

大型汽轮机组轴系的 振型和动应力计算*

中国科学院力学研究所 申仲翰 欧阳怡 刘大康

摘 要

目前,对于大型汽轮机组轴系来说,由动不平衡效应所引起的动应力的分析工作还是不多的。为此本文利用有限单元法对国产30万千瓦汽轮机组轴系在不平衡力作用下所产生的动应力作了计算,并给出了在强迫力作用下的振型。计算结果可为轴系的断裂强度计算提供基本数据,并可为轴系的动强度设计及动平衡调整提供参考。

一、前 言

随着电力工业的发展,发电机组的容量越来越大,从而转子轴也变得愈来愈长,轴承也相应加多,形成了多点柔性转子轴系。在一定的振动情况下,需要估算转子中的振动应力。有限单元法是一个比较合适的工具。近十几年来,大型柔性转子的动态分析工作有很大发展,可参见文献[1]、[2]、[4]等。但在不平衡力作用下动应力的计算尚不多见。其中一个很大困难是如何确定不平衡载荷的问题。影响不平衡力的因素是多方面的,某种意义上讲它是一个随机量,鉴于这个方面的统计资料很少,因而暂无法考虑这一点。

本文对不平衡力的选取是这样的,根据实测某一轴承处的振幅,从而假定整个转子均以此幅值作正弦振动,并计算其惯性力,此即为外干扰力。轴系的计算模型一般由转子、园盘和轴承组成,转子作为分布惯性和分布弹性元件,园盘作为刚性元件,轴承作为流体膜片结构处理,见文献[6]、[7]、[8],园盘和轴承质量是集成的,而转子则采取了一致质量分布的形式[3],在刚度和质量矩阵中增加了依赖于频率的项[9],并在质量矩阵计算中考虑转动惯量,以提高计算精度。

二、计算模型和振动方程

我们把轴系振动视为小挠度线性系统的振动,整个轴系由三种元素组合而成(见图一)。

图中的三种单元为梁、盘和轴承。其中(1)梁单元(2)盘元(3)轴承元。它们可分述于下。我们以 M 表示质量矩阵, K 表示刚度矩阵, q 表示包括横向位移和转角在内的广义位移矢

*本文曾在1978年12月于西安召开的“振动理论和实验学术交流会”上宣读。

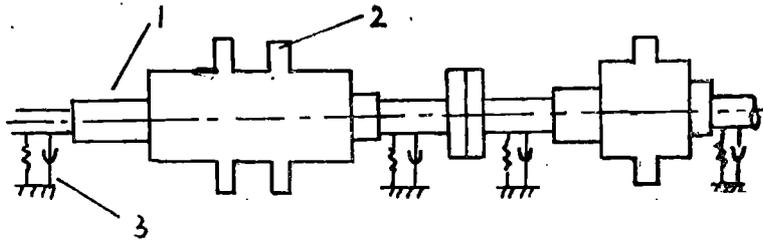


图 1 轴系示意图

量, \mathbf{P} 表示包括结点力和弯矩在内的广义力矢量, \mathbf{C} 表示阻尼矩阵。

(1) 梁单元: 它具有对称和均匀分布的惯性和弹性, 并且其振动是在水平方向 x 和垂直方向 y 均有发生, 所以梁元的振动方程可表示为

$$\begin{pmatrix} \mathbf{M}_b & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_b \end{pmatrix}_{8 \times 8} \begin{Bmatrix} \ddot{q}_x \\ \vdots \\ \ddot{q}_y \end{Bmatrix}_{8 \times 1} + \begin{pmatrix} \mathbf{K}_b & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_b \end{pmatrix}_{8 \times 8} \begin{Bmatrix} q_x \\ \vdots \\ q_y \end{Bmatrix}_{8 \times 1} = \begin{Bmatrix} P_x \\ \vdots \\ P_y \end{Bmatrix}_{8 \times 1} \quad (1)$$

方程(1)中 \mathbf{M}_b 、 \mathbf{K}_b 的表达式可见附录。符号“ $\ddot{\cdot}$ ”表示对时间 t 的二次导数。下标 b 代表梁单元。

(2) 盘单元: 考虑到盘的陀螺效应并将其质量集中于质心, 于是有下列的盘元振动方程式:

$$\mathbf{M}_p \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}_p \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{P} \quad (2)$$

(2)式中 \mathbf{M}_p 为盘元之质量矩阵, 其为对角矩阵, \mathbf{C}_p 为盘元之阻尼矩阵, 它是非对称矩阵, 它们的表达式可见附录, 符号“ $\dot{\cdot}$ ”表示对时间 t 的一次导数。下标 p 代表盘单元。

(3) 轴承单元: 对于轴承单元只考虑轴承座的质量, 而轴承本身质量不计, 其刚度和阻尼矩阵是非对称的(见附录)。它的振动方程取下列形式。

$$\mathbf{M}_s \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}_s \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}_s \mathbf{q} = \mathbf{P} \quad (3)$$

(3)式中的下标 s 代表轴承单元。

以上三种单元组合构成轴系的计算模型。由于所有的单元是在轴向被衔接起来的, 所以从局部座标到总体座标不必进行几何变换, 从而由局部振动方程到总体振动方程亦可通过简单的叠加而形成。于是有轴系的强迫振动方程

$$\mathbf{M}_{n \times n} \ddot{\mathbf{q}}_{n \times 1} + \mathbf{C}_{n \times n} \dot{\mathbf{q}}_{n \times 1} + \mathbf{K}_{n \times n} \mathbf{q}_{n \times 1} = \mathbf{P}_{n \times 1} \quad (4)$$

(4)式中 n 为自由度数, 若以 N 表示组成轴系的梁元素的总个数, 则 $n = 4(N + 1)$; 激振力由转子的动不平衡所引起, 激振力的取值是根据实测得到的一组转子轴承处的偏心振幅(当转子两端的轴承振幅不同时则取大者), 从而假定整个转子均以此幅值作正弦振动而计算出来的惯性力的值。以 m 表示盘的质量, ρ_1 表示转子单位长度质量, H 表示转子的振幅, ω 表示转子振动圆频率, 则集中载荷 P_1 及分布载荷 q_1 可分别表示如下:

$$\left. \begin{aligned} P_1 &= m\omega^2 H e^{i\omega t} \\ q_1 &= \rho_1 \omega^2 H e^{i\omega t} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

每个单元上的外力是根据下面的办法向结点(梁单元端点)移置。以下标 e 代表结点。则有

$$P_e = \int_0^l ([A_0]^T + \omega^2 [A_2]^T) q_1 dz + ([A_0]^T + \omega^2 [A_2]^T) P_1 \quad (6)$$

(6)式中 $[A_0] + \omega^2 [A_2]$ 是形状函数矩阵。 $[A_2]$ 为考虑依赖于频率的刚度所得的项。它们的详细表达式可见附录。 z 表示与转子中心线相合的轴向座标(见图4)。

三、振动方程的求解

在正弦振动的情况下并忽略响应中的自由振动部分,则振幅和载荷将以相同的周期变化。

$$\left. \begin{aligned} P &= F e^{i\omega t} \\ q &= Q e^{i\omega t} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

把(7)式代入(4)式则有

$$(-\omega^2 M + i\omega C + K) Q = F \quad (8)$$

此处

$$Q = \{Q_1 Q_2 \dots Q_n\}$$

$$F = \{F_1 F_2 \dots F_n\}$$

由于阻尼的存在使每点的 Q_j 和 F_j ($j=1, 2, \dots, n$) 存在着相位差。设

$$Q_j = A_j + i B_j \quad (9)$$

其中 A_j 为实部, B_j 为虚部。 F_j 为实数, 于是位移 Q_j 滞后于力 F_j 的相位角为

$$\varphi_j = \operatorname{arctg} \frac{B_j}{A_j} \quad (10)$$

把(9)式代入(8)式, 并将实部虚部分开, 则有下列之联立方程式。

$$\left. \begin{aligned} (-\omega^2 M + K) A - \omega C B &= F \\ \omega C A + (-\omega^2 M + K) B &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

上式中

$$A = \{A_1 A_2 \dots A_n\}$$

$$B = \{B_1 B_2 \dots B_n\}$$

解出

A, B 后则各点之最大振幅为

$$Q_j = (A_j^2 + B_j^2)^{\frac{1}{2}} \quad j=1, 2, \dots, n \quad (12)$$

(1) 求解振型

由于各点的振动具有不同的相位, 所以沿转子的各点不能同时达到最大幅值, 在同一周期内的不同时刻转子的振型分布是不同的。鉴于在正半周和负半周内每点的振动只是符号相反, 所以可把从零到 π 的半周内从 t_0 到 t_8 分为 8 个间隔, 算出每个 t_K 时刻的振型分布, 从而可画出一周期内转子的振型图。转子所有结点的振型值都已算出, 但由于绘图困难现仅以结点 20 为例绘于图二。各 t_K 时刻的振型表达式为

$$\left. \begin{aligned} A_j(t_K) &= Q_j \cos(-\varphi_j + K\pi/8) & A_j \geq 0 \\ A_j(t_K) &= Q_j \cos(-[\varphi_j + \pi] + K\pi/8) & A_j < 0 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

$$j=1, 2, \dots, n$$

$$K=1, 2, \dots, 8$$

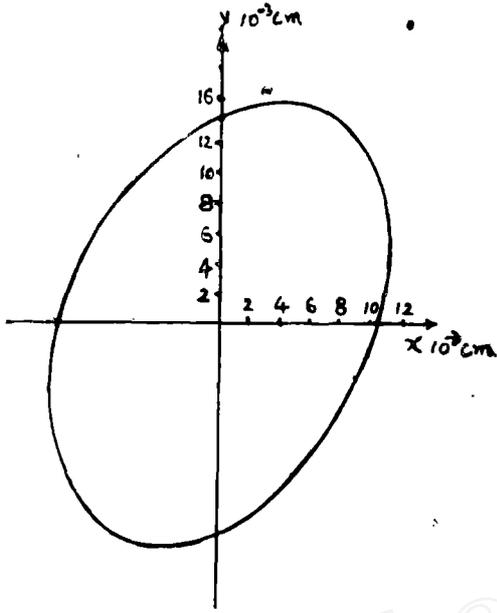


图2 结点20中心点轨迹

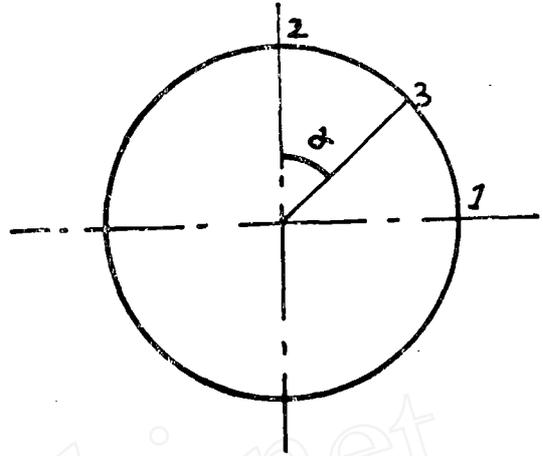


图3 最大应力作用点

(2) 求解应力

解出每段梁元端点的振动位移 Q_x 和 Q_y 后就可进一步求出梁元中的应力分布。若以 σ_{xoz} 和 σ_{yoz} 分别表示由水平横向振动和垂直横向振动所引起的应力。则有

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{xoz} &= [B_x] Q_x \\ \sigma_{yoz} &= [B_y] Q_y \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

上式中 $[B_x]$ 、 $[B_y]$ 之表达式可见附录。

考虑 σ_{xoz} 和 σ_{yoz} 同号（因为在一周期内，总有一个 $1/4$ 周期内取同号），它们分别在园截面的边缘处（设为 1 点和 2 点）取最大值（见图三）。于是整个截面上的最大应力为 σ_{xoz} 与 σ_{yoz} 的按比例的叠加，其合成的最大应力点为 3。每段梁元分为四等分，对每个分点求一组应力值。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_z &= \sigma_{xoz} \sin \alpha + \sigma_{yoz} \cos \alpha \\ \alpha &= \arctg \left(\frac{\sigma_{xoz}}{\sigma_{yoz}} \right) \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

四、计算结果及讨论

由于计算机容量的限制，我们把实际轴系在保持其基本力学性质的基础上作了一些简化。整套30万千瓦机组（包括汽轮机部分和电机部分）共取了35段梁元，23个盘单元及10个轴承单元，计算得到的各结点的水平方向和垂直方向的最大振幅列于表一。

由表一得知，水平方向的最大振幅在第19和第20个结点上，最大幅值为 11.2×10^{-3} 厘米，垂直方向的最大振幅在第20个结点上，最大幅值为 14.8×10^{-3} 厘米。每个结点的运动轨迹为一个椭圆。

由(5)式所确定的载荷的作用下可求出轴中应力,最大应力为61.33公斤/厘米²。即使假定整个轴系在垂直和水平方向同时产生 15×10^{-3} 厘米的偏心振动来估算载荷,最大应力也仅为210.9公斤/厘米²,不超过屈服极限的5%。

在计算中,分别在考虑依赖于频率的刚度项与不考虑依赖于频率的刚度项的两种情况下作出结果,两者之间的差别是很小的,由表二可知,最大应力差在1%以下。

在质量矩阵中,考虑了梁单元的转动惯量(即考虑了梁单元的横截面绕垂直轴或水平轴的转动)。计算结果表明,当将梁单元的转动惯量增加一倍时,最大应力由原来的61.83公斤/厘米²变为61.97公斤/厘米²,仅改变2.3%,可见转动惯量的作用也是很小的。

在不平衡力的作用下,转子的运动为弓形回转,所以在横截面上每个点的应力不是正负交变的,但由于转子各点的运动轨迹为椭圆(见图二),所以横截面上的应力幅值在一周期内是有变化的。这与作横向振动的梁的横截面中的应力状态不同。

引起轴系的动不平衡的因素是多种多样的。例如转子质量不均匀和装配不对心等等。而这些量的大小和分布往往表现为随机性的变化,必须在掌握大量的实际数据的基础上才能确定不平衡载荷的统计值,因此关于动不平衡力所引起的轴系的振型和动应力的更为精确的计算,尚有待于今后在轴系振动测量和动平衡调整方面积累更多的资料。

五、计算程序说明

本文的计算工作是在国产TQ—16型电子计算机上进行的,使用BCY语言。在对 288×288 阶的大型矩阵作分块处理之后,成为 144×144 阶矩阵,它是非对称的,因而迭代法不能保证其收敛。故采用了消去法。鉴于在运算过程中,需要对这样大的矩阵进行求逆和相乘,这对存贮量仅为23K的机器而言是相当困难的。这里在充分利用了矩阵的相对稀疏性的基础上,采用了节缩存贮的办法和辗转移位的技巧,圆满地完成了计算。

附 录

图四所示为梁元的示意图及其在O—XYZ坐标中的位置。梁的横截面呈环状,外径为 R_1 ,内径为 R_2 。

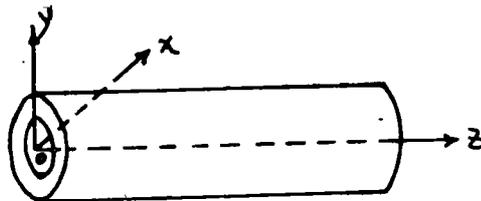


图4 梁元示意图

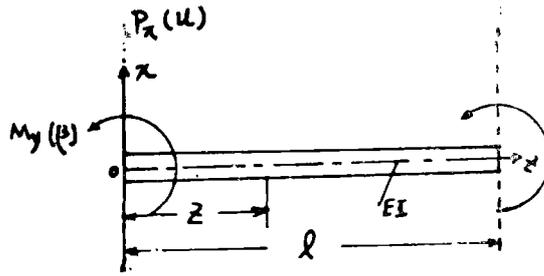
梁元在水平平面XOZ及垂直平面YOZ中的受力(载荷)及位移情况在形式上是一致的。现以XOZ平面为例示于图五。

表一
结 点 最 大 振 幅 表

结点 编号	考虑了与频率有关项		不考虑与频率有关项		结点 编号	考虑了与频率有关项		不考虑与频率有关项	
	$x(10^{-3}$ 厘米)	$y(10^{-3}$ 厘米)	$x(10^{-3}$ 厘米)	$y(10^{-3}$ 厘米)		$x(10^{-3}$ 厘米)	$y(10^{-3}$ 厘米)	$x(10^{-3}$ 厘米)	$y(10^{-3}$ 厘米)
1	1.8	1.6	1.8	1.6	2	3.3	5.2	3.3	5.2
3	3.4	5.6	3.4	5.6	4	3.5	5.8	3.5	5.8
5	3.6	5.8	3.6	5.8	6	3.7	5.7	3.7	5.7
7	3.6	4.9	3.6	4.9	8	3.1	2.3	3.1	2.3
9	1.7	2.2	1.7	2.2	10	0.6	5.6	0.5	5.6
11	0.8	6.2	0.8	6.2	12	0.9	6.7	0.9	6.7
13	0.8	7.0	0.7	7.0	14	0.3	6.9	0.9	6.9
15	0.8	6.5	0.8	6.5	16	5.2	4.9	5.2	4.9
17	9.6	8.4	9.6	8.4	18	11.0	13.4	11.0	13.4
19	11.2	14.3	11.2	14.3	20	11.2	14.8	11.2	14.8
21	10.9	14.5	10.9	14.5	22	10.5	13.7	10.5	13.7
23	10.0	12.5	10.0	12.4	24	8.1	7.9	8.1	7.9
25	5.4	5.2	5.4	5.2	26	4.4	6.1	4.4	6.1
27	4.2	6.6	4.2	6.6	28	4.1	7.0	4.1	7.0
29	4.1	7.3	4.2	7.3	30	4.3	7.2	4.3	7.2
31	4.4	7.0	4.4	7.0	32	4.6	5.3	4.6	5.3
33	0.4	1.0	0.4	1.0	34	0.9	2.2	1.0	2.1
35	3.4	2.0	3.4	2.2	36	0.9	0.7	1.0	0.8

备 注

考虑与频率有关项指的是：在梁元的质量矩阵中考虑了 $[M_2]$ ，在梁元之刚度矩阵中考虑了 $[K_4]$ 。



图五

梁元的任意一点位移与结点位移之间的关系可用形状函数来表示。它可记为 ($[A_0] + \omega^2 [A_2]$) , 其中

$$[A^0] = [(1 - 3\xi^2 + 2\xi^3) \quad (\xi - 2\xi^2 + \xi^3)l \quad (3\xi^2 - 2\xi^3) \quad (-\xi^2 + \xi^3)l]$$

$$[A_2] = \frac{\rho A l^4}{2520EI} [(66\xi^2 - 156\xi^3 + 105\xi^4 - 21\xi^6 + 6\xi^7) (12\xi^2 - 22\xi^3 + 21\xi^5 - 14\xi^6 + 3\xi^7)l \quad (39\xi^2 - 54\xi^3 + 21\xi^6 - 6\xi^7) \quad (-9\xi^2 + 13\xi^3 - 7\xi^6 + 3\xi^7)l]$$

上式中 ρ 表示梁单元单位体积质量, A 表示梁单元横截面面积, l 为梁单元长度, E 为构成梁单元的材料之杨氏模数, I 为梁横截面的惯性矩, 而 $\xi = z/l$ 。

又有矩阵 $[B_x]$ 和 $[B_y]$ 的表示式为

$$[B_x] = [B_{0x}] + \omega^2 [B_{2x}]$$

$$[B_y] = [B_{0y}] + \omega^2 [B_{2y}]$$

其中

$$[B_{0x}] = -x \frac{\partial^2}{\partial z^2} [A_0], \quad [B_{0y}] = y \frac{\partial^2}{\partial z^2} [A_0],$$

$$[B_{2x}] = -x \frac{\partial^2}{\partial z^2} [A^2], \quad [B_{2y}] = y \frac{\partial^2}{\partial z^2} [A_2];$$

梁单元的质量矩阵 M_b 和刚度矩阵 K_b 可用下述公式来表示

$$M_b = [M_0] + \omega^2 [M_2]$$

$$K_b = [K_0] + \omega^4 [K_2]$$

以 r 表示梁单元横截面绕 x 轴或 y 轴的回转半径, 则由图四有。

$$r^2 = \frac{1}{4} (R_1^2 + R_2^2)$$

$$A = \pi (R_1^2 - R_2^2)$$

$$I = \frac{\pi}{4} (R_1^4 - R_2^4)$$

有了上述表示式, 我们可以进一步写出矩阵 $[M_0]$ 、 $[M_2]$ 、 $[K_0]$ 、 $[K_2]$ 的表示式。

$$[M_0] = \frac{\rho Al}{420} \begin{pmatrix} 156 & 22l & 54 & -13l \\ 22l & 4l^2 & 13l & -3l^2 \\ 54 & 13l & 156 & -22l \\ -13l & -3l^2 & -22l & 4l^2 \end{pmatrix} + \frac{\rho Al}{30} \left(\frac{r}{l}\right)^2 \begin{pmatrix} 36 & 3l & -36l & 3l \\ 3l & 4l^2 & -3l & -l^2 \\ -36 & -3l & 36 & -3l \\ 3l & -l^2 & -3l & 4l^2 \end{pmatrix}$$

$$[M_2] = \frac{(\rho Al)^2 l^3}{EI} \begin{pmatrix} 0.729746 & 0.153233l & 0.659142 & -0.144386l \\ 0.153233l & 0.0325248l^2 & 0.244386l & -0.0314082l^2 \\ 0.659142 & 0.144386l & 0.729746 & -0.153233l \\ -0.144386l & -0.0314082l^2 & -0.153233l & 0.0325248l^2 \end{pmatrix} \times 10^{-3}$$

$$+ \frac{(\rho Al)^2 l^3}{EI} \left(\frac{r}{l}\right)^2 \begin{pmatrix} 0.317460 & 0.793651l & -0.317460 & -0.595238l \\ 0.793651l & 0.317460l^2 & 0.595238l & -0.277778l^2 \\ -0.317460 & 0.595238l & 0.317460 & -0.793651l \\ -0.595238l & -0.277778l^2 & -0.793651l & 0.317460l^2 \end{pmatrix} \times 10^{-3}$$

在 $[M_0]$ 和 $[M_2]$ 的表示式中第一项表示梁元素的移动惯性，第二项表示梁元的转动惯性。 $[M_2]$ 代表梁元的质量矩阵中与频率有关的部分。

下面列出梁元之刚度矩阵

$$[K_0] = \frac{EI}{l^3} \begin{pmatrix} 12 & 6l & -12 & 6l \\ 6l & 4l^2 & -6l & 2l^2 \\ -12 & -6l & 12 & -6l \\ 6l & 2l^2 & -6l & 4l^2 \end{pmatrix}$$

$$[K_4] = (\rho Al)^2 \frac{l^3}{EI} \begin{pmatrix} 0.364872 & 0.0766162l & 0.329571 & -0.0721933l \\ 0.0766162l & 0.0162624l^2 & 0.0721933l & -0.0157041l^2 \\ 0.329571 & 0.0721933l & 0.364872 & -0.0766162l \\ -0.0721933l & -0.0157041l^2 & -0.0766162l & 0.0162624l^2 \end{pmatrix}$$

$[K_4]$ 代表梁元的刚度矩阵中依赖于频率的部分。

图六为园盘的示意图，以 R_3 表示盘的外径， h 表示盘的厚度， ρ 表示盘的单位体积质量，则整个盘的质量为

$$m = \rho \pi (R_3^2 - R_1^2) h$$

令 I_p 为盘绕 OZ 轴的转动惯量， I_T 为盘绕 x 轴或 y 轴的转动惯量。则

$$I_T = \frac{1}{4} m (R_3^2 + R_1^2)$$

$$I_p = \frac{1}{2} m (R_3^2 + R_1^2)$$

于是盘元的质量矩阵和阻尼矩阵可表示如下：

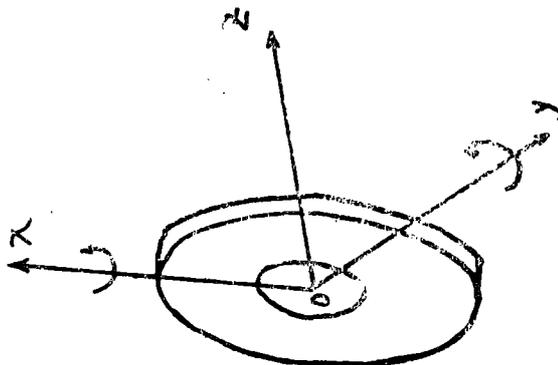


图 6 园盘

$$M_P = \begin{pmatrix} m & & & \\ & I_T & & \\ & & m & \\ & & & I_T \end{pmatrix} \quad C_P = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\omega I_o \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \omega I_o & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

图七为轴承单元之模型示意图，其刚度和阻尼系数可通过下列公式求出。如以 C_{jq} 和 K_{jq} 代表轴承的阻尼和刚度系数。则

$$C_{jq} = \frac{\beta_{jq} P_{stat}}{\omega S_o \Delta R_{min}}, \quad K_{jq} = \frac{N_{jq} P_{stat}}{S_o \Delta R_{min}};$$

这里 $j = x, y; \quad q = x, y;$

上式中 β_{jq} 为无量纲油膜阻尼常数， N_{jq} 为无量纲油膜弹簧常数，它们的数值可通过有关轴承性能的表格中查出（可参考文献 5）。 P_{stat} 为静载荷，其数值为一对轴承之间所支持的转子的重量之半。 S_o 为索莫菲尔德常数。

$$S_o = \bar{P} \psi^2 \min / \eta \omega$$

其中 $\bar{P} = P_{stat} / (LD)$

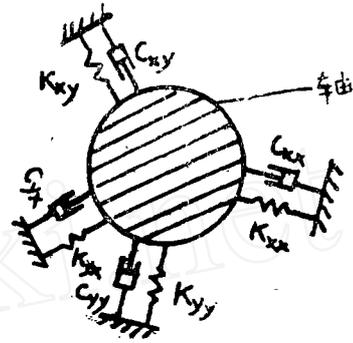


图 7 轴 承

这里 L 为轴承宽度， D 为轴承直径， ψ_{min} 为最小相对轴承间隙。 $\psi = 2\Delta R/D$ ，而 ΔR 为径向轴承间隙。 η 为润滑油的动粘度， ω 为轴之转动角速度（亦即轴之振动圆频率），当转子每分钟转数为 J 时，则 $\omega = J\pi/30$ ， η 之值取决于润滑油之型号。

有了上述数据和关系式，便可列出轴承元的阻尼和刚度矩阵。它们是

$$C_S = \begin{pmatrix} C_{xx} & 0 & C_{xy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ C_{yx} & 0 & C_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad K_S = \begin{pmatrix} K_{xx} & 0 & K_{xy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ K_{yx} & 0 & K_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

其中 K_{yy} 包含了轴承座的静刚度。轴承本身的质量可不计，但轴承座的质量要考虑，现将轴承座质量记作 m_o ，则轴承元之质量矩阵可记为

$$M_s = \begin{pmatrix} M_o & 0 \\ & 0 \\ & m_o \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

参 考 文 献

1. Rubl, R. I and Booker, J. F
"A Finite element model for distributed parameter turbomotor Systems".
ASME Vibrations conference and International Design Automation conference
1971
2. Lund J. W. and Orcutt, F. K,
"Calculations and experiments on the unbalance Response of a Flexible Rotor"

Journal of Engineering for Industry, Trans. ASME, Series B vol 89 No 4
1967

3. Archer, John S
"Consistent mass Matrix for Distributed mass Systems". *Journal of the structural Division Proceedings of the ASCE vol 89 ST 4* 1963 P 161.
4. Gasch, R
"Vibration of large Turbo-rotors in Fluid—Film Bearings on An elastic Foundation"
Journal of Sound and Vibration vol 47 Number 1 PP 53—73 1976
5. Von Dy, Ing. Joachim, Glienexe Karlsmhe
"Experimentelle Ermittlung der statischen und dynamischen Eigenschaften von Gleitlagern für schnelllaufende wellen-Einflud der schmierspalt geometric und der lagerbreite"
VDI—Zeitschriften Reihe 1 Nr 22 1970
6. Sterslisht B
"Elastic and Damping Properties of cylindrical Journal Bearing"
Journal on Basic Engineering Trans. ASME, series D vol 81 1959
7. Lund J. W.
"Spring and Damping Coefficients for the Tilting—pad Journal Bearing"
ASLE transactions vol 7 1964 PP 342—352
8. 西安交大基楚部轴承研究小组
"三油楔轴承性能计算" 科学技术报告 75—049
9. 普齐米尼斯基 J. S. 王德荣译
"矩阵结构分析理论"