

太阳大气中磁场的扭转储能

刘新萍 敖超

(中国科学院力学研究所) (中国科学院计算中心)

摘 要

本文从完整的磁流体动力学方程组出发,研究太阳大气中磁力线管根部的扭转储存能量.通过数值方法,研究了包含太阳表面过渡区在内的非线性无力场的动力学演化.假设初始磁场位形为势场,根部等离子体运动使活动区磁场扭转,磁能重新分布,在局部区域中储存大量的磁能.计算结果给出非线性无力场的定量关系,可以解释太阳耀斑的储能过程.

一、前 言

自从 Gold 和 Hoyle 提出磁力线管根部扭转储存能量以来^[1],已经对太阳大气中的无力场位形进行了广泛的研究.无力场储能的概念,大量地被应用到太阳耀斑的模型研究之中.讨论得最多的是静力学的线性无力场位形^[2,3].在静力学条件下,磁能随着磁力线的扭转程度的增强而增大,对单极非线性场^[4]和双极线性场^[5]都有这种趋势.近年来,人们开始研究无力场的运动学效应.磁力线管的根部剪切运动可以储存能量^[6].同样,磁力线管的扭转运动也可以储存能量^[7,8].只是在一些特殊的情况下,才能够用分析的方法求出磁绳的动力学模型^[9].

等离子体的旋转运动与磁场之间的相互作用是耦合在一起的复杂动力学过程.即使在色球和日冕的活动区中,磁压远远大于等离子体的动压,但由于运动与磁场的耦合关系,速度场会使磁场发生畸变,这反过来又产生新的流场.因此,我们不能事先把问题限于一维流场或一维磁场分布,往往二维场也不能很好地满足要求.这就给分析处理增加了困难.本文采用数值研究的方法,讨论等离子体在磁力线管的根部转动时,上层活动区的磁场和流场所受到的影响. Nakagawa 等人^[9]曾经计算活动区磁场随时间整体变化时的流体力学响应,他们在直角坐标系中分析了二维流场的分布,没有讨论磁感应方程的影响.在我们的问题中,研究了三维流场和三维磁场的耦合效应.

二、基本方程组和边界条件

理想等离子体在柱坐标系 (r, θ, z) 中的磁流体力学方程组可以写为

本文 1979 年 11 月 30 日收到.

$$\frac{\partial \rho_*}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_* \bar{v}_*) = 0, \quad (1)$$

$$\rho_* \left[\frac{\partial \bar{v}_*}{\partial t} + (\bar{v}_* \cdot \nabla) \bar{v}_* \right] = -\nabla p_* + \frac{1}{4\pi} (\nabla \times \bar{B}_*) \times \bar{B}_* - \rho_* \bar{g}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \bar{B}_*}{\partial t} = \nabla \times (\bar{v}_* \times \bar{B}_*), \quad \nabla \cdot \bar{B}_* = 0, \quad (3)$$

$$p_* = f(\rho_*). \quad (4)$$

它们分别是连续方程、动量方程、磁感应方程和描述热力学过程的正压关系。取 z 的方向在太阳表面铅直向外。为了简单,我们讨论轴对称问题,即 $\frac{\partial}{\partial \theta} = 0$ 。将方程组无量纲化,记

$$\begin{cases} R = \frac{r}{a}, \quad z = \frac{z}{a}, \quad \tau = \frac{t}{t_0}, \quad t_0 = \frac{a}{v_0}, \\ \bar{v} = \frac{\bar{v}_*}{v_0}, \quad \bar{B} = \frac{\bar{B}_*}{B_0}, \quad \rho = \frac{\rho_*}{\rho_0}, \quad p = \frac{p_*}{p_0}, \\ \alpha = \frac{P_0}{\rho_0 v_0^2}, \quad \beta = \frac{P_0}{B_0^2 / 8\pi}, \quad G = \frac{g a}{v_0^2}. \end{cases} \quad (5)$$

则无量纲的基本方程组可写为

$$\frac{\partial}{\partial \tau} L + \frac{\partial}{\partial R} M + \frac{\partial}{\partial z} N = S, \quad (6)$$

$$p = f(\rho), \quad (7)$$

其中

$$L = \begin{bmatrix} R\rho \\ R\rho u \\ R\rho v \\ R\rho w \\ B_r \\ B_\theta \\ RB_z \end{bmatrix}, \quad M = \begin{bmatrix} R\rho u \\ R\left(\rho u^2 + \frac{\alpha}{\beta}(B_\theta^2 + B_z^2 - B_r^2) + \alpha p\right) \\ R\left(\rho uv - \frac{2\alpha}{\beta} B_\theta B_r\right) \\ R\left(\rho uw - \frac{2\alpha}{\beta} B_r B_z\right) \\ 0 \\ uB_\theta - vB_r \\ R(uB_z - wB_r) \end{bmatrix},$$

$$N = \begin{bmatrix} R\rho w \\ R\left[\rho uw - \frac{2\alpha}{\beta}(B_r B_z)\right] \\ R\left[\rho vw - \frac{2\alpha}{\beta}(B_z B_\theta)\right] \\ R\left[\rho w^2 + \frac{\alpha}{\beta}(B_r^2 + B_\theta^2 - B_z^2) + \alpha p\right] \\ wB_r - uB_z \\ wB_\theta - vB_z \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$S = \begin{bmatrix} 0 \\ \rho v^2 + \frac{\alpha}{\beta} (B_r^2 + B_z^2 - B_\theta^2) + \alpha p \\ -\rho uv + \frac{2\alpha}{\beta} B_\theta B_r \\ -R\rho G \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

在上述关系中, 准确的重力加速度应该随 z 的增加而减少. 我们只讨论太阳表面不大的距离, 因此, 把重力加速度取为常数, 即 $g = 2.74 \times 10^4$ 厘米/秒².

能量方程的处理是这一类问题中都要遇到的问题. 在色球和日冕低层, 我们必须考虑太阳大气的反常加热机制. 利用对流层湍流激发的声波耗散, 或声波发展为弱激波的耗散, 或阿尔芬波转换为磁声波的耗散过程, 可以计算太阳大气的加热. 但是定量地描述加热过程, 还是一个正在研究的课题. 特别是日冕加热所需要的热量并不大, 热源变化不大就可以引起计算结果很大的差异. 为了避免这些不确定性, 我们这里采用一种半经验的处理方法. 在平衡状态时, $\nabla p_* = -\rho_* \mathbf{g}$. 考虑一维的平衡关系就有

$$p(z) - p_0 = -\frac{G}{\alpha} \int_{z_0}^z \rho(z) dz. \quad (8)$$

利用观测的密度分布 $\rho(z)$, 就确定了压力的分布 $p(z)$. 再利用理想气体的状态方程, 也就确定了温度分布 $T(z)$. 这些分布关系包括了加热气体的能源与辐射和传导的损失之间综合平衡的结果. 可以估计, 等离子体在根部的旋转运动, 不会严重地改变这种能量平衡状态. 因而, 我们就取相当于 (8) 式的这种初始过程关系

$$p = f(\rho)$$

来代替细致的能量方程. 这种处理方法使我们回避了具体能量平衡关系中的不确定性困难, 而借助于观测资料对能量关系做半经验的处理. 在具体计算中, 采用太阳大气的 Harvard-Smithsonian Reference Atmosphere 模型^[10]以及对此大气模型的推广^[11].

计算的下边界取在过渡区附近 (距光球底部 2000 公里), 初始磁场取为轴对称势场, 即

$$\begin{cases} B_r = \frac{3}{2} \frac{R(z+1)}{[R^2 + (z+1)^2]^{5/2}}, \\ B_\theta = 0, \\ B_z = \frac{1}{2} \frac{-R^2 + 2(z+1)^2}{[R^2 + (z+1)^2]^{5/2}}. \end{cases} \quad (9)$$

初始的速度取为

$$\bar{v}(R, z) = 0. \quad (10)$$

为了讨论根部的等离子体旋转运动对于势场 (9) 的影响, 我们取如下两组边值:

$$\begin{cases} u(R, 0) = w(R, 0) = 0, \\ v(R, 0) = 4 \left(1 - \frac{R}{R_2}\right) \left(\frac{R}{R_2}\right); \end{cases} \quad (11)$$

$$\begin{cases} u(R, 0) = 0, \quad w(R, 0) = 0, \\ v(R, 0) = 4 \left(1 - \frac{R}{R_2}\right) \frac{R}{R_2} (1 - e^{-t/\tau_0}). \end{cases} \quad (12)$$

其中 R_2 是常数。边值 (12) 考虑了根部转动由 0 逐渐加速到二次曲线的转动剖面, 加速的特征时间为 τ_0 。

三、计算方法和结果

将基本方程 (6)–(7) 离散化, 用两步迭代方法, 在条件 (11) 或 (12) 下求初值问题 (6), (7) 的解。采用具有二阶精度的差分格式^[12]。为了平滑由于计算引起的波动, 适当地加入了人工粘性。

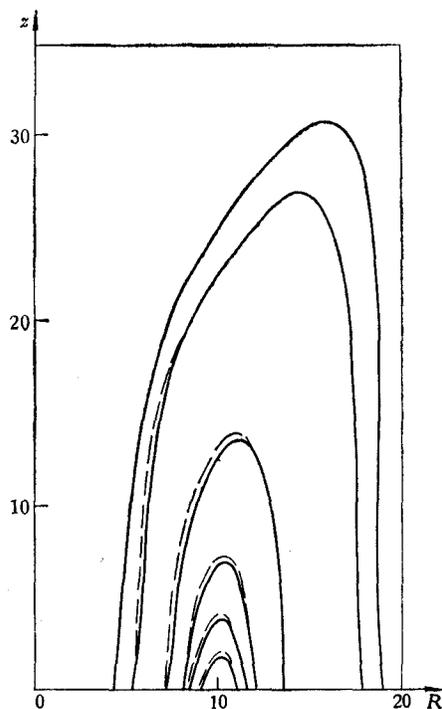


图 1 $R-z$ 平面中 $t = 0$ 和 $t = 9.48$ 秒时的磁场位形

——平衡时的磁场位形, —— 9.48 秒时的磁场位形。

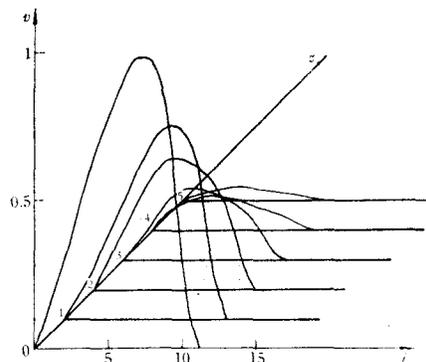


图 2 1.53 秒时 θ 方向扰动速度的传播

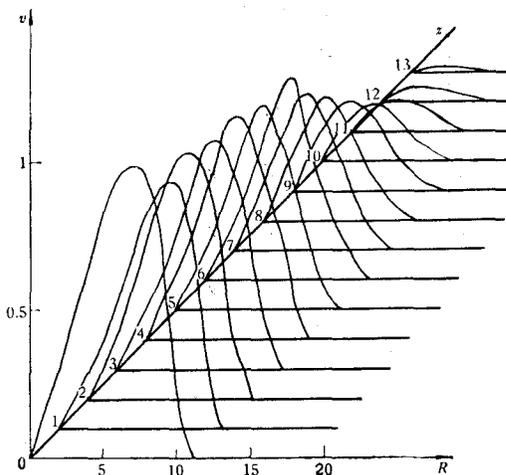


图 3 7.53 秒时 θ 方向扰动速度的传播

R, z 方向用变步长计算,其步长分别为

$$\begin{cases} \Delta R_j = (ma)^j \Delta R_0, & j = 1, 2, \dots, M-1, \\ \Delta z_k = (mb)^k \Delta z_0, & k = 1, 2, \dots, N-1. \end{cases} \quad (13)$$

其中 ma, mb 是常数. 根据柯朗条件,时间步长取为

$$\Delta \tau = F \frac{0.5 \times (\Delta R_0 + \Delta R_1)}{|\bar{u}| + v_A + a}, \quad (14)$$

其中 F 取为小于 1 的常数, $|\bar{u}|$ 是流体速度, a 是声速, v_A 是阿尔芬速度.

图 1 中给出初始状态时轴对称势场的磁场位形(用实线划出的),在图 1 中同时又给出 9.48 秒时,磁力线管被扭转后 $R-z$ 平面中的磁场位形(用虚线划出的).从图 1 上可以看出,对于磁力线管根部扭转的扰动, $R-z$ 平面中磁场位形变化不大,磁力线略向 z 轴方向靠近.在图 2 和图 3 中分别给出 1.53 秒和 7.53 秒时,根部旋转速度在子午平面中以阿尔芬波速传播的情况.图 4 中给出 9.03 秒时 $R-z$ 平面中的速度场.没有划出箭头的区域表示速度接近于零或为零.图 5 中给出 7.5 秒时 θ 方向的磁场.从图上可以看出, B_θ 是负的.因为初始状态轴对称势场的 θ 方向分量 B_θ 为零.由于根部大气绕 z 轴的旋转运动,产生了与大气转动方向相反的磁场分量 B_θ ,因而磁力线管被扭转,储存了能量.图 6 和图 7 中分别地给出太阳大气的磁能和动能随时间的变化.图 6 中 $W_{B_R}, W_{B_\theta}, W_{B_z}$ 分别表示 R, θ, z 方向的磁能, ΔW_B 表示各不同时刻的总磁能减去初始时刻的总磁能.从图 6 中可以看到,太阳大气的磁能在 R, z 方向是随时间而减少的, θ 方向磁能是随时间而增加的, Δw_B 磁能随时间的增加也是增加的.图 7 中 $W_{P_u}, W_{P_v}, W_{P_w}$ 分别表示大气中 R, θ, z 方向的动能, W_P 表示总的动能.

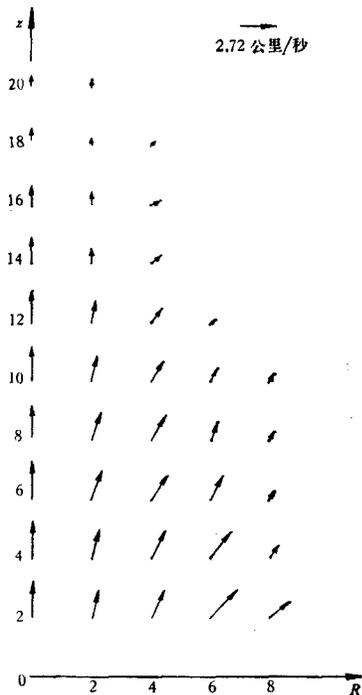


图 4 9.03 秒时 $R-z$ 平面中的速度场

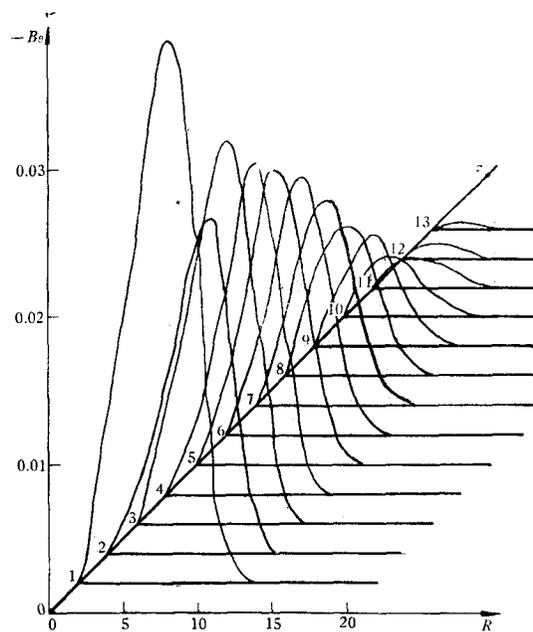


图 5 7.5 秒时 θ 方向的磁场

图 1 到图 7 中计算时使用的边界条件是根部大气 θ 方向的转动速度不随时间变化, 即用公式 (11) 计算的。

对于同样的参数数值计算了根部大气的 θ 方向的转动速度随时间按公式 (12) 变化的情况。图 8 中给出 7.5 秒时刻根部大气的 θ 方向转动速度剖面在大气中的传播情况。图 9 给出 7.5 秒时刻时磁场在 θ 方向的扰动图。同样由于根部大气的旋转运动产生了与 θ 方向相反的磁场分量 B_θ , 磁力线管被扭转, 储存了磁能。当计算时间足够长时, 第二种边界条件的计算结果和第一种边界条件计算的结果基本上一样。

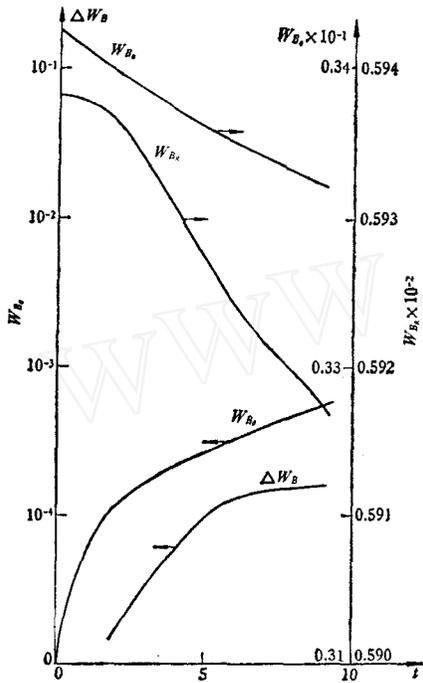


图 6 磁能随时间的变化

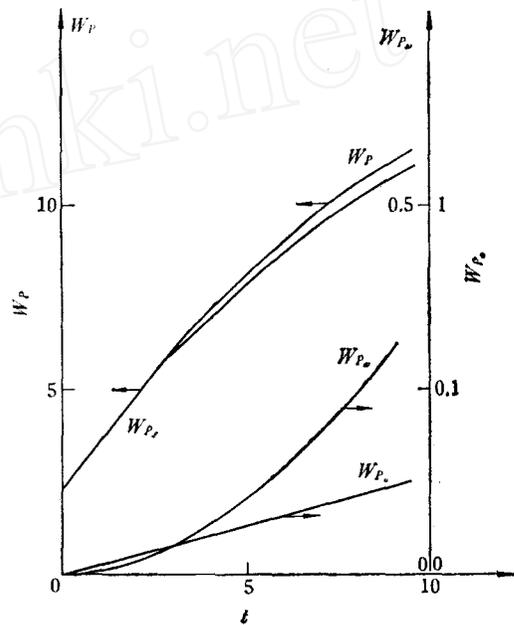


图 7 动能随时间的变化

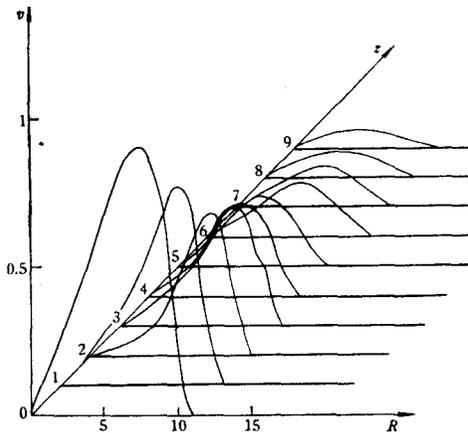


图 8 7.5 秒时 θ 方向扰动速度的传播

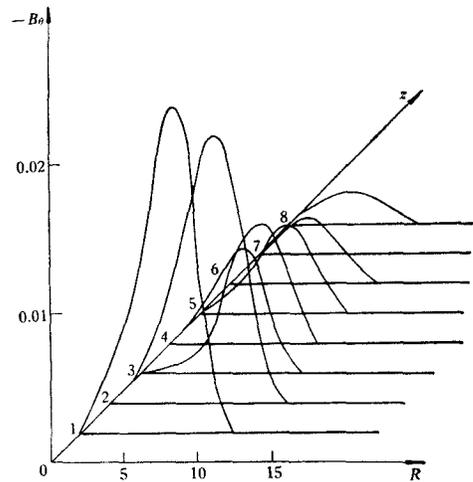


图 9 7.5 秒时 θ 方向的磁场

四、 讨 论

从上述计算结果可以看出,初始状态轴对称势场,即没有电流的线性无力场,由于根部等离子体的旋转运动,在电导率无穷的情况下,因磁冻结效应,磁力线管被扭转.扭转扰动的区域中产生了电流.在我们的计算中,完整地考虑了流场和磁场的耦合效应.在具体计算时,取 $\beta = 0.01$. 从 7.5 秒时刻的计算结果中可以看出,等离子体最大速度点的动压力是 0.009 达因/厘米²,而同一点的磁压强是 0.08 达因/厘米²,仍满足无力场条件

$$\rho v^2 \ll \frac{B^2}{8\pi}, \quad P \ll \frac{B^2}{8\pi}. \quad (15)$$

因此,太阳大气根部的旋转运动,使得没有电流的势场发展为非线性的无力场,在太阳色球层和日冕低层大气中,特别是在太阳活动区中,磁场位形基本上应是无力场.太阳耀斑理论的一个重要问题就是研究无力场的位形和演化.人们大量地讨论了 α 为常数的情况,这种无力场称为线性无力场.对于线性无力场,磁能随无力因子 α 的增大而增加.光球层的扭转运动或者某种发电机效应使 α 增加, α 增加时磁场扭转程度增强,使磁能储存在活动区中.线性无力场的假设有很大局限性.我们从磁流体力学基本方程组出发,完整地研究非线性无力场的演化,相当于研究了 α 随时间和空间都在变化的非线性无力场.对于非线性无力场用分析方法求解很困难,目前所有的工作都做许多假设^[6,13].我们通过数值计算给出非线性无力场的定量关系.无力场中产生的电流体系应和有力场区域的电流耦合.在对流区和光球层中,太阳黑子磁场是有力场,而在色球层和日冕低层活动区则为无力场区域.随着无力场电流密度的增加,上层活动区中的流场和热力学参数都相应地变化.计算的下边界取在过渡区附近,利用了半经验的正压过程 $p = f(\rho)$ 关系,处理了太阳表面过渡区中能量转换的复杂过程.观测结果指出,过渡区附近大气的温度分布随太阳表面的高度增加而增加.计算出的温度分布与观测结果大体一致.

人们很早就提出,光球层流体的旋转运动会使上层大气中的磁场扭转,从而储存能量^[4].以后,人们又讨论光球剪切运动的储能机制^[6].这些分析都试图将光球层和对流层的能量传到无作用力磁场区域中储存为磁能.这些机制对于研究太阳耀斑理论无疑是很重要的.在静力学条件下,磁力线管被扭转的程度愈强,磁能增加的愈多.我们这里考虑非线性无力场的动力学过程,从计算结果得到,对于基态为轴对称的势场,随时间增加时,根部大气的旋转运动,使得在子午面内的磁场位形变化不大,从图 1 中可以看出,只是靠近根部的扰动区域中的磁力线略向 z 轴方向靠近.但是,横向磁场 B_θ 随时间的增加不断地增强,磁力线管被扭转的程度也愈强.如果考虑整个的计算区域,因为旋转动能很小,太阳大气的总磁能随时间基本上不变.可是,如果仅考虑靠近根部的大气的某个区域中横向的磁能,在 7.5 秒时刻,横向磁场的磁能比初始时刻的总磁能增加到 6 倍多.从图 6 中也可以看出, R 方向和 z 方向的磁能都随时间增加而减少, θ 方向的磁能随时间增加而增加.整个空间中的总磁能减去初始状态时的总磁能之差 ΔW_B 是随时间增加而增加的.横向磁能的生长说明,周围空间中的能量集中到局部被扭转的磁力线管中.这也表明,根部大气的旋转运动使太阳大气中的能量在空间中重新分配.太阳表面上很大区域

中的大气能量被集储到太阳表面上某一个小的局部区域中。这样储存的磁能可以作为太阳表面上爆发现象的能源,主要是太阳耀斑的能源。

太阳耀斑的储能问题,是太阳物理中重要研究课题。关于耀斑机制人们已经提出各种理论模型,做了大量分析和观测,问题至今还没有定论。多数人认为,太阳活动区中磁场起着重要的作用。目前,在观测仪器的精度内还没有得到黑子中流体转动的规律性。空间探测结果倾向于认为,大的太阳耀斑可以发生在日冕的简单双极拱形磁场位形中。这个结果对无力场耀斑模型是有利的。从我们的数值分析结果可以看出,光球层和对流层产生的旋转运动,以阿尔芬速度向色球层和日冕低层活动区传播,改变了活动区的流场,磁力线管被旋转流体扭绞,使磁能集储到较小的局部区域中,成为耀斑的能源。我们的数值计算结果给出太阳耀斑无力场储能过程的一种解释。而耀斑储能的全部问题的深化和解决,还有待于观测方面和理论方面做更多的工作。

本文是在胡文瑞同志指导下完成的,谨致谢意

参 考 文 献

- [1] Gold, T. and Hoyle, F., *Monthly Notice RAS.*, **120**, 89, 1960.
- [2] Nakagawa, Y. and Raedu, M. A., *Solar Phys.*, **25**, 127, 1972.
- [3] Tanaka, K. and Nakagawa, Y., *Solar Phys.*, **33**, 187, 1973.
- [4] Barnes, C. W. and Sturrock, P. A., *Astrophys. J.*, **174**, 659, 1972.
- [5] 马云丽,胡文瑞,双极黑子的无力场位形. 1977年全国天文学会议文集,科学出版社,1979.
- [6] Low, B. C. and Nakagawa, Y., *Astrophys. J.* **199**, 237, 1975.
- [7] 胡文瑞,中国科学, **1**, 69, 1977.
- [8] 胡文瑞,磁绳的动力学模型. 日地空间物理学文集I,科学出版社,1979.
- [9] Nakagawa, Y., et al., *Solar Phys.*, **47**, 193, 1976.
- [10] Gingerich, O., et al., *Solar Phys.*, **18**, 347, 1971.
- [11] Ulmschaeider, P., *Astron. Astrophys.*, **12**, 297, 1971.
- [12] Lapidus, A., *J. Comp. Phys.*, **2**, 154, 1967.

ON THE ENERGY STORAGE IN THE SOLAR ATMOSPHERE BY TWISTING MAGNETIC FIELD

Liu Xin-ping

Ao Chao

(*Institute of Mechanics, Academia Sinica*)

(*Computing Center, Academia Sinica*)

Abstract

In this paper a complete set of MHD equations was used to study the energy storage in the solar atmosphere by twisting the tube of magnetic lines of force at the base. By means of numerical method, dynamic evolution of nonlinear, force-free magnetic fields of the solar surface, including the transition region, was investigated. It was assumed that the initial magnetic fields configuration is a potential field; the plasma motions at the feet of lines make magnetic fields in the active regions twisting. Magnetic energy is rearranged in this way much of magnetic energy can be stored in the local regions. Computed results give a quantitative expression for nonlinear force-free fields. These results could explain the energy-storing process of solar flares.