级"的扩散系数为

$$D_u = \sum_i D_i\varepsilon_i\nabla^2 n_i/\nabla^2 E_u$$

则扩散项成为

$$-\nabla\cdot(E_u\boldsymbol{V}_u) = D_u\nabla^2 E_u$$

如果"联合上能级"只涉及到一种分子的不同能级,则因为 D_i 与各能级近乎无关,因而

$$D_u = D_1 = D_2 = \cdots$$

由扩散定律得

$$\tau_{D,\lambda/4,u} = \frac{1}{6D_u}\left(\frac{\lambda}{4}\right)^2 \tag{2.16}$$

利用上述一些概念,文献[7]已证明如下定理:

定理 2 对气体激光器,无论是流动的(包括气动的在内)或非流动的,当满足条件

$$\tau_{D,\lambda/4,u} \ll \tau_{I腹} \tag{2.17}$$

时,不出现空间烧孔.

式(2.17)的物理意义十分明显,即要求在相邻的波腹和波节之间扩散交换的速率远远超过受激发射的速率,这样,波腹处 Δn 的受激发射损耗能瞬时地得到波节处 Δn 的补充,故能保证不出现空间烧孔.

下面将式(2.17)化为更具体的形式,引进

$$\beta' = (E_u/h\nu n_u)_{腹} \tag{2.18}$$

显然有

1) 后文中带下标"腹"或"节"的量均指波腹或波节处的量.

$$\beta' < (E_u/h\nu\Delta n)_{腹} \tag{2.19}$$

同时仍有

$$\beta' \sim (E_u/h\nu\Delta n)_{腹} \tag{2.20}$$

将式(2.14)和(2.16)代入(2.17),并利用式(2.18)—(2.20)得

推论 1　对流动或非流动的气体激光器来说,当

$$A\lambda^3 g(\nu)\varepsilon_{腹}/8\pi h \ll 96 D_u\beta'/\lambda^2 \tag{2.21}$$

时,烧孔必不存在,因而成立第一简化方程.

反过来,若(2.17)不成立,但把不等号反向能成立,则可把激活介质分子看作相对于流速为V的介质是静止的. 此时,可略去方程(2.3)和(2.7)中的扩散项,E_u和N_l在波腹和波节处将有明显差别,尤其是对 $\boldsymbol{V}=0$ 的非流动情况更是如此. 最极端的例子是固体激光器. 当然,更精细的考虑还需涉及能量的非扩散的其他空间输运方式,如邻近分子间的共振转移. 不过,其速率不致达到能消除空间烧孔的程度.

介于上面两种情况之间,则既要考虑驻波场的相干性,又要考虑扩散效应,情况较为复杂,必须从式(2.3)、(2.7)和(2.5)出发具体计算. 例如极低温度、高密度、大碰撞截面条件下,分子扩散就很慢;如果辐射又很强,例如高功率脉冲激光器 $\varepsilon_{腹}$ 就可能很大.

对于文献[2]所处理的典型的连续波激光器情况,压力为 0.048atm, $T = 300°K$, CO_2 占 8%, N_2 占 91%, H_2O 占 1%, 计算得到[8]

$$\frac{A\lambda^3}{8\pi h} g(\nu)\varepsilon_{腹} \sim 3\times 10^6/秒$$

$$\frac{96 D_u}{\lambda^2}\beta' \sim 10^{11}/秒$$

这些数据表明式(2.21)的右边比左边大五个数量级,所以空间烧孔不存在. 从这一典型例子也可看出,一般对连续波气体激光器,空间烧孔不存在,或者至少对于计算功率输出来说,可以认为空间烧孔是不存在的.

此外,还需指出另一特殊情况:

定理 3　如果气体极其稀薄,以致激光的波长 λ 与分子平均自由程 S 同量级或更小些:

$$\lambda \lesssim S \tag{2.22}$$

则空间烧孔被消除的条件(2.17)应改为

$$\tau_{\lambda/4,u} \ll \tau_{I腹} \tag{2.23}$$

式中,$\tau_{\lambda/4,u}$ 为分子以平均热运动速度运动 $\lambda/4$ 距离所需的时间

$$\tau_{\lambda/4,u} = \frac{\lambda/4}{\bar{v}} \tag{2.24}$$

用与定理 2 的证明相类似的方法不难证明此定理. 不过,即使在这样的情况下,(2.17)仍是空间烧孔被消除的充分条件,这是因为总有

$$\tau_{\lambda/4,u} < \tau_{D,\lambda/4,u}$$

所以,若式(2.17)成立,则式(2.23)必成立.

在式(2.22)条件下,(2.21)应相应地改为

$$A\lambda^3 g(\nu)\varepsilon_{u}/8\pi h \ll 4\bar{v}\beta'/\lambda \tag{2.25}$$

三、第二简化方程的导出及其适用条件

定理 4 如果在联合上能级的平均总寿命

$$\tau_u = (\tau_{IR}^{-1} + \tau_{uf}^{-1})^{-1} \tag{3.1}$$

期间，E_u 扩散的距离 $V_u\tau_u$ 远小于 $E_u(\boldsymbol{r})$ 在空间发生显著变化所需之距离 $(\Delta l)_u$，即

$$V_u\tau_u \ll (\Delta l)_u \tag{3.2}$$

同时又成立(2.17)，则可在第一简化方程(2.12)中略去扩散项而得

$$\frac{\partial E_u}{\partial t} + \boldsymbol{V}\cdot\nabla E_u = -E_u\nabla\cdot\boldsymbol{V} - \gamma_u + \lambda_u - E_u/\tau_{IR} \tag{3.3}$$

式中，τ_{IR} 是按光强叠加原则，用 $\varepsilon_1(\boldsymbol{r}, t) + \varepsilon_2(\boldsymbol{r}, t)$ 去取代式(2.15)中的 $\varepsilon(\boldsymbol{r}, t)$ 所得之结果，即

$$\tau_{IR} = \frac{8\pi\nu^2 E_u}{Ac^3\Delta n g(\nu)[\varepsilon_1(\boldsymbol{r}, t) + \varepsilon_2(\boldsymbol{r}, t)]} \tag{3.4}$$

证明 由于式(2.17)成立，所以方程式(2.12)成立．进一步，显然有

$$\nabla\cdot(E_u\boldsymbol{V}_u) \sim \frac{E_u V_u}{(\Delta l)_u}$$

将式(3.2)代入上式得

$$\nabla\cdot(E_u\boldsymbol{V}_u) \ll \frac{E_u}{\tau_u}$$

此外，由式(3.1)及

$$\gamma_u = E_u/\tau_{uf}$$

得

$$\gamma_u + E_u/\tau_{IR} \sim E_u/\tau_u$$

所以可在式(2.12)中略去扩散项而得式(3.3)．

显然，对式(3.4)中的 τ_{IR} 有

$$\tau_{IR} \sim \tau_{I\text{R}} \tag{3.5}$$

同样可证如下定理：

定理 5 如果

$$V_l\tau_{lf} \ll (\Delta l)_l \tag{3.6}$$

则可略去式(2.13)中的扩散项而得

$$\frac{\partial N_l}{\partial t} + \boldsymbol{V}\cdot\nabla N_l = -N_l\nabla\cdot\boldsymbol{V} - \gamma_l + \lambda_l + E_u/\tau_{IR} \tag{3.7}$$

式(3.6)中的 $(\Delta l)_l$ 指联合下能级密度 N_l 在空间发生显著变化所需之距离．τ_{lf} 指联合下能级的弛豫寿命．

我们称式(3.3)和(3.7)为第二简化基本方程．

因为一般有

$$\tau_{lf} \lesssim \tau_u$$

$$D_u \simeq D_l$$
$$(\Delta l)_u \simeq (\Delta l)_l$$

故只需式(3.2)成立，即可保证式(3.6)成立，从而式(3.7)成立．更何况 N_l 本身小于 $E_u/h\nu$，所以对式(3.7)的精确性要求比对式(3.3)的要求低．因为

$$(\Delta l)_u \sim \left|\frac{E_u(\boldsymbol{r},t)}{\nabla E_u(\boldsymbol{r},t)}\right|$$

所以式(3.2)可化成

$$V_u \tau_u \ll \left|\frac{E_u}{\nabla E_u}\right| \tag{3.8}$$

于是得

推论 2　如果(2.17)和(3.8)成立，则第二简化方程(3.3)和(3.7)成立．

对于气体激光器，不能认为式(3.8)均能成立．事实上，当光束半径较小时，式(3.8)就很可能不成立．

四、讨　　论

上文各定理对联合二能级系统给出二类简化方程的适用条件，也即光强叠加原则适用条件以及在采用光强叠加原则后又将扩散项略去的条件．根据典型情况分析指出，对连续波气体激光器的场分布和功率计算来说，一般情况下，可认为空间烧孔不存在，因而可以采用光强叠加原则．

当然，对任何情况，即使上文各定理的条件是满足的，我们也可以不去使用这些定理，而直接采用原始方程(2.3)、(2.5)和(2.7)、(2.8)．但是此时这些原始方程中的扩散项就完全不能略去．这是因为，采用原始方程就是采用场强叠加，即考虑波长尺度上受激发射和吸收的非均匀性．可是上文已指出，扩散项能使空间烧孔大大减小甚至完全抹平．也就是说，扩散项对能级粒子数密度的影响比起受激发射和受激吸收来不可忽略，故在采用场强叠加的同时不可忽略扩散项，除非式(2.21)的不等号能反向成立，而这对气体激光器来说几乎是不可能的．

既然如此，定理 4 为何允许略去扩散项？这是因为光强叠加原则所起的作用是将波长尺度上的受激吸收和受激发射的非均匀性抹掉，它代替了扩散项在波长尺度上的抹平作用(短程抹平作用)．因此在原始方程中，扩散项既起短程抹平作用，又起长程抹平作用；在第一简化方程中，扩散项只起长程抹平作用(即 $(\Delta l)_u$ 尺度上的抹平作用)；当定理 4 的条件成立时，扩散项的长程抹平作用可略去不计，故可在第一简化方程中略去扩散项而得到第二简化方程．由于在第二简化方程中仍然采用光强叠加原则，所以已计入了短程的扩散抹平作用．

附　　录　Ⅰ

引理 1　对充分光滑的函数 $f(\boldsymbol{r})$，有

$$\overline{\nabla^2 f(\boldsymbol{r})}^a = \nabla^2 \overline{f(\boldsymbol{r})}^a$$
$$\overline{\nabla f(\boldsymbol{r})}^a = \nabla \overline{f(\boldsymbol{r})}^a$$

式中，"$\overline{\quad}^{a}$"表示在线度为 a 的区域上求平均。

证明　为了证明上述二式，只需证明

$$\overline{\frac{\partial}{\partial x} f(x,\ y,\ z)}^{a}=\frac{\partial}{\partial x}\overline{f(x,y,z)}^{a} \tag{I.1}$$

和

$$\overline{\frac{\partial^2}{\partial x^2} f(x,\ y,\ z)}^{a}=\frac{\partial^2}{\partial x^2}\overline{f(x,y,z)}^{a} \tag{I.2}$$

即可．如果能证明(I.1)式，只要把 f 换成 $\frac{\partial}{\partial x}f$，则立即得到(I.2)式，因此问题归结为证明(I.1)，现证明如下：

$$\begin{aligned}\overline{\frac{\partial}{\partial x} f(x,y,z)}^{a}&=\frac{1}{(2a)^3}\int_{z-a}^{z+a}dz'\int_{y-a}^{y+a}dy'\int_{x-a}^{x+a}\frac{\partial}{\partial x'}f(x',y',z')dx'\\&=\frac{1}{(2a)^3}\int_{z-a}^{z+a}dz'\int_{y-a}^{y+a}[f(x+a,y',z')-f(x-a,y',z')]dy'dz'\end{aligned} \tag{I.3}$$

另一方面

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial x}\overline{f(x,\ y,\ z)}^{a}&=\frac{\partial}{\partial x}\frac{1}{(2a)^3}\int_{z-a}^{z+a}dz'\int_{y-a}^{y+a}dy'\int_{x-a}^{x+a}f(x',y',z')dx'\\&=\frac{1}{(2a)^3}\int_{z-a}^{z+a}dz'\int_{y-a}^{y+a}\left[\frac{\partial}{\partial x}\int_{x-a}^{x+a}f(x',y',z')\,dx'\right]dy'dx'\\&=\frac{1}{(2a)^3}\int_{z-a}^{z+a}dz'\int_{y-a}^{y+a}[f(x+a,y',z')-f(x-a,y',z')]dy'\end{aligned} \tag{I.4}$$

比较(I.3)和(I.4)即得式(I.1)．

感谢谈镐生教授和周光地教授的指导和帮助，同时感谢傅裕寿、严海星和徐纪华的有益建议．

参　考　文　献

[1] Rigrod, W. W., *J. Appl. Phys.*, 36 (1965), 2487.
[2] Rensch, D. B., et al., *Appl. Opt.*, 13 (1974), 2546.
[3] Lamb, W. E. Jr., *Phys. Rev.*, 134 (1964a), A1429.
[4] Hirschferder, J. O. et al., Molecular theory of gases and liquids, N. Y. (1954)
[5] Lerine, A. K. and Demaria, A. J., *Lasers*, 3 (1966), 189.
[6] 朱如曾、封开印编译，谈镐生审校，激光物理，国防工业出版社(1965)，27.
[7] 朱如曾，激光(1982).
[8] 朱如曾，光学学报(1982).

SIMPLIFICATION OF TRANSPORT EQUATIONS IN A GAS LASER WITH TWO MOLECULAR COMBINED LEVELS

Zhu Ruzeng

(Institute of Mechanics, Academia Sinica)

Abstract

For gas lasers with two molecular combined levels (including flowing gas lasers), it is shown that if the diffusion is so fast that the spatial holes burned are washed out, the light intensity superposition principle can be used in the stimulated emission terms and stimulated absorption terms to give a pair of simplified equations. Applying the condition required for spatial holes burned to be washed out given by reference [7] it is shown that generally the light intensity superposition principle can always be used for CW gas lasers. Further more, we give the conditions required for the diffusion terms in the first simplified equations to be removed so that another pair of equations can be obtained. It is also pointed out that the diffusion terms in the transport equations can not be neglected if the field strength superposition principle is used.