

高速流动激光器的稳定振荡条件、模式结构与输出功率的一维改进和二、三维处理

朱如曾 孙祉伟

(中国科学院力学研究所, 北京)

摘 要

本文对高速流动激光器, 将文献[1]在几何光学近似下的一维一级近似处理改进为几何光学近似所容许的最精确处理, 并进行了二、三维处理, 导出了二、三维情况下的稳定振荡条件、输出功率公式以及几何光学近似下的模式表示式(用增益函数表示). 按本文理论对 Gerry^[2]的典型实验进行了一维和二维计算, 结果均与实验吻合很好.

本文还将文献[1]对 Lee^[3]的稳定振荡条件的适用范围所加的限制进行了推广; 文中还给出了光腔中模式结构的几何光学近似的适用条件, 指出这一条件与自由空间中几何光学适用条件的差异.

对高速流动激光器, 将三维辐射场方程与增益动力学方程联立求数值解的工作已发表不少^[4-6], 但处理相当复杂. 文献[1]应用几何光学近似方法在一维一级近似下处理一个平行平面腔, 方法比较简洁. 图1是文献[1]所考虑的高速流动激光器的略图. 在两个平行的部分反射镜之间, 流动沿正 x 方向行进, 光轴平行于 z 轴, 二个反射镜分别位于 $z = 0$ 和 $z = L$ 处. 激励区位于坐标原点上游. 在 $x = 0$ 处, 气体中存在初始振动反转粒子数. 在 $x > 0$ 的弛豫区, 主要由于碰撞引起的能量交换及光腔内的受激发射, 气体的振动反转粒子数逐渐衰减下来. 文献[1]的一维一级近似处理其优点是简洁; 但在与实验符合的程度上有待改进(这在第五节中分析). 所以本文将对一维情况给出几何光学近似范围内所许可的最精确的处理.

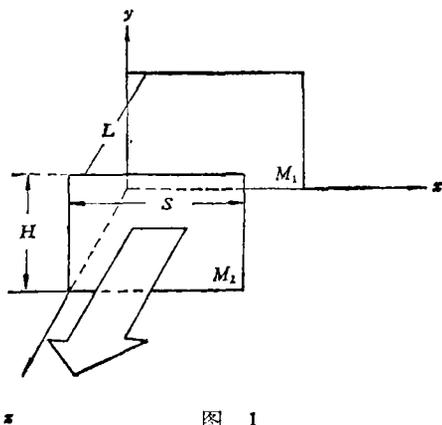


图 1

另一方面, 一维简化要求所有物理量与 y 无关^[1], 可是从物理上看, 应有

本文于1981年3月13日收到.

$$E(x, 0, z) = E(x, H, z) = 0,$$

所以若是 E 与 y 无关, 则 E 应处处为零, 这显然不合理. 实验也表明, 光强沿 y 方向不均匀^[7,8]. 因此本文还将进行二、三维处理.

一、流动激光腔的模式结构

1. $g = g(x, y, z)$ 的情况

考虑如图 1 所示的光腔, 采用解析信号来处理^[9]. 腔内标量辐射场的方程为:

$$\nabla^2 E(x, y, z) + \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon E(x, y, z) = 0, \quad (1)$$

式中 E 是标量电场强度, ω 是圆频率, c 是真空中光速, $\epsilon = \epsilon_0 - i \frac{c}{\omega} g(x, y, z)$, ϵ_0 为实数, 可近似取 1. $g(x, y, z)$ 为饱和增益. 由于光腔的费尼尔数很高, 故对于近似沿 z 轴传播的模式, 可取边界条件

$$E(0, y, z) = E(L, y, z) = E(x, 0, z) = E(x, H, z) = 0, \quad (2)$$

并可将场表示为:

$$E(x, y, z) = E_+(x, y, z) + E_-(x, y, z), \quad (3)$$

式中

$$E_-(x, y, z) = m_-(x, y, z) e^{-iK_z z}, \quad (4)$$

$$E_+(x, y, z) = m_+(x, y, z) e^{iK_z z}, \quad (5)$$

这里 m_+ 和 m_- 是 x, y 和 z 的慢变化函数, 即

$$|\nabla m_+(x, y, z)| \ll K_z, \quad |\nabla m_-(x, y, z)| \ll K_z. \quad (6)$$

设镜面 M_1 和 M_2 的反射率分别为 R_1 和 R_2 . 为简便计, 认为反射相移为 π , 故在 $z = 0$ 和 $z = L$ 处有

$$-\sqrt{R_1} E_-(x, y, 0) = E_+(x, y, 0), \quad (7)$$

$$-\sqrt{R_2} E_+(x, y, L) = E_-(x, y, L). \quad (8)$$

为了求解方程(1), 将 E 写为:

$$E(x, y, z) = f(x, y, z) e^{iK_s(x, y, z)}, \quad (9)$$

式中 $f(x, y, z)$ 为正实函数, $S(x, y, z)$ 为实函数. 将(9)式代入(1)式, 使虚部和实部分别相等得

$$K^2 f (\nabla S)^2 - K^2 f - \nabla^2 f = 0 \quad (10)$$

和

$$2\nabla S \cdot \nabla f + f \cdot [\nabla^2 S - g] = 0. \quad (11)$$

略去(10)式左边第三项, 并取平面波解,

$$S = \frac{1}{K} (K_x x + K_y y + K_z z) + S_0, \quad (12)$$

式中 K_x, K_y 和 K_z 是三个任意实常数, 而 K 为

$$K = \sqrt{K_x^2 + K_y^2 + K_z^2}. \quad (13)$$

为了考察略去(10)式左边第三项的条件, 将(13)式代入(10)式, 得

$$(K_x^2 + K_y^2 + K_z^2)f(\nabla S)^2 - (K_x^2 + K_y^2 + K_z^2)f - \nabla^2 f = 0. \quad (14)$$

在光腔中,光波几乎平行于 z 轴,并且来回干涉,所以 K_x 和 K_y 远小于 K_z ,并且横模结构大大地依赖于 K_x 和 K_y . 为了保证 K_x 和 K_y 都有意义,必须使(14)式左边的 $K_x^2 f$, $K_y^2 f$ 和 $K_z^2 f$ 均远大于被略去的项 $\nabla^2 f$, 已知 $K_z \gg K_x, K_y$, 所以只需

$$K_x^2 f \gg \nabla^2 f, \quad K_y^2 f \gg \nabla^2 f. \quad (15)$$

对于自由空间中的光,只需

$$K^2 f \gg \nabla^2 f, \quad (16)$$

即可略去(14)式中的 $\nabla^2 f$ 项. 这是因为: 假如 K_x, K_y 和 K_z 同量级,则(16)式与(15)等效;假如 K_x, K_y 远小于 K_z , 则(16)式不能保证(15)式满足,故不能保证 K_x 和 K_y 的准确度,但仍能保证 $|K|$ 的准确度以及 K 的取向的准确度,这对自由空间的光已足够准确了.

将(12)式代入(11)式,解得

$$f(x, y, z) = f(x_1, y_1, z_1) e^{\frac{K}{2K_x} \int_{x_1}^x g(x, y, z) dx}, \quad (17)$$

式中 (x_1, y_1, z_1) 是边界上的点,积分沿通过 (x_1, y_1, z_1) ,斜率为 K_x, K_y, K_z 的直线进行.

将 $\pm K_x, \pm K_y, \pm K_z$ 所可能对应的八个解线性叠加,并应用边界条件(2),(7)和(8)式得

$$\begin{aligned} E(x, y, z) = & A_{+++} \left[f_{+++}(x, y, z) e^{iK_x x + iK_y y + iK_z z} - f_{-+-}(x, y, z) e^{-iK_x x + iK_y y + iK_z z} \right. \\ & - \frac{1}{\sqrt{R_1}} f_{++-}(x, y, z) e^{iK_x x + iK_y y - iK_z z} + \frac{1}{\sqrt{R_1}} f_{-+-}(x, y, z) e^{-iK_x x + iK_y y - iK_z z} \\ & - f_{+-+}(x, y, z) e^{iK_x x - iK_y y + iK_z z} + f_{--+}(x, y, z) e^{-iK_x x - iK_y y + iK_z z} \\ & \left. + \frac{1}{\sqrt{R_1}} f_{+-}(x, y, z) e^{iK_x x - iK_y y - iK_z z} - \frac{1}{\sqrt{R_1}} f_{--+}(x, y, z) e^{-iK_x x - iK_y y - iK_z z} \right], \quad (18) \end{aligned}$$

式中

$$K_x = \frac{\pi}{s} l, \quad K_y = \frac{\pi}{H} m, \quad K_z = \frac{\pi}{L} n \quad (l, m, n = 0, 1, 2, \dots), \quad (19)$$

各函数 f 满足如下关系:

$$\left. \begin{aligned} f_{+++}(x, y, z)|_{x=0, s} &= f_{-+-}(x, y, z)|_{x=0, s}, \\ f_{++-}(x, y, z)|_{x=0, s} &= f_{-+-}(x, y, z)|_{x=0, s}, \\ f_{+-+}(x, y, z)|_{x=0, s} &= f_{--+}(x, y, z)|_{x=0, s}, \\ f_{+-}(x, y, z)|_{x=0, s} &= f_{--+}(x, y, z)|_{x=0, s}, \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

和

$$\left. \begin{aligned} f_{+++}(x, y, z) &= f_{\pm\pm\pm}(0, y_{01}, z_{01}) e^{\frac{K}{2K_x} \int_0^x \tilde{g}^2(x', y', z') dx'}, \\ f_{++-}(x, y, z) &= f_{\pm\pm\mp}(0, y'_{02}, z_{02}) e^{\frac{K}{2K_x} \int_0^x \tilde{g}(x', y', z') dx'}, \\ &\dots\dots\dots \\ f_{--+}(x, y, z) &= f_{\mp\mp\mp}(0, y_{03}, z_{03}) e^{-\frac{K}{2K_x} \int_0^x \tilde{g}(x', y', z') dx'}, \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

式中

$$\tilde{g} = g - \frac{1}{2L} \ln \frac{1}{R_1 R_2}, \quad (22)$$

$(0, y_{0i}, z_{0i})$, $(i = 1, 2, \dots, 8)$ 是进口平面上点的坐标, 由 $(0, y_{0i}, z_{0i})$ 发出的光线 $(\pm K_x, \pm K_y, \pm K_z)$ 通过 (x, y, z) . 等号右边的函数 f 的下标 (\pm, \pm, \pm) 的选择视光线反射次数而定. 因此, $E(x, y, z)$ 通过(20)和(21)式用进口平面上的四个已知函数 f_{+++} , f_{++-} , f_{+-+} 和 f_{+--} 以及 $g(x, y, z)$ 表示. 同时, 可以看到, 当且仅当沿光线迴路的积分满足稳定振荡条件

$$\oint \tilde{g}(x, y, z) ds = 0, \quad (23)$$

则在进口平面上所指定的满足(20)式的八个函数 $f(0, y_0, z_0)$, 通过(21)式而决定的八个函数 $f(x, y, z)$ 在 $x = S$ 处也能满足(20)式.

在(22)式中, 对 CO_2GDL , 与文献[1]一样, 可以采用 Siegman 所推导的饱和增益表示式^[4], 但必须改为三维形式:

$$g(x, y, z) = \frac{g_0}{1 + W(x, y, z)} \exp \left[-\frac{\alpha x_{\text{CO}_2}}{x_{\text{N}_2} V} x - \frac{\beta x_{\text{CO}_2}}{V x_{\text{N}_2}} \int_0^x \frac{W(x', y, z) dx'}{1 + W(x', y, z)} \right], \quad (24)$$

式中

$$W(x, y, z) = \frac{\sigma I(x, y, z)}{\beta h \nu}. \quad (25)$$

这里 g_0 是进口小信号增益, α 和 β 分别是 CO_2 的 (001) 和 (100) 能级与基态的碰撞交换速率, V 是流动速度, x_{CO_2} , x_{N_2} 分别是 CO_2 和 N_2 的克分子分数, ν 是光子频率, h 是普朗克常数, σ 是激光跃迁的光学截面.

实际上, g 随 z 变化很小, 文献[1]也指出过此点, 所以二维处理已足够精确, 故不再给出三维场分布的数值结果.

2. $g = g(x, y)$ 的情况

g 与 z 关系不大, 故取

$$g(x, y) = \frac{1}{L} \int_0^L g(x, y, z) dz.$$

对方程(1)分离变数, 在近似条件

$$K_x^2 f \gg \frac{\partial^2}{\partial x^2} f + \frac{\partial^2}{\partial y^2} f, \quad K_y^2 f \gg \frac{\partial^2}{\partial x^2} f + \frac{\partial^2}{\partial y^2} f \quad (26)$$

之下解得

$$E(x, y, z) = Z(z)M(x, y), \quad (27)$$

式中

$$Z(z) = (-\sqrt{R_1} e^{iK_z' z} + e^{-iK_z' z}), \quad (28)$$

$$M(x, y) = A_{++} [f_{++}(x, y) e^{iK_x x + iK_y y} + f_{--}(x, y) e^{-iK_x x - iK_y y} - f_{+-}(x, y) e^{iK_x x - iK_y y} - f_{-+}(x, y) e^{-iK_x x + iK_y y}], \quad (29)$$

此处应取

$$K_z' = \frac{n}{L} \pi - \frac{i}{4L} \ln \frac{1}{R_1 R_2}, \quad K_x = \frac{\pi}{S} l, \\ K_y = \frac{\pi}{H} m \quad (l, m, n = 0, 1, 2, \dots), \quad (30)$$

$$\left. \begin{aligned} f_{++}(x, y) &= f_{+\pm}(0, y_{01})e^{\frac{K}{2K_x} \int_0^x \tilde{g} dx'}, \\ f_{--}(x, y) &= f_{-\pm}(0, y_{02})e^{-\frac{K}{2K_x} \int_0^x \tilde{g} dx'}, \\ f_{+-}(x, y) &= f_{+\mp}(0, y_{03})e^{\frac{K}{2K_x} \int_0^x \tilde{g} dx'}, \\ f_{-+}(x, y) &= f_{-\mp}(0, y_{04})e^{-\frac{K}{2K_x} \int_0^x \tilde{g} dx'}, \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

式中 $(0, y_{0i})$ ($i = 1, 2, 3, 4$) 表示进口平面上的点, 由 (x, y) 以及 $(\pm K_x, \pm K_y)$ 决定。函数 $f(0, y_{0i})$ 的下标 \pm 号的选择由光线在 $x-y$ 平面上的追迹决定。若 x 从 0 到 x 中间发生奇数次反射, 则(31)式左右两边取异号, 否则取同号。这些函数应满足

$$\left. \begin{aligned} f_{++}(x, y)|_{x=0,s} &= f_{-+}(x, y)|_{x=0,s}, \\ f_{--}(x, y)|_{x=0,s} &= f_{+-}(x, y)|_{x=0,s}. \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

容易证明, 当且仅当沿光线迴路成立稳定条件

$$\oint \tilde{g}(x, y) ds_{xy} = 0 \quad (33)$$

时, 在进口平面上满足(32)式即能保证在 $x = s$ 处也满足(32)式。

$g(x, y)$ 的表示式仍是(24)和(25)式, 只是 $I(x, y, z)$ 须用 $\bar{I}(x, y)$ 取代, 并且 W 和 g 均与 z 无关。

$$\bar{I}(x, y) = \frac{1}{L} \int_0^L I(x, y, z) dz. \quad (34)$$

3. $g = g(x)$ 情况

当我们只关心辐射在 x 方向的分布时, 作为一种粗略的近似, 正如文献[1]那样, 可以假定 g 与 y 无关。此时可以分离变数

$$E(x, y, z) = Z(z)Y(y)X(x). \quad (35)$$

利用边界条件(2), (7)和(8)式, 在近似条件

$$K_x^2 f \gg f'' \quad (36)$$

之下, 可得方程(1)的解为:

$$Z = (-\sqrt{R_1} e^{iK_z z} + e^{-iK_z z}), \quad (37)$$

$$Y = \sin K_y y,$$

$$X(x) = f_+(0) \left\{ \exp \left[\frac{K}{2K_x} \int_0^x \tilde{g} dx' + iK_x x \right] - \exp \left[-\frac{K}{2K_x} \int_0^x \tilde{g} dx' - iK_x x \right] \right\}, \quad (38)$$

式中

$$\begin{aligned} K_x &= \frac{(l+1)}{S} \pi, \quad K_y = \frac{m}{H} \pi, \quad K_z = \frac{n}{L} \pi - i \frac{1}{4L} \ln \frac{1}{R_1 R_2} \\ &(l, m, n = 0, 1, 2, \dots). \end{aligned} \quad (39)$$

为了满足边界条件 $X(s) = 0$, 必须成立稳定条件

$$\int_0^s \tilde{g} dx' = 0. \quad (40)$$

$g(x)$ 的表示式仍是(24)和(25)式, 只是 W 和 g 均与 y 及 z 无关, $I(x, y, z)$ 用

$$\bar{I}(x) = \frac{1}{HL} \int_0^L dz \int_0^H dy \cdot I(x, y, z) \quad (41)$$

来取代.

从(38)式立即得

$$|X(x)|^2 = f_+^2(0) \left\{ \sin^2 K_x x + \sin^2 h^2 \left[\frac{K}{2K_x} \int_0^x \tilde{g} dx' \right] \right\}, \quad (42)$$

此式与文献[1]相同.

二、两类稳定振荡条件及其适用范围

1. 精确的稳定振荡条件

(1) $g = g(x, y, z)$ 情况.

用 $E^*(x, y, z)$ 乘方程(1)的两边, 然后对光腔体积积分, 取其虚部并应用第二格林公式, 得

$$\iiint_V g |E|^2 dx dy dz = \frac{c}{\omega} \text{Im} \iint E^* \nabla E \cdot ds. \quad (43)$$

式中 \iint 指对光腔的六个表面积分, V 指整个光腔体积. 由于(2)式, 可以只计算镜面 M_1 和

M_2 对积分的贡献. 再利用(3)–(8)式, 并考虑到 $K_z \approx \frac{c}{\omega}$ 得

$$\iiint_V g |E|^2 dx dy dz = (1 - R_1) \iint_{M_1} |m_-|^2 dx dy + (1 - R_2) \iint_{M_2} |m_+|^2 dx dy. \quad (44)$$

此式即为三维情况下的稳定振荡条件.

(2) $g = g(x, y)$ 的情况.

与三维情况类似, 可证:

$$\int_0^H \int_0^s \tilde{g} |M|^2 dx dy = 0. \quad (45)$$

(45)式就是二维情况下的稳定振荡条件. 此条件亦易从(44)式直接推得.

(3) $g = g(x)$ 情况.

此时, $M = YX$, 从(45)式直接得到

$$\int_0^s \tilde{g} |X|^2 dx = 0. \quad (46)$$

这就是文献[1]中的(19)式.

2. 近似的稳定振荡条件

上述精确的稳定振荡条件(44)–(46)式均以 $|E|^2$ 为权进行积分. 所以, 如果当 $|E|^2$ 或 g 偏离平均值较远的区域不大时, (44), (45)和(46)式分别简化为:

$$\iiint_V g dx dy dz = \frac{1 - R_1}{|E|^2} \iint_{M_1} |m_-|^2 dx dy + \frac{1 - R_2}{|E|^2} \iint_{M_2} |m_+|^2 dx dy, \quad (47)$$

$$\int_0^H dy \int_0^x \tilde{g} dx = 0, \quad (48)$$

$$\int_0^s \tilde{g} dx = 0. \quad (49)$$

因此得

近似稳定振荡条件 1 若在光腔中成立

$$|E|^2 \simeq \overline{|E|^2} \text{ 或 } g \simeq \bar{g}, \quad (50)$$

则稳定振荡时成立(47), (48)和(49) (\bar{g} 和 $\overline{|E|^2}$ 为腔中平均值).

如果条件(50)式得不到满足,则我们还有如下的定理:

近似稳定振荡条件 2 若几何光学近似可用,即

$$\nabla^2 \ll K_x^2 f, \nabla^2 \ll K_x^2 \bar{g}, \quad (51)$$

并且所有光路均起振,则稳定振荡时必须

$$\iiint_V \tilde{g} dx dy dz = 0. \quad (52)$$

证. 从(18)式可知,每个模由八个波组成. 因为所有光路均起振,所以腔中每点通过四条光路. 于是在光腔中沿所有光路积分时,每点被积四次. 由(23)式,沿一条光路积分时,其值为零. 所以沿所有光路积分时,总值也为零. 因此,体积分也为零. 证毕.

这一定理要求所有光路均起振. 这对平面平行腔一般是成立的,因为它的模体积很大.

当 $g = g(x, y)$ 时,(52)式化为:

$$\int_0^H dy \int_0^s \tilde{g}(x, y) dx = 0. \quad (53)$$

当 $g = g(x)$ 时,(53)式化为:

$$\int_0^s \tilde{g}(x) dx = 0. \quad (54)$$

这就是(33)式,也就是 Lee^[3]的条件. 从上述推导可见,(52),(53)和(54)式都要求所有光路全部起振. 实际上,(54)式的适用性条件还可放宽,可以取消全部光路起振的要求.

近似稳定振荡条件 3 当 $g = g(x)$ 时,只要

$$f'_x \ll K_x^2 f, \quad (55)$$

亦即

$$K_x^3 \gg \frac{K}{2} \tilde{g}'_x \text{ 和 } K_x^2 \gg \frac{K}{2} \tilde{g}, \quad (56)$$

则稳定振荡时必须

$$\int_0^s \tilde{g} dx = 0. \quad (57)$$

证. 在第二节中,我们已在(36)式(也即(55)式)成立的条件下,证得稳定振荡时必须成立(40)式(也即(57)式). 现在将 $f(x) = f_{\pm}(0) \exp\left(\pm \frac{K}{2K_x} \int_0^x \tilde{g} dx'\right)$ 代入(55)式,得

$$K_x^2 \gg \frac{K^2}{+K_x^2} \tilde{g}^2 \pm \frac{K}{2} \cdot \frac{\tilde{g}'_x}{K_x}.$$

从上式可知,若(56)式成立,必定(55)式成立,故(57)式成立. 证毕.

对一维情况,文献[1]所得 Lee 的条件适用范围就是本文的(50)式,而本文除(50)式外,还得到(55)和(56)式,即等同于几何光学近似适用的范围. 所以我们扩大了 Lee 的条件适用范围.

三、GDL 的输出功率公式和阈值条件

1. $g = g(x, y, z)$ 的情况

考虑到光在腔中沿 z 轴强度变化不大,故

$$|m_+|^2|_{M_2} \approx |m_-|^2|_{M_1}. \quad (58)$$

设光腔由 M_2 输出,透射率为 t , 利用(44)和(58)式得输出功率为:

$$P = \frac{ct}{8\pi} \iint_{M_2} |m_+|^2 dx dy = \frac{ct}{8\pi(2 - R_1 - R_2)} \iiint_V g |E|^2 dx dy dz, \quad (59)$$

对 CO_2 激光器,令

$$(x_{\text{CO}_2} \cdot \alpha)/(x_{\text{N}_2} \cdot V) = a, (x_{\text{CO}_2} \cdot \beta)/(x_{\text{N}_2} \cdot V) = \beta, h\nu\beta_i'\sigma = A_0, \quad (60)$$

于是,(24)式化为:

$$g(x, y, z) = \frac{g_0 e^{-ax}}{1 + \frac{c|E|^2}{8\pi A_0}} \exp\left[-\beta \int_0^x \frac{c|E|^2/8\pi A_0}{1 + c|E|^2/8\pi A_0} dx'\right]. \quad (61)$$

将(61)式代入(59)式,利用分部积分和边界条件(2)以及(52)式,得:

$$P = \frac{tA_0HL}{(2 - R_1 - R_2)(a + B)} \left[g_0 - \overline{g(s)} - \frac{as}{2L} \ln \frac{1}{R_1 R_2} \right], \quad (62)$$

式中 $\overline{g(s)} = \frac{1}{HL} \iint_{M_1} g(s, y, z) dy dz$.

在(62)式中,令 $P = 0$, 可得阈值进口小信号增益

$$g_l = \frac{as}{2L} \left(\ln \frac{1}{R_1 R_2} \right) (1 - e^{-as})^{-1}. \quad (63)$$

2. $g = g(x, y)$ 的情况

在上面的三维情况中,我们用了近似式(58)式. 在目前的二维问题中,我们有可能抛弃(58)式的近似而将结果改进一下.

比较(4),(5)与(28)式得到:

$$|m_-(x, y, 0)/m_+(x, y, L)|^2 = \sqrt{R_2/R_1}. \quad (64)$$

将(64)式代入(44)式,得

$$\iiint_V g |E|^2 dx dy dz = \left(1 + \sqrt{\frac{R_2}{R_1}} - \sqrt{R_1 R_2} - R_2 \right) \iint_{M_2} |m_+|^2 dx dy. \quad (65)$$

利用(65),(61)和(2)式,得

$$P = \frac{tA_0HL(a + B)^{-1}}{\left(1 + \sqrt{\frac{R_2}{R_1}} - \sqrt{R_2 R_1} - R_2 \right)} \left[g_0 - \overline{g(s)} - \frac{as}{2L} \ln \frac{1}{R_1 R_2} \right]. \quad (66)$$

式中

$$\overline{g(s)} = \frac{1}{H} \int_0^H g(s, y) dy. \quad (67)$$

阈值进口小信号增益 g_l 表示式仍为(63)式.

3. $g = g(x)$

此时,(66)和(63)式仍适用,只是(67)式简化为:

$$\overline{g(s)} = g(s). \quad (68)$$

由此可见,我们的一维功率公式(66)比文献[1]的公式(26)相差一个因子.

四、对 Gerry^[2] 典型装置的计算

1. 精确的一维计算

文献[1]在讨论 Gerry 装置时,先假定场在 x 方向是均匀的,然后计算场在 x 方向的变化.这可以认为是一级近似方法.现在我们放弃场在 x 方向均匀的假定,联立(42)和(24)式的一维形式,并保证(4)式,用数值迭代方法计算出精确的 x 方向的场强分布.对 $K_x = 2\pi$ 和 $K_x = 5\pi$ 所算得的场分布和 $g(x)$ 的结果表示在图 2 到图 5 中.图 2 中还画出了文献[1]的一级近似结果,以资比较.然后再利用(66)式计算功率输出.

所取数据是

$$x_{\text{CO}_2} = 0.08, \quad x_{\text{N}_2} = 0.91, \quad x_{\text{H}_2\text{O}} = 0.01,$$

燃烧室温度 1300°K, 压力=17 个大气压,出口 M 数=4, 面积比=14, 镜面损失 0.015, $t = 0.02$, $H = 3$ 厘米, $s = 20$ 厘米, $L = 30$ 厘米, $g_0 = 6 \times 10^{-3}$ 厘米⁻¹.

文献[1]根据上述数据,已算得腔中温度为 $T = 342^\circ\text{K}$, $P = 0.0987$ 大气压, $V = 1.45 \times 10^5$ 厘米/秒, $N = 2.118 \times 10^{18}$ 厘米⁻³, $\sigma = 0.991 \times 10^{-18}$ 厘米², $\frac{1}{\alpha} = 25.4 \times 10^{-1}$ 秒, $\frac{1}{\beta} = 3.3 \times 10^{-6}$ 秒, $a = 0.024$ 厘米⁻¹, $B = 0.184$ 厘米⁻¹, $A_0 = 5730$ 瓦/厘米².

根据上述数据,可进一步算得

$$g(s) = \begin{cases} 0.8 \times 10^{-3} \text{ 厘米}^{-1} & (K_x = 2\pi) \\ 0.6 \times 10^{-3} \text{ 厘米}^{-1} & (K_x = 5\pi) \end{cases}$$

代入(66)式得到功率输出为:

$$\text{对 } K_x = 2\pi, \quad \text{有 } P = 4769 \text{ 瓦,}$$

$$\text{对 } K_x = 5\pi, \quad \text{有 } P = 4968 \text{ 瓦.}$$

图 6 表示出文献[8]对 $\text{N}_2\text{-CO}_2$ 系统的实验结果,可以用作与文献[1]及本工作结果的比较.由于文献[8]的这些实验中并不含 H_2O ,而且具体压力、温度、流速等条件也与文献[1]及本工作不同,所以不能用作精确比较,但可在主要特点上进行比较.

从图 2 可以看到,我们的结果与文献[1]的一级近似场分布差别很显著.从物理上讲,光腔上游介质中贮存能量多,下游贮存能量小,因此文献[1]的场分布左右对称不如我们的场分布合理.从图 6 所示实验结果来看,也是在进口附近具有一个极大值,其总的变化趋势与本文结果相同,而与文献[1]的结果差别较大.

从输出功率来看, Gerry 等人对他的装置的估计功率是 5100 瓦,这与我们的计算值 4769 瓦和 4968 瓦只相差 331 瓦和 132 瓦.而文献[1]的公式(26)存在笔误,若改正了笔误,公式(26)应除以 2.因此,所得功率应比原来算得值缩小 2 倍,即 3140 瓦,这比 Gerry 本人的估计功率几乎小一倍.所以从输出功率的计算来说,我们也大大改进了文献[1]的一级近似结果.

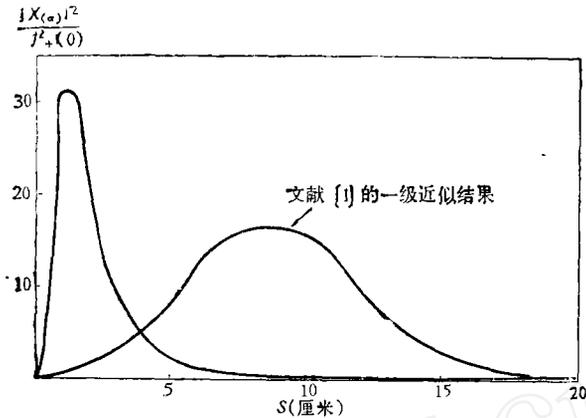


图 2 $K_x = 2\pi(\text{厘米})^{-1}$ 时的场分布
(已扣除 $\sin^2 K_x x$)

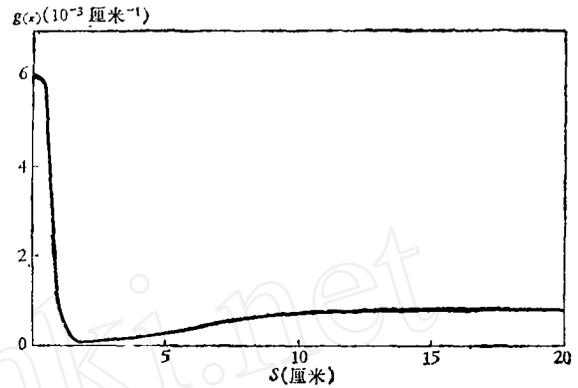


图 3 $K_x = 2\pi(\text{厘米})^{-1}$ 时的 $g(x)$

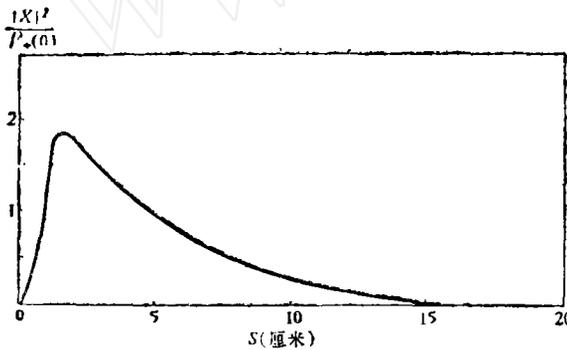


图 4 $K_x = 5\pi(\text{厘米})^{-1}$ 时的场分布
(已扣除 $\sin^2 K_x x$)

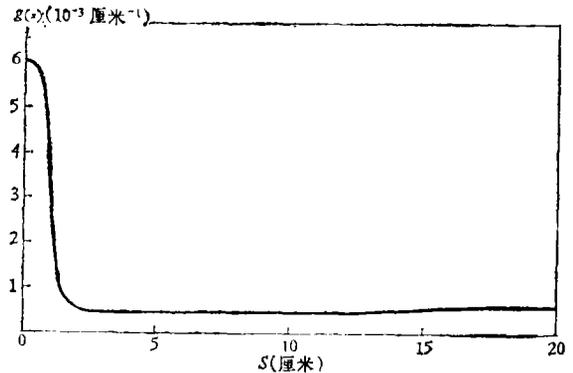


图 5 $K_x = 5\pi(\text{厘米})^{-1}$ 时的 $g(x)$

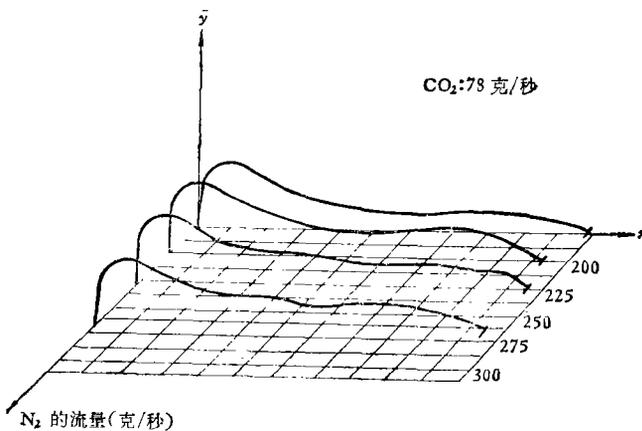


图 6 在 N_2 的不同流量条件下, 光强沿流向的分布

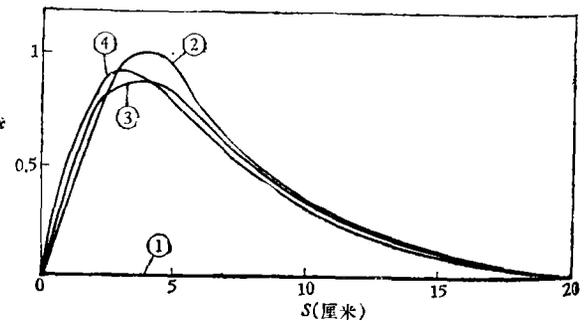


图 7 $K_x = K_y = 2\pi(\text{厘米})^{-1}$ 时的场分布
(已扣除小波动)

2. 二维数值结果

所有数据均与一维相同, 只是 $H = S = 20$ 厘米. 取 $K_x = K_y = 2\pi(\text{厘米})^{-1}$. 联立(29)和(24)式的二维形式, 并利用光强迭加原则^[10]进行数值求解, 得到的横模场分布结果示于图

7. 图7中曲线①表示当 $y = 0$ 和 $y = 20$ 厘米时的场分布随 x 的变化; 曲线②表示当 $y = 1.25$ 厘米和 18.75 厘米时的场分布随 x 的变化; 曲线③表示当 $y = 2.5$ 厘米和 $y = 17.5$ 厘米时的场分布随 x 的变化; 曲线④表示当 $y = 10$ 厘米时场分布随 x 的变化. 这些结果与文献[8]的烧孔照片一致. 烧孔照片表明, 在腔镜的四周辐射强度均降为零, 这是一维处理反映不出来的.

利用(66)式对二维处理得到的输出功率为 $P = 33328$ 瓦. 但这是对 $H=S=20$ 厘米情况算得的. 如果折合到 Gerry 实际装置的 $H = 3$ 厘米, $S = 20$ 厘米, 则输出功率应为 4999 瓦, 这比 Gerry 自己估计的 5100 瓦小 101 瓦. 所以就输出功率而言, 二维处理也比一维处理有所改进. 当然二维处理的最大进步在于能反映出场的二维分布.

对 Gerry 装置 ($S = 20$ 厘米, $H = 3$ 厘米), 用(63)式算得的阈值进口小信号增益为:

$$g_t = 1.045 \times 10^{-3} (\text{厘米})^{-1}.$$

作者对谈镐生、周光地和卞荫贵教授的指导和丁家强同志有益的讨论, 一并致以谢意.

参 考 文 献

- [1] 陈嗣熊, 中国科学, 1979, 4: 413.
- [2] Gerry, E. T., *AIAA Paper*, 71-23.
- [3] Lee, G., *The Phys. of Fluids*, 17(1974), 3.
- [4] Siegman, A. E., et al., *Appl. Opt.*, 13(1974), 12.
- [5] Rensch, D. B., *ibid.*, 13(1974), 11.
- [6] Sziklas, E. A., et al., *ibid.*, 14(1975), 8.
- [7] Kuehn, D. M., et al., *J. Appl. Phys. Letters*, 16(1970), 48.
- [8] Pratt, H. L., AD 723961, 1971.
- [9] 朱如曾、封开印编译, 激光物理, 国防工业出版社, 1975, 314
- [10] 朱如曾, 光学学报, 2(1982), 3:198.