

圆柱高雷诺数层流非定常运动初期流动¹⁾

凌国灿

尹协远

(中国科学院力学研究所)

(中国科学技术大学)

摘要 本文用离散涡位流理论与边界层理论相结合的方法,研究高雷诺数、不可压、层流情况下圆柱非定常运动的初期流动(圆柱由静止突然起动而后保持匀速运动),给出了柱后旋涡发展的详细过程;流场分布、边界层分离点及阻力等随时间的变化规律。本文耦合计算结果包含了流动过程中边界层、外流与近尾迹三者的相互作用。计算所得的旋涡发展与实验显示的图象十分相似,物面压力与速度分布合理,阻力计算与实验结果相符很好。在分离点耦合计算中将 Stratford 方法应用到准定常边界层情况,计算方法简单结果也较满意。对于准定常变化前分离产生的离散涡,其脱落时间和初始位置,本文根据非定常 M. R. S. 分离准则确定。文中还讨论了这些离散涡对柱后旋涡发展及流动的影响。

引言

在高雷诺数层流条件下研究从静止状态突然起动而后保持匀速前进的二维圆柱非定常运动有重要的理论意义和广泛的实用价值。在应用方面来说,导弹大攻角运动时,在与弹体垂直的各横截面上的分离旋涡流场特征与二维圆柱从静止突然起动的非定常运动十分相似,在大攻角非线性气动力计算中两者具有可比拟的关系^[1]。二维圆柱非定常运动是分析弹体大攻角背风面分离流流动特征的基础。很多高大工业建筑物和水利设施(如电视塔,大烟囱、大桥等)因流动引起的振动问题的研究,与环境污染有关的某些大气迴流的研究也都与这个典型的流动密切相关。在理论意义上说,在高雷诺数时整个非定常过程中流动十分复杂,它包括非定常边界层分离、旋涡的形成与发展、二次涡及二次涡对的形成与发展,旋涡的不对称运动与卡门涡街的形成以及涡街运动等等。理论分析必须同时考虑边界层,外流和近尾迹三者的相互作用。数学上是一个高度非线性的问题。现有的各种理论方法还不能给出整个复杂过程的详细描述。边界层理论不能用来研究分离区的流动,已有的边界层解^[2-6]都没有考虑非定常分离过程中边界层与外流的相互影响。与时间相关的二维 N-S 方程匹配渐近解^[6-10]在高雷诺数时只在较短的运动时间内($V_{\infty}t/R \leq 1$)是收敛的,故解只能反映突然起动后初始的流动变化。

纯粹的 N-S 方程数值解可以给出整个流场的详细结构,为各种近似解提供用以比较的标准,但在高雷诺数时非定常运动数值解存在很多困难,而且数值解不易明显反映流动的变化过程,不便分析各种参数变化所引起的流动变化。到目前为止,这方面的结果为数

本文于1980年5月15日收到。

- 1) 本文为“圆柱非定常运动的离散涡模型及初期运动研究”和“圆柱高雷诺数层流非定常运动初期流动”两文的综合。前者曾在1980年5月中国空气动力学研究会成立大会上宣读。后者在1980年9月中国航空学会综合学术年会上宣读。本文是参加1980年12月亚洲第一届流体力学会议论文的一部分。

甚少,主要为文献[11—16]。由于在较高的雷诺数范围内,分离区近尾迹中的主要流动现象是旋涡运动和涡面变化,实验研究^[17]还表明圆柱突然起动后,在运动的中间阶段,粘性对旋涡的运动和发展影响很小,回流区特征尺寸随时间的变化与雷诺数几乎无关。因此可用无粘流理论并借助于集中涡量来近似表示小粘性流体的真实流动,这就是位流模型。早期的集中涡模型^[18-20]能估算圆柱初期运动时的阻力变化,但时间稍长以后阻力却迅速下降,甚至出现负值,并且出现涡量由集中涡向涡面反馈回送,物面上有压力间断、涡面与涡对组成的系统上受有力偶作用等不合理结果。文献[21]把集中涡模型与边界层理论结合起来,考虑了非定常边界层与外流的相互作用,得到初始运动的分离点变化,但阻力计算与实际偏离很大。集中涡模型没有考虑涡面的形成和变化以及它对流动的影响,它不能正确反映涡量的分布和输送以及分离区中流动的复杂变化。离散的多涡模型对集中涡模型作了改进,把流场中涡量集中或连续分布的地方用很多分散的点涡(或线涡)来近似表示。离散涡模型能比较清楚地描述运动较长时间所对应的流动而所需的计算量又比N-S方程数值解少得多,这在研究高雷诺数非定常流动问题时是一个很有利的特点。这方面主要工作有文献[22-31]。近期代表性的工作是[31],[28]。这些工作在研究运动长时间后的一些综合性结果方面取得了一定的成绩,如得到了举阻力的周期变化,卡门涡街的大致形状等等。但已有的这些工作都没有给出从分离到卡门涡形成这一阶段中流动的演变情况和流场计算。分离点计算结果与精确解比偏离较大。已有的计算得不到象实验所显示的有序的规则的螺旋形涡面,离散涡的运动杂乱无章,涡面是用在每个计算的时间步长上都进行一次重新离散的方法得到。已有的工作也都没有考虑初始离散涡(初生涡及后续离散涡)发生的时间和位置对旋涡发展和流动的影响。确定初生涡的方法有任意性。此外,已有的工作不少是数值研究,人为的假设多,物理机理分析少。

本文在高雷诺数层流情况下用离散涡模型与边界层理论相结合的方法研究圆柱非定常运动初期流动机制。描述边界层分离点随时间的变化,对称涡及涡面的形成与发展,不同时刻对应的物面压力与速度分布以及圆柱阻力的变化。本文解考虑了分离流动中边界层、外流与近尾迹三者间的互相作用。本文用M.R.S.非定常分离准则来确定初生涡及后续离散涡的脱落位置和时间。讨论了在边界层趋于准定常变化前产生的离散涡对旋涡运动和流动的影响。

模型与方法

本文考虑高雷诺数、不可压、层流情况。粘性影响主要局限在很薄的边界层内,分离后的剪切层也很薄,是一个薄的涡层。其涡量来自边界层的不断分离并经由分离点输入。这一连续输送过程用不断脱落具有一定强度的离散的无粘小涡代替。离散涡组成涡面。离散涡的运动走向由当地位流流场决定,其轨迹随时间的变化组成涡面运动。随着时间增长,流场中离散涡不停运动,涡数也不断增加形成了流动的非定常变化。由位流解得到物面速度与压力分布,计算边界层分离并确定新生涡的位置与强度。新生涡加入原有涡群形成下一时刻的位流流场,由此再计算新的分离点并相应确定新的离散涡。如此反复。整个流场由无分离的圆柱绕流与离散涡及其镜像涡组成。上述模型考虑了分离流动过程中边界层、外流与近尾迹三者的相互作用。

无 粘 流 场

从静止突然起动而后保持匀速运动的圆柱非定常运动等价于在均匀流中突然置入一个圆柱所发生的非定常运动。本文忽略突然置入时流体作用的影响。绕流流场除了边界层及涡核部分外均可视为无粘流场,其速度位满足 Laplace 方程。

定义无量纲复位势 $W = \tilde{W}/RV_\infty$, 速度位 $\varphi = \tilde{\varphi}/RV_\infty$, 流函数 $\psi = \tilde{\psi}/RV_\infty$, 环量 $\Gamma = \tilde{\Gamma}/2\pi RV_\infty$, 速度 $V = \tilde{V}/V_\infty$, 时间 $t = V_\infty \tilde{t}/R_\infty$, 压力系数 $c_p = (p - p_\infty) / \frac{1}{2} \rho V_\infty^2$, 阻力系数 $c_D = D / \frac{1}{2} \rho V_\infty^2 R$, 举力系数 $c_L = L / \frac{1}{2} \rho V_\infty^2 R$ 。(其中 \sim 表示相应的有量纲量, R, V_∞ 分别为圆柱半径及来流速度)

运动方程与边界条件在极坐标下的形式为

$$\begin{aligned} \nabla^2 \varphi &= 0 \\ \frac{\partial \varphi}{\partial r} \Big|_{r=1} &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

均匀来流流过圆柱及柱外有 N 个旋涡所组成的复位函数可应用圆定理^[32]给出, 在极坐标中复位函数的表达式是

$$\begin{aligned} W(z) = z + \frac{1}{z} - \sum_{n=1}^N i\Gamma_n \ln(z - z_n) + \sum_{n=1}^N i\Gamma_n \ln\left(z - \frac{1}{\bar{z}_n}\right) \\ - \sum_{n=1}^N i\Gamma_n \ln z + \sum_{n=1}^N i\Gamma_n \ln(i^2 \bar{z}_n) \end{aligned} \quad (2)$$

其中 z_n 为第 n 个点涡的位置, 它是 t 的函数, Γ_n 为第 n 个离散涡的强度, 它在确定以后不随时间改变, 规定逆时针为正。每个离散涡在其脱落时刻位流场应满足 Kelvin 涡量守恒定理, 因此在柱面上应添加一个与脱落的离散涡强度相等但方向相反的环量。在忽略与 z 无关的常数项后复位函数的最后简化形式是

$$W(z) = z + \frac{1}{z} + \sum_{n=1}^N i\Gamma_n \ln \frac{z - \frac{1}{\bar{z}_n}}{z - z_n} \quad (3)$$

从上式分出虚部和实部, 得位函数和流函数为:

$$\varphi(r, \theta) = \frac{r^2 + 1}{r} \cos \theta - \sum_{n=1}^N \Gamma_n \theta^{**} + \sum_{n=1}^N \Gamma_n \theta^* \quad (4)$$

$$\psi(r, \theta) = \frac{r^2 - 1}{r} \sin \theta + \sum_{n=1}^N \frac{\Gamma_n}{2} \ln \frac{R_1}{r_n^2 R_2} \quad (5)$$

极坐标下的流场速度是

$$\begin{aligned} V_r(r, \theta) = \frac{r^2 - 1}{r^2} \cos \theta + \sum_{n=1}^N \Gamma_n \frac{r_n \sin(\theta - \theta_n)}{R_1} \\ - \sum_{n=1}^N \Gamma_n \frac{r_n \sin(\theta - \theta_n)}{R_2} \end{aligned} \quad (6)$$

$$V_{\theta}(r, \theta) = -\frac{r^2 + 1}{r^2} \sin \theta - \sum_{n=1}^N \Gamma_n \frac{r r_n^2 - r_n \cos(\theta - \theta_n)}{R_1} + \sum_{n=1}^N \Gamma_n \frac{r - r_n \cos(\theta - \theta_n)}{R_2} \quad (7)$$

物面速度分布为

$$V_B(\theta) = -2 \sin \theta + \sum_{n=1}^N \Gamma_n \frac{1 - r_n^2}{1 - 2r_n \cos(\theta - \theta_n) + r_n^2} \quad (8)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} \theta^{**} &= \operatorname{tg}^{-1} \frac{r r_n \sin \theta - \sin \theta_n}{r r_n \cos \theta - \cos \theta_n} \\ \theta^* &= \operatorname{tg}^{-1} \frac{r \sin \theta - r_n \sin \theta_n}{r \cos \theta - r_n \cos \theta_n} \\ R_1 &= 1 + r^2 r_n^2 - 2r r_n \cos(\theta - \theta_n) \\ R_2 &= r^2 + r_n^2 - 2r r_n \cos(\theta - \theta_n) \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

点涡的运动速度为当地流场速度,其运动轨迹可由速度一步步积分求得,计算时应不包括该涡自身诱导速度的影响。第 k 个点涡在极坐标中的轨迹应满足方程

$$\frac{dr_k}{dt} = \frac{r_k^2 - 1}{r_k^2} \cos \theta_k + \sum_{n=1}^N \Gamma_n \frac{r_n \sin(\theta_k - \theta_n)}{S_1} - \sum_{n \neq k}^N \Gamma_n \frac{r_n \sin(\theta_k - \theta_n)}{S_2} \quad (10)$$

$$\frac{d\theta_k}{dt} = -\frac{r_k^2 + 1}{r_k^2} \sin \theta_k - \sum_{n=1}^N \Gamma_n \frac{r_k r_n^2 - r_n \cos(\theta_k - \theta_n)}{r_k S_1} + \sum_{n \neq k}^N \Gamma_n \frac{r_k - r_n \cos(\theta_k - \theta_n)}{r_k S_2} \quad (11)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} S_1 &= R_1(r_k, \theta_k, r_n, \theta_n), & S_2 &= R_2(r_k, \theta_k, r_n, \theta_n), \\ (n &= 1, 2, \dots, N; & k &= 1, 2, \dots, N) \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Γ_n 需从边界层分离点处的涡流量确定,联同上述 $2N$ 个微分方程可以确定 N 个点涡的运动状态。

运用 Lagrange 积分,在不计及质量力情况下非定常运动时物面的压力分布是

$$c_p(\theta, t) = 1 - V_B^2 + 2 \sum_{n=1}^N \Gamma_n \frac{\partial}{\partial t} (\theta_{r=1}^{**} - \theta_{r=1}^*) \quad (13)$$

注意到柱面上应有 $dW = d\bar{W}$, $\frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{\partial W}{\partial t} = \frac{\partial \bar{W}}{\partial t}$, 在对 $\oint \left(\frac{dW}{dz}\right)^2 dz$ 及 $\frac{\partial}{\partial t} \oint \bar{W} dz$ 进行逐项残值计算后得到圆柱的压差阻力和举力:

$$c_D = -4\pi \sum_{k=1}^N \Gamma_k \left\{ \left(1 + \frac{1}{r_k^2}\right) \frac{dr_k}{dt} \sin \theta_k + \left(r_k - \frac{1}{r_k}\right) \frac{d\theta_k}{dt} \cos \theta_k \right\} \quad (14)$$

$$c_L = 4\pi \sum_{k=1}^N \Gamma_k \left\{ \left(1 + \frac{1}{r_k^2}\right) \frac{dr_k}{dt} \cos \theta_k - \left(r_k - \frac{1}{r_k}\right) \frac{d\theta_k}{dt} \sin \theta_k \right\} \quad (15)$$

其中复速度定义为 $\frac{dW}{dz} = u - iv$.

边界层分离及离散涡强度

高雷诺数时紧挨物面的流动应满足非定常二维不可压边界层方程及相应的初边值条件。边界层外缘条件即为前述物面位流速度。内外层流动应耦合求解。在离散涡模型中感兴趣的是边界层分离点的位置而并不需要详细了解边界层内的流动结构,因而问题可归结为非定常边界层分离点的求解。

在此以前,用离散涡模型研究圆柱非定常运动的所有工作都是用 Prandtl 分离准则确定边界层分离点,圆柱在起动后 $t = 0.35$ 时开始发生分离,分离点首先出现在后驻点。但对于非定常运动而言 $\tau = 0$ 处不一定发生分离^[33]。Moore-Rott-Sears 提出了确定非定常边界层分离的 M.R.S. 准则^[34]。“分离”的明确意义是指边界层特点的破坏,边界层变得很厚,解出现奇性,是分离泡或尾迹的开始处,根据这个准则分离点通常不在物面上。当非定常运动趋于定常变化时 M.R.S. 准则简化到 Prandtl 准则。圆柱突然起动后的非定常运动首次分离发生在 $t = 0.65$, 位置在离后驻点 40° 附近。两种分离准则计算的分离点位置在运动初始时刻有明显差异,当 $t \geq 1$ 以后两者逐渐趋近,时间再长以后两者没有实际意义上的差别^[35]。当用离散涡的脱落和运动来近似表示边界层分离后的涡量输送时,尤其在研究刚起动后的流动时,应该根据 M.R.S. 准则确定的分离点来确定初生涡及后续离散涡的脱落时间和位置,使离散涡模型建立在更加明确的物理根据基础上。由于确定这种分离点的方法是用数值方法确定边界层奇异性的过程,因此本文不再重复这个复杂计算。本文在考虑运动刚起动不久 ($t \leq 1$) 所产生的离散涡对流动的影响时直接引用文献 [35] 所给的结果。

考察边界层分离点的变化发现,尽管外流场随时间在不断变化但分离点的变化只需经过大约 $t = 1$ 的短暂时间就趋于准定态变化^[28,31],此时对应的分离点已移到离后驻点约 70° 附近的位置。此后可以在准定常状态下计算边界层分离。本文将计算边界层分离点的 Stratford 两层模型方法^[37]应用于准定态边界层,注意到各物理量均为时间的函数同时考虑到非定常运动时物面压力极值与速度极值可能不在同一位置,因此在分离点处应满足如下关系:

$$\left. \begin{aligned} \left[c_p' \left(x' \frac{dc_p'}{dx'} \right)^2 \right]_{x'} &= 0.0104 \\ x' &= \theta - \theta_{BL} \\ \theta_{BL} &= \theta_{p_{\min}} - \int_0^{\theta_{p_{\min}}} \left(\frac{V_B}{V_B^*} \right)^5 d\theta \\ c_p' &= (p - p_{\min}) / \frac{1}{2} \rho_\infty (V_B^*)^2 \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

其中 p_{\min} 为压力极小值, V_B^* 为该点对应的物面外缘速度, θ_{BL} 为 Stratford 方法边界层两层解中所用的 Blasius 平板边界层的前缘起点,它由假想的平板边界层与实际流动的边界层在最小压力点处两个动量厚度相等的条件决定。所谓耦合求解就是由式(16)与外流流

场联立求解。

离散涡的强度等于一个时间步长间隔内在分离点处边界层流出的涡流量, 设单位时间内边界层分离点处的涡流量为 $\frac{\partial \Gamma}{\partial t}$, 边界层内周向速度为 v_θ , 分离点处位流速度为 V_{BS} , 则有

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial t} = \frac{1}{2\pi} \left[\int_0^\delta \frac{\partial v_\theta}{\partial r} v_\theta dr \right], \quad (17)$$

$$\Gamma_n = \frac{1}{4\pi} V_{BS}^2 \Delta t \quad (18)$$

其中 Δt 为时间步长。上式表明离散涡强度与边界层内的流动细节没有直接联系, 只与分离点处外缘的位流速度有关。

计算简述和主要结果

本文具体工作包括下述几个方面: 一是应用离散涡模型考察非定常初期运动的流动结构, 即旋涡的发生发展以及流动特征随时间的变化。边界层分离点变化规律参考文献 [35] [28] 及 [11] 用经验关系式给出, 即

$$\theta_s = 98.0 - 58.0 \exp[-1.1968(t - 0.65)] \quad (19)$$

上式在 $t \leq 1$ 时对应着用 M.R.S. 准则确定的分离点, 时间增长以后渐近到零壁应力准则给出的计算值。上述计算简称为 A 组计算, 曲线上以 A 字样表示。二是用本文所述的模型与方法耦合求解初期分离流流场。这部分计算包括两种情况, 第一种情况是从边界层变化趋于准定常状态开始起算, 初生涡位置由式 (19) 给出, 它们位于离后驻点 $\pm 70^\circ$ 处, 脱落时刻为 $t_0 = 1.2$ 。用式 (8) — (18) 作耦合计算。第二种情况计及 $t < 1.2$ 时分离产生的离散涡对流动的影响, 起算时间为 $t_0 = 0.65$, 初生涡位于 $\theta_s^\circ = \pm 40^\circ$, 到 $t = 1.2$ 以后再按式 (8) — (18) 作流场耦合计算。相应上述两种情况的计算称为 B 组与 C 组计算, 图中曲线分别以 B, C 表示。本文用 Rung-Kutta 法计算旋涡运动轨迹, 用 Simpson 积分与比例求根法计算分离点。每个时间步长增加 2 个离散涡, 同时增加 6 个方程 (不包括计算分离点方程数)。全过程计算步长为 0.125, 为了比较, 部分计算步长为 0.1 及 0.2。A 组计算当 $t = 3.9$ 时每个涡面由 27 个离散涡组成, 共需联立求解 162 个方程。离散涡初始位置离柱面距离应不大于当地边界层厚度, 为了计算方便, 参考圆柱边界层厚度计算, 取 $r = 1.05$ 。新生涡靠近分离点会促使分离点位置加速前移, 为减少这种影响本文采用滞后一步做法, 即新生涡产生后经过一个时间步长的间隔再开始计及它的诱导作用。

旋涡的发展变化: 图 (1) (a) — (d) 是旋涡运动 A 组计算结果, 随着时间增长, 对应边界层分离的发展, 图 (1) 给出了柱后涡面的形成和卷起过程, 给出了螺旋形式的对称涡的发展。离散涡运动走向合理。涡面形状有序, 它由离散涡运动自然组成而不需要用重新离散的办法。本文计算结果与通常实验显示的图象十分相似。图 2 的 (a) — (d) 所示为 B 组计算结果。与 A 组结果相比, 后者涡的位置较高, 处于圆柱后肩部, 流动区域较窄, 涡的形状较扁, 涡卷不如 A 发展的充分。因此, 初始阶段的离散涡的脱落时间和位置不同将影响柱后旋涡的变化。文献 [21], [24], [30], [31] 在处理初始涡的脱落时间和位置上

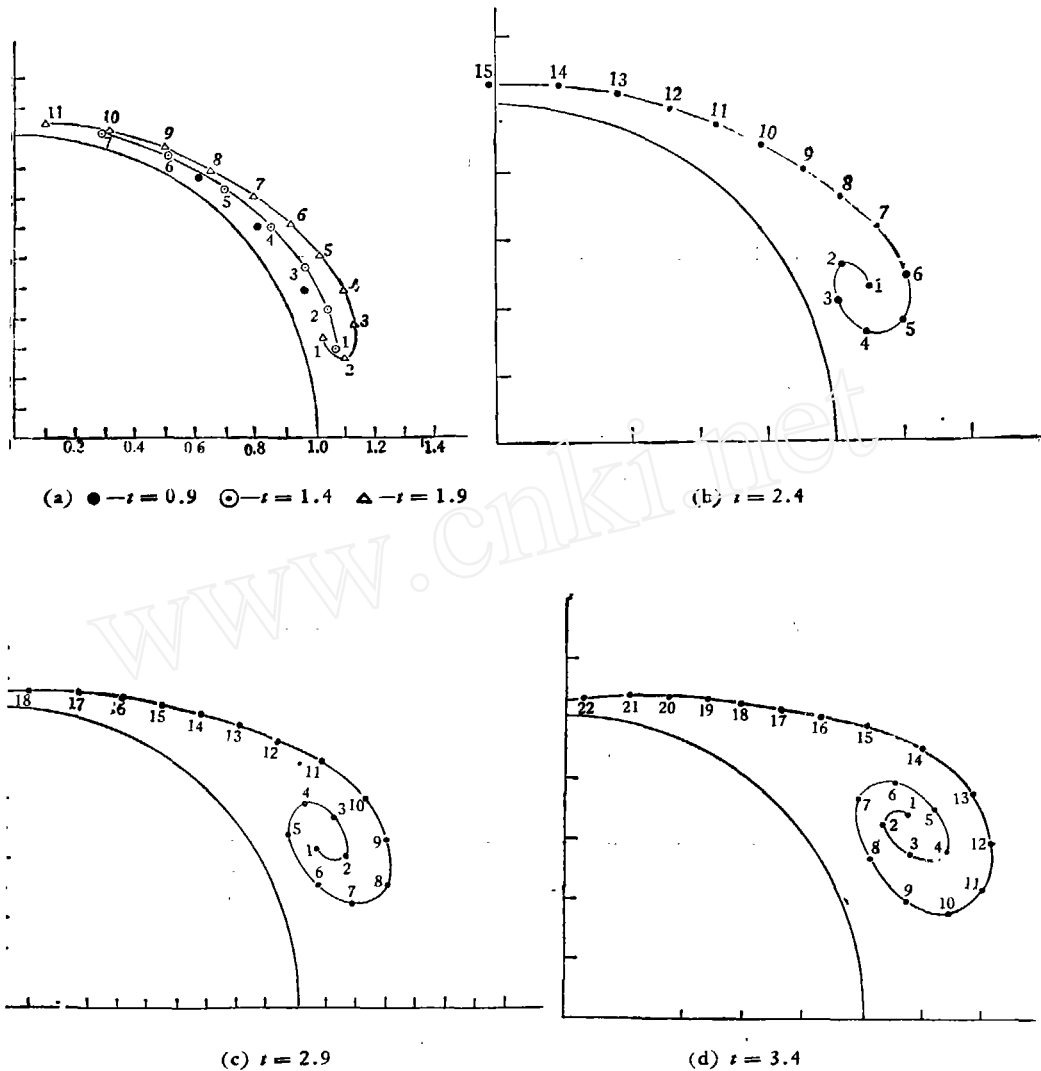


图 1 (a)~(d) 旋涡的形成与发展 (A)

有一定的任意性,文献 [30] 认为初生涡的位置并不重要的看法没有严格的根据。计算表明如果初生涡脱落位置不合理,或离散涡脱落时在相继的步长间隔内发生间断,或者分点前移速度的变化剧烈都会引起涡面形状的不规则变化。

图 (3) (4) 为流动过程中物面的压力分布与速度分布随时间的变化。由图可见,在 $t \leq 1$ 时柱面流动特征与无分离时的位流分布相差很少。随着时间增长,由于柱后旋涡的长和影响,在 $t = 1.4$ 时,在柱面后半部开始出现两个新驻点,即出现一个很小的回流,而后逐渐扩大,一端包括后驻点另一端向前伸展,逐渐趋于一个稳定位置。在近后驻附近有低压区,范围也随时间增长相应扩大,低压峰值可超过前半圆柱的最小压力值,回流区中物面速度最大值也可超过来流速度。由于非定常影响压力峰值与速度极值的置两者并不重合。图 (5) 是压力分布耦合计算结果的一个算例,由图可见 B, C 两组

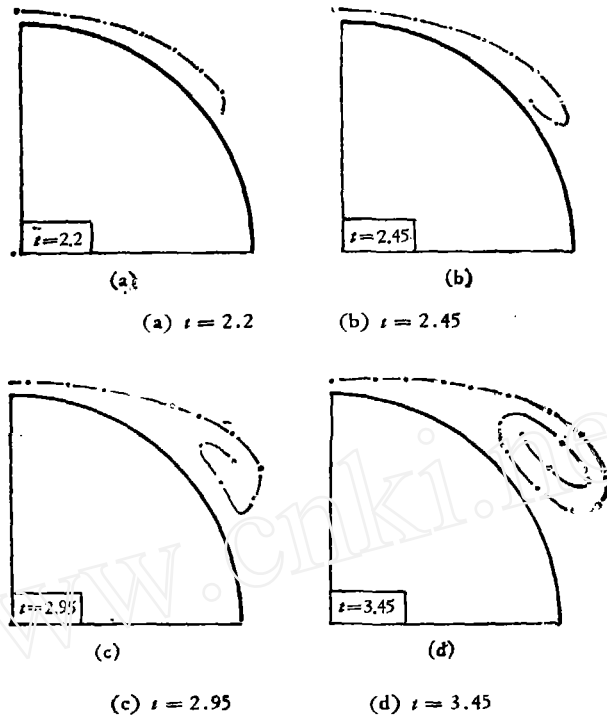


图 2 (a)–(d) 旋涡的形成与发展 (B)

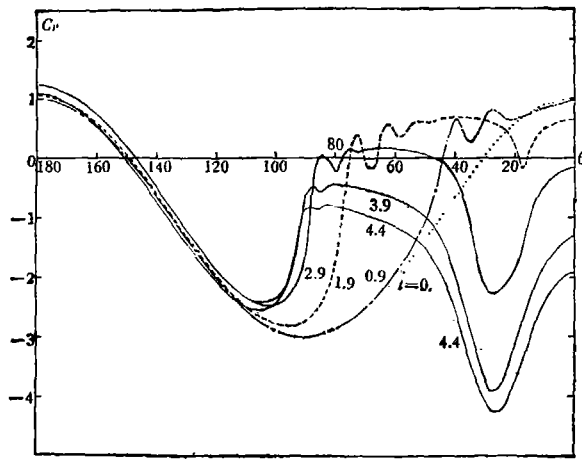


图 3 物面压力分布 (A)

计算仅在后驻点附近显出较大差别,这是由于曲线C计及了 $t = 1.2$ 以前产生的离散涡的影响。曲线C与A相比两者也比较接近。计算表明在离散涡运动不规则时,当点涡十分接近物面时由于诱导速度奇性影响,压力或速度计算失真。沿物面的回流流动经过低压峰值以后,在一段相当时间内是减速增压过程,应注意由此引出的新的流动现象。对于上述计算目前还尚无合适的实验数据或精确解可作比较,图(6)给出最小压力点位置计算

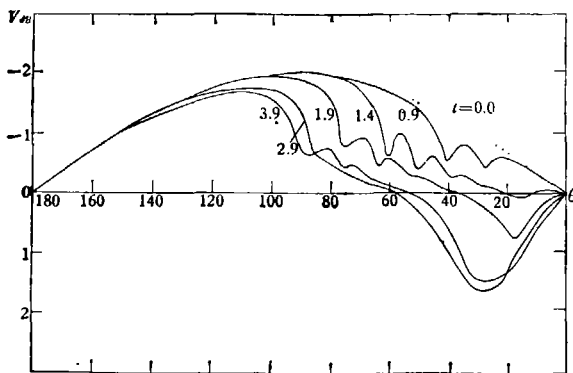


图 4 物面速度分布 (A)

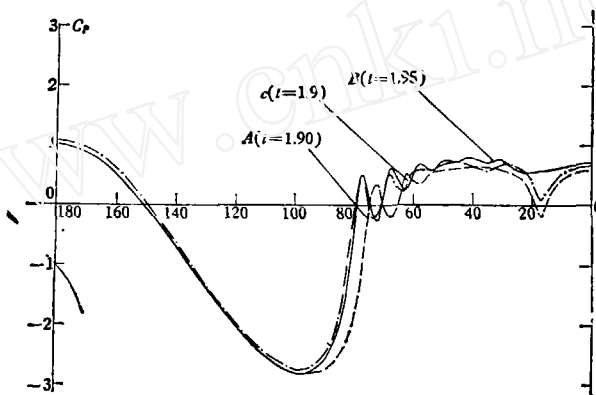


图 5 压力分布 (B, C)

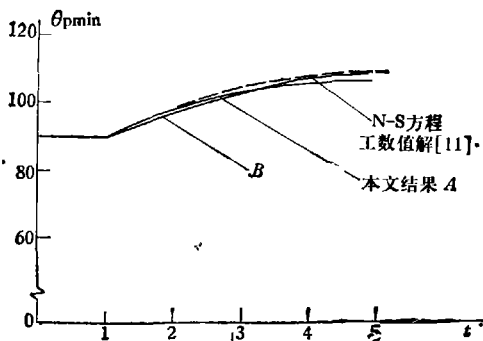


图 6 最小压力点变化

与文献 [11] 的 N-S 方程数值解比较, 两者十分接近。圆柱压差阻力变化列于图 7。

A 组计算与实验 [36] 相比符合很好。曲线 B 稍低于实验值, 但计及了 $t \leq 1.2$ 以前的离散涡的作用时, 阻力就能增加并与实验相等。图中还给出集中涡模型的计算结果, 它们偏离实际很大。运动初期分离点的变化列于图 8, 这是在内外层流动相互作用下的耦合计算结果, 随着时间增长分离点起初急速前移而后缓慢变化。本文计算在初始阶段所

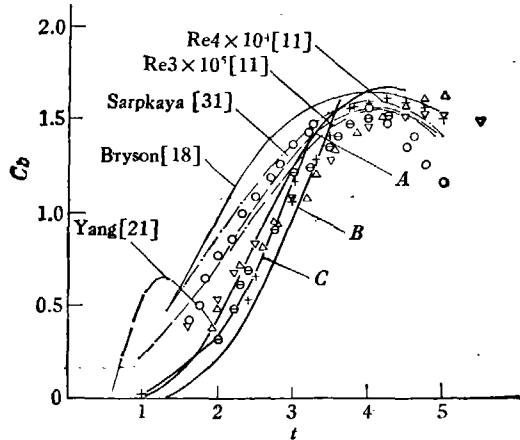


图 7 阻力系数

— 本文计算值 + $Re 1.535 \times 10^4$ 实验值 [36]
 ○ $Re 2.030 \times 10^4$, [36], △ $Re 3.200 \times 10^4$ [36]
 ▽ $Re 3.280 \times 10^4$, [36], ⊖ $Re 2.970 \times 10^4$ [36]

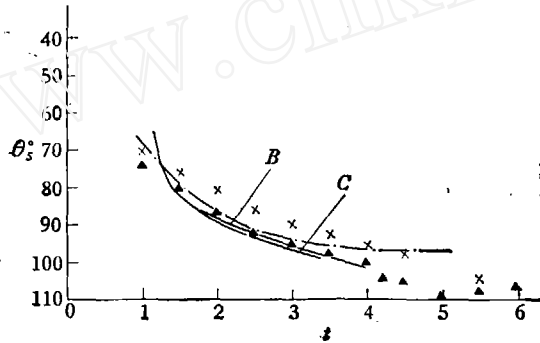


图 8 边界层分离点

— 本文解 - - - [11] -x-x-x-x- [31] -▲-▲-▲- [28]

得结果与[28]一致,但方法较之简便,与[11]的 N-S 方程数值解也较接近,本文与[31]的 Polhausen 法计算相比有明显改进,后者分离角明显偏小。在 $t \leq 1.2$ 时分离点与[28][31]等的差别是由于分离准则不同所致。曲线 B, C 两者略有不同,相差不大,这说明 $t < 1.2$ 时所产生的离散涡的影响主要局限于后驻点附近,对圆柱大部分地区的影响不大。这与物面流动特征图 5 所示一致。

本文限于研究分离流的初期情况,计算所对应的运动时间较短。如果时间趋长继续计算下去,则分离点还会缓慢地前移(图 8),阻力也由于对称涡的继续变大而增加(图 7 B, C 曲线所示),这种趋势与实际不符。事实上,当运动时间增长后,圆柱后剪切层在逆压梯度作用下将会发生分离并产生反向涡。由于它的发展和影响对压力、速度分布进而对分离点和阻力都有影响。本文上述计算暂不包括这种因素并将在另文专门讨论。

结 论

本文用离散涡模型与边界层理论相结合的方法,研究了高雷诺数、不可压、层流情况下圆柱非定常初期分离流动。得到旋涡运动、流场压力与速度分布、边界层分离点及阻力

随时间的变化规律。计算得到的旋涡发展过程与一般实验显示的图象十分相似。物面压力与速度分布的变化合理, 最小压力点计算与已有结果相比十分接近。在分离点耦合计算中将 Stratford 法应用于外流随时间改变的准定常边界层, 计算简单, 结果较满意。阻力计算与实验结果符合很好。

本文对流动特征的详细考察有利于流动机理分析。物面压力与速度分布的变化表明, 运动经过一个不长的时间回流区后剪切层处于逆压梯度作用下, 应考虑后剪切层分离及它对流动的影响。

在边界层趋于准定常变化前, 初始分离所产生的离散涡对柱后旋涡的运动, 对物面局部地区的压力分布、速度分布有影响, 并使阻力略增, 对分离点影响不大。这些离散涡的初始位置和脱落时间应根据 M.R.S. 分离准则确定。

参 考 文 献

- [1] Thwaites, B. ed., *Incompressible Aerodynamics* the University Press Oxford 1st ed. (1960), 411.
- [2] Blasius, H. *Zeit. Math. Phys.*, 56(1908).
- [3] Goldstein, S. & Rosenhead, L. *Proc. Cambridge Phil. Soc.*, s 32(1936), 392—401.
- [4] Watson, E. J., *Proc. Roy. Soc. Ser., A*, 231(1951), 104—116.
- [5] Schür, H. *Z. F. Flugwiss.*, 5(1953), 122—131.
- [6] Wang, C. Y., *J. Math. Phys.*, 46(1967), 195—202.
- [7] Wang, C. Y., *J. F. M.*, 60(1973), 105—127.
- [8] Collins, W. M. & Dennis, S. C. R., *Quart. J. Mech. Appl. Math.*, 26(1973), 53—75.
- [9] Collins, W. M. & Dennis, S. C. R., *J. F. M.*, 60(1973), 105—127.
- [10] Bar-Lev & Yang, H. T., *J. F. M.*, 72, part 4(1975), 625—647.
- [11] Thoman, D. C. & Szweczyk, A. A., *The Physics of fluid Suppl.*, 12(1969), 12 (II-77-86).
- [12] Payne, R. B., *J. F. M.* 4(1958), 81—86.
- [13] Kawaguti, M. & Jain, P., *J. Phys. Soc. Japan*, 21(1966), 2055—2062
- [14] Son, J. S. & Hanratty, T. J., *J. F. M.*, 35(1969).
- [15] Dennis, S. C. & Straniforth, A. N., *Lecture notes in physics*, 81(1971).
- [16] Paukker, P. K. G. & Lavan, Z., *Journal of Computational Physics*, 18(1975), 41—65.
- [17] Hiroyuki Honji & Sadatishi Taneda, *Journal of the Physical Society of Japan*, 27, 6(1969).
- [18] Bryson, A. E., *Journal of applied Mech.*, 26, 4(1959).
- [19] Mello, J. F., *J. A. S.*, 26 March, (1959).
- [20] Sarpkaya, T. & Garrison, C. J., *Journal of applied Mech.*, 30, 1(1963).
- [21] Yang, H. T. & Bar-Lev, *Journal of applied Mech.*, 43, 1(1976).
- [22] Gerrad, J. H., AGARD Rep., 463(1963).
- [23] Gerrad, J. H., *Phil. Trans. Roy. Soc.*, A261(1967), 137.
- [24] Sarpkaya, T., *J. B. Engineering T. ASME*, 11(1968).
- [25] Charin, A. J., *J. F. M.*, 57(1973), 785.
- [26] Moore, D. W., *J. F. M.*, 63(1974), 225—235.
- [27] Fink, P. T. & Soh, W. K., 10th Symp. Naval Hydrodynamics, Camb. Mass. (1974).
- [28] Deffenbaugh, F. D. & Marshall, F. J., *AIAA J.*, 14, 7(1976), 908—913.
- [29] Clements, R. R., AGARD Lecture Ser., 86(1977).
- [30] Kunio Kuwahara, *Journal of the Physical Society of Japan*, 45, 1(1978).
- [31] Sarpkaya, T. & Shoaff, R. L., *AIAA Journal*, 17, 11(1979).
- [32] Milne-Thomson, L. M., *Theoretical Hydrodynamics*, The Macmillan Co. New York, 5th ed (1968).
- [33] Rott, N., *Quart. Appl. Math.*, 13, pp. 444—451.
- [34] Sears, W. R. & Telionis, D. P., *SIAM Journal on applied mathematics*, 28, 1(1975).
- [35] Telionis, D. P. & Tsahalis, D. T., 24th Internat. Astronautical Congress, Baku, 21, pps.
- [36] Sarpkaya, T., AD A051781.
- [37] White, F. M., *Viscous fluid flow*, McGraw-Hill Co. (1974).

THE EARLY STAGES OF UNSTEADY FLOW AROUND A CIRCULAR CYLINDER AT HIGH REYNOLDS NUMBER AND UNDER LAMINAR CONDITION

Ling Guo-can

(Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences)

Yin Xie-yuan

(China University of Science and Technology)

Abstract

In this paper, the early stages of unsteady flow around a circular cylinder, started impulsively from rest and subsequently moving with a constant velocity perpendicular to its axis, are studied by coupling discrete vortex potential flow theory with boundary layer theory. The flow is considered to be laminar and the Reynolds number is high. development in time of vortex motion, characteristics of flow field, boundary layer separation point and drag coefficient are given in detail. Results of coupled calculation contain the interactions between boundary layer, external potential flow field and near wake. The calculated development of symmetric vortex possesses many of the observed features in flow field visualization. Pressure and velocity distributions are also given. The drag coefficient obtained is in excellent agreement with experiment. In the calculation of boundary layer separation point, the Startford method is applied to the quasi-steady boundary layer state. The calculated result is better than those given by others and the computation is simpler. Shedding times and locations of discrete vortices, which have been generated before the boundary layer reaches the quasi-steady state, are determined according to the unsteady M. R. S. criterion. The effect of these initial discrete vortices on the main vortex development and flow field is also discussed.