

管风洞设计中的某些问题

王松泉

(中国科学院力学研究所)

符 号

a	音速
d	管道直径
L	长度
M	马赫数
p	压强
r	半径
T	温度
t	时间
u	轴向速度分量
V	膨胀波运动速度或体积
x	轴向坐标
y	径向坐标
C_f	表面摩擦系数
δ	附面层厚度
δ^*	附面层位移厚度
θ	附面层动量厚度

δ_f 调整片开启宽度

ρ 密度

Re 雷诺数

γ 气体绝热指数

τ_v 阀门特征开启时间

A 面积或系数

脚 注

3 贮气管内核心流参数

4 贮气状态

e 附面层外流参数

t 试验段参数

w 壁面参数

p 驻室参数

pc 驻室排气参数

f 调整片参数

s 起动后状态

c_0 流动驻点参数

管风洞构造简单,提高贮气压力较易。因为试验段气流驻点压力与贮气压力之比决定于贮气管道与喷管喉道面积之比。只要提高贮气压力就能提高试验段流动雷诺数。因此,小型设备也能达到足够高的雷诺数。如果结合低温技术,雷诺数还能进一步增加。

作为高雷诺数跨音速试验设备的管风洞,在设计中需要解决一些特殊问题。下面讨论其中的两个问题。

1. 贮气管道内附面层的生长

在管风洞中,非定常膨胀波传播过程产生高质量的一元定常流动。由于气流中的粘性效应,在贮气管道壁面形成一个厚度随时间增长的附面层。这一附面层增长过程影响着风洞有效运行时间和流动品质。

E. Becker^[1]、J. C. Sivells^[2]及 H. Ludwig^[3]对这个问题进行过讨论,采用的都是复杂的数值方法。J. C. Sivells 还要借助实验结果进行修正。我们分析非定常附面层动量积分方程,对它进行直接积分,得到解析解,最后归结为一个代数表达式。轴对称动量积

分方程在圆管流情况下的形式是:

$$\frac{1}{u_e} \frac{\partial}{\partial t} (\delta^* - \delta_p) - \frac{\partial \theta}{\partial x} = \frac{1}{2} C_f \quad (1)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} \theta &= \int_0^\delta \left(1 - \frac{y}{r_0}\right) \frac{\rho u}{\rho_e u_e} \left(1 - \frac{u}{u_e}\right) dy \\ \delta^* &= \int_0^\delta \left(1 - \frac{y}{r_0}\right) \left(1 - \frac{\rho u}{\rho_e u_e}\right) dy \\ \delta_p &= \int_0^\delta \left(1 - \frac{y}{r_0}\right) \left(1 - \frac{\rho}{\rho_e}\right) dy \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

令

$$\xi = Vt - x \quad (3)$$

这里 V 是非定常膨胀波的运动速度. E. Becker 已导出它与贮气状态下音速 a_4 之间的关系:

$$\frac{V}{a_4} = 1 - \frac{\frac{1}{3}(\gamma + 1)M_3}{1 + \frac{(\gamma + 1)}{2}M_3} \quad (4)$$

M_3 是 u_e 对应的马赫数.

假定 $\frac{\delta^* - \delta_p}{\theta}$ 与时间无关, 有

$$\left(1 + \frac{V}{u_e} \frac{\delta^* - \delta_p}{\theta}\right) \frac{d\theta}{d\xi} = \frac{1}{2} C_f \quad (5)$$

从方程 (5) 分析下列影响因素:

(1) 假定 C_f 与 θ 之间有幂次关系, 速度分布是 $\frac{y}{\delta}$ 的幂次关系, 可以推出 $n \geq 7$, $\delta/r_0 \leq 1$ 时有:

$$\delta_{\text{max}}/\delta_{\text{min}} \leq 10/7$$

这里 n 是速度剖面幂指数的倒数.

(2) C_f 的影响是明显的, 不同 Re 数下有不同的 C_f 表达式^[4]. 以 Blasius 与 Kármán 公式比较, 在 $Re > 10^7$ 时, 相差二倍以上.

(3) 膨胀波宽度的影响体现在等效膨胀波运动速度 V 上. 从 (4) 式知, 只有小的 M_3 时才能不计这个影响.

(4) 速度剖面的影响通过 n 体现出来. 以二元平板为例, 近似有

$$\frac{\theta}{\delta} = \frac{n}{(n+1)(n+2)},$$

n 是随 Re 数变化的^[5].

在解方程 (5) 的过程中上述四个因素都能考虑在内. 通过计算证明 $n = 7-9$ 时, $(\delta^* - \delta_p)/\theta$ 与时间无关的假定所产生的误差约为 4%, 因而是允许的.

我们取下述摩擦系数表达式, 这是 Kármán 与 Frankle, F-Voishel, V 公式的结合:

$$C_f = \frac{(0.242)^2}{(\lg Re_\theta + 1.1696)(\lg Re_\theta + 0.3010)} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_3^2\right)^{-0.467} \quad (6)$$

代入 (5) 式并积分, 整理后有:

$$\delta = \frac{0.0293(Vt - x)}{\frac{\theta}{\delta} + \frac{V}{u_c} \frac{\delta^* - \delta_p}{\delta}} [\lg(2Re_\theta)]^{-2} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_3^2\right)^{-0.467} \quad (7)$$

算出 $\frac{\theta}{\delta}$, $\frac{\delta^*}{\delta}$ 及 $\frac{\delta_p}{\delta}$ 后上式可化为:

$$C = B(\delta/r_0) - A(\delta/r_0)^2 \quad (8)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{n}{(2n+2)(2n+3)} \left(1 + \frac{2}{2n+1} \frac{T_c}{T_w}\right) + \frac{V}{u_c} \frac{n}{(2n+1)(2n+2)} \left(1 + \frac{1}{n} \frac{T_c}{T_w}\right) \\ B &= \frac{n}{(n+2)(n+3)} \left(1 + \frac{2}{n+1} \frac{T_c}{T_w}\right) + \frac{V}{u_c} \frac{n}{(n+1)(n+2)} \left(1 + \frac{2}{n} \frac{T_c}{T_w}\right) \\ C &= \frac{0.0293(Vt - x)}{r_0 [\lg(2Re_\theta)]^2 \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_3^2\right)^{0.467}} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

在计算喷管入口处附面层厚度时有 $x = 0$, 若令 $\frac{T_c}{T_w} = 1$, 则可简化为:

$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{n}{(2n+1)(2n+2)} + \frac{V}{u_c} \frac{1}{2(2n+1)} \\ B &= \frac{n}{(n+1)(n+2)} + \frac{V}{u_c} \frac{1}{n+1} \\ C &= \frac{0.0293Vt}{r_0 [\lg(2Re_\theta)]^2 \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_3^2\right)^{0.467}} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

计算过程很简单: 已知 r_0 , M_3 , Re_d 及 a_4 . 假定 $\frac{\delta}{r_0}$ 求出 Re_δ 及 Re_θ , 从 M_3 求出 $\frac{V}{u_c}$ 及 V ,

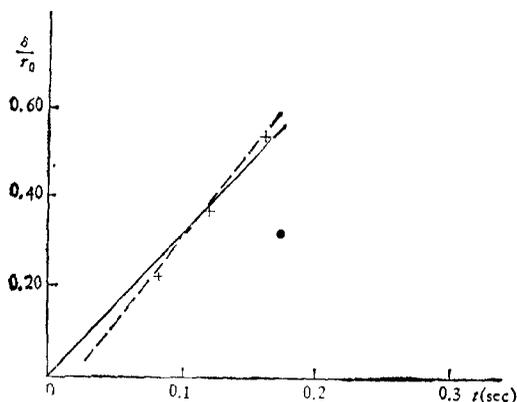


图 1 计算结果与 AEDC 实验比较

† 实验值 $M_3 = 0.265$ $Re = 3.0 \times 10^7$
 —— J. C. Sivells 计算
 —— 本文计算

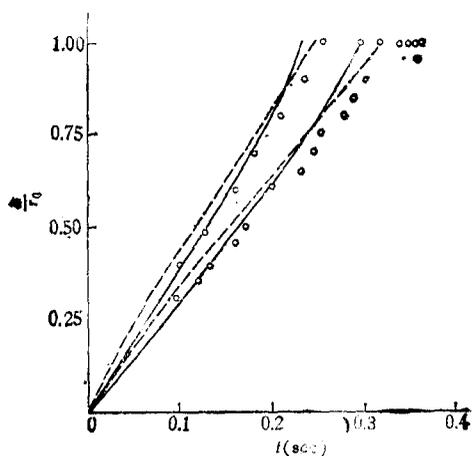


图 2 计算结果与 Göttingen 实验比较

□ 实验值 $M_3 = 0.2$ $Re_d = 5.1 \times 10^6$
 ○ 实验值 $M_3 = 0.3$ $Re_d = 7.3 \times 10^6$
 —— H. Ludwig 计算
 —— 本文计算

从 n 与 $\frac{V}{u_c}$ 求出 A 与 B , 得到 C 后即可求出 $\frac{\delta}{r_0} - t$ 来. 图 1 与图 2 是计算结果与实验值比较, 符合得很好. 至少在 $\frac{\delta}{r_0} \leq 0.75$ 时, 计算精度是相当高的.

2. 起动过程分析

管风洞是短时间运行的设备, 整个运行时间是 10^2 毫秒量级, 而跨音速试验段流动从开始到达定常状态需要一个所谓起动时间. 有时这个起动时间也可达到 10^2 毫秒, 占整个运行时间的相当大部分. 要增加有效运行时间必须缩短起动时间, 而起动时间的缩短会带来试验段壁板与调整片气动负荷的增加. 因而, 研究起动过程, 分析其主要影响因素, 得到简捷的计算方法是重要的.

我们采用集中参数法^[6]. 通过分析发现, 可以用常微分方程式来描述起动过程从而得出解析解. 在超音速流动条件下, 驻室内部质量守恒方程是:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{p_p}{p_{e0}} \right) + \frac{a_{e0}}{1.73} \frac{A_{pe}}{V_p} \left(\frac{p_p}{p_{e0}} \right) = \frac{a_{e0}}{1.73} \frac{A_t - A_c}{V_f} \quad (11)$$

满足初始条件的解是:

$$\frac{p_p}{p_{e0}} = \left(\mu_{p0} + \frac{A_c - A_t}{A_{pe}} \right) e^{-\frac{a_{e0}}{1.73} \frac{A_{pe}}{V_p} (t - t_0)} - \frac{A_c - A_t}{A_{pe}} \quad (12)$$

起动过程结束时 $p_p = A_1 p_{e1}$, 得到:

$$\frac{a_{e0}}{1.73} \frac{A_{pe}}{V_p} (t_s - t_0) = \ln \frac{\mu_{p0} + (A_c - A_t)/A_{pe}}{A_1 \mu_1 + (A_c - A_t)/A_{pe}} \quad (13)$$

其中 $\mu_{p0} = (p_p/p_{e0})|_{t=t_0}$, $\mu_1 = (p_1/p_{e1})|_{t=t_s}$, A_1 反映差阻壁效应.

当 $A_{pe} = 0$ 时有 $\frac{p_p}{p_{e0}} = \mu_{p0} - \frac{A_c - A_t}{A_{pe}} \frac{a_{e0}}{1.73} (t - t_0)$, 除 $A_c = A_t$ 外, 没有平衡

的时候.

在跨音速流动时, 没有一个封闭的常微分方程式, 根据实验和计算结果, 假定^[7]:

$$\frac{p_1}{p_4} = \mu + (1 - \mu) e^{-\theta_1/\tau_v} \quad (14)$$

令

$$\left. \begin{aligned} k &= 1.24 \frac{a_{e0}}{A_{pe}} \left(\frac{A_w}{k_w} + \frac{A_t}{k_t} \right) \\ k' &= 1.24 \frac{a_{e0}}{A_{pe}} \left(\frac{A_w}{k_w} A_1 + \frac{A_t}{k_t} A_2 \right) \\ N &= (1 + K) \frac{a_{e0}}{1.73} \frac{A_{pe}}{V_p} \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

驻室内部质量守恒方程是:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{p_p}{p_4} \right) + N \frac{p_p}{p_4} = K' \frac{a_{e0}}{1.73} \frac{A_{pe}}{V_p} [\mu + (1 - \mu) e^{-\theta_1/\tau_v}] \quad (16)$$

解为

$$\frac{p_p}{p_4} = \left(1 - \frac{K'}{1 + K} \mu - \frac{K'}{1 + K} \frac{1 - \mu}{1 - \frac{\theta}{N\tau_v}} \right) e^{-Nt}$$

$$+ \frac{K'}{1+K} \mu + \frac{1-\mu}{1-\frac{\theta}{N\tau_v}} \frac{K'}{1+K} e^{-\theta t/\tau_v} \quad (17)$$

$t = t_s$ 时, $p_p = A_1 p_s$, (17) 是个超越方程, 必须用数值解法. 然而在膜片起动的 $\tau_v \rightarrow 0$ 及套筒阀起动的 $\tau_v \rightarrow \infty$ 时, 各可得到:

$$(1+K) \frac{a_{c0}}{1.73} \frac{A_{pe}}{V_p} t_s = \ln \frac{1 - [K'/(1+K)]\mu}{\mu[A_1 - K'/(1+K)]} \quad (18)$$

及

$$(1+K) \frac{a_{c0}}{1.73} \frac{A_{pe}}{V_p} t_s = \ln \frac{1 - [K'/(1+K)]}{A_1\mu - K'/(1+K)} \quad (19)$$

要得到有意义的结果, 必须对 $K'/(1+K)$ 有所限制, 这就限制了 A_1 , A_w 与 A_{pe} 之间的关系, 即驻室有关几何参数之间有相互关联.

在 $A_{pe} = 0$ 时有类似的方程和关系式, 分析说明只有 A_1 值大且有足够强的扩压段引射时才能使起动过程顺利进行.

从上述的分析知道, 对起动过程起主要作用的因素是 A_{pe}/A_s , V_p/V_s , A_1/A_s , A_c/A_s 及 L_f/a_s . 对管风洞来说, 驻室的辅助排气是十分重要的, 而且打开的时间及开启规律对起动负荷有很大的影响. 条件 $A_s - A_i \ll A_{pe}$ 对流动性能是有好处的.

用解析解对 AEDC 模型管风洞的几组公布的数据进行了计算. 方法简捷, 除特殊情况外, 与数值解结果符合是良好的, 一般相差为 10% 或更少. 例用套筒阀起动, $M_\infty = 1.10$ 的情况, AEDC 值 $t_s = 76\text{ms}$. 而解析解为 $t_s = 80\text{ms}$.

参 考 文 献

- [1] Becker, E., Das Anwachsen der Grenzschicht in und hinter einer Expansionswelle, *Ingenieur Archiv*, 25 (1957).
- [2] Sivells, F. C., Calculation of the Boundary Layer Growth in a Ludwig Tube, AEDC-75-118 (1975).
- [3] Ludwig, H. et al., The Ludwig Tube—A Proposal for a High Reynolds Number Transonic Wind Tunnel, AGARD-CP-174 (1976).
- [4] Shapiro, A. H., *The Dynamics and Thermodynamics of Compressible Fluid Flow*, New York, Ronald (1953).
- [5] Kutateladze, S. S. et al., *Turbulent Boundary Layer in Compressible Gases*, London, Arnold (1964).
- [6] Shope, F. L., A Mathematical Model for the Starting Process of a Transonic Ludwig Tube Wind Tunnel, AEDC-TR-76-39 (1976).
- [7] 杨骏六, 跨音速 Ludwig 管风洞起动过程之数学模型, 中国科学院力学研究所硕士论文 (1981).

SOME PROBLEMS IN THE DESIGN OF THE TUBE WIND TUNNEL

Wang Songgao
(*Institute of Mechanics*)

Abstract

The problem of the boundary layer growth in the charge tube is discussed. An analytical solution is derived and has been reduced into an algebraical expression. The result contains various factors which affect boundary layer growth. The calculation is simple and the results coincide with experiments.

Based on F. L. Shope's model analytical expressions for the test section starting process are derived. Various factors which affect the starting process are analysed. The precision of calculation is enough for design purposes. The calculating procedure is much simpler than F. L. Shope's.