

# 岩石在动载荷作用下的脆性破裂

章根德

(中国科学院力学研究所, 北京)

## 提 要

本文用科普凯因森压力杆方法研究了岩石在动载荷作用下的破裂性质。当入射的应力波幅值高于岩石的初始破裂应力波幅值时, 岩石试件便开始破裂, 应力波的幅值发生衰减。通过岩石试件的能量有一个最大的极限, 该极限实质上是一个应力幅值的极限。应力波幅值高于该极限就不能通过。可用破裂岩石试件中应力波的衰减决定岩石的脆度。

## 一、引 言

爆炸或高速冲击所产生的压缩应力波在岩石中传播, 当压力超过岩石的初始破碎应力时, 就引起岩石介质的破裂。应力波通过岩石破碎区, 应力波幅值很快衰减。本文利用霍布金生压力杆方法研究了一维压缩应力波通过岩石破碎区的衰减, 并将按假设的力学模型所得的计算结果与实验值进行了比较。

霍布金生压力杆方法最早由科普凯因森 (Kopkinson) 于1914年提出<sup>[1]</sup>。后来, 戴维斯 (Davies) 利用霍布金生压力杆方法作了非常圆满的实验和理论研究(1948年), 清楚地定义了它的应用范围<sup>[2]</sup>。目前所通用的霍布金生压力杆方法是由 Kolsky 发展来的<sup>[3]</sup>。这个方法就是将一个短试件夹在二根钢杆之间, 并将一简单的脉冲通过整个系统。从钢杆上的应变片测得短试件两端的应力及位移。

当压缩应力波通过破裂的岩石试件时, 若试件最终界面上的应力波幅值低于试件初始界面上的应力波幅值, 则表明应力波的能量为试件所吸收。对所给定的应力波, 发现存在一个能通过试件的最大的能量极限, 而该极限实质上是应力波幅值的极限。当应力波高于该极限时则不能通过。

## 二、实 验

实验采用霍布金生压力杆系统, 严格满足一维应力的试验条件。如图1所示。

关于实验装置的细节, 文献[4]作了尽详的报导。由火药枪驱动子弹打击入射杆, 输入应力脉冲。应力波连续通过输入杆、试件和输出杆。由入射杆与输出杆上的应变计测得应变, 通过动态应变仪, 由示波器记录下来。

由示波器记录下来的入射、反射与透射的

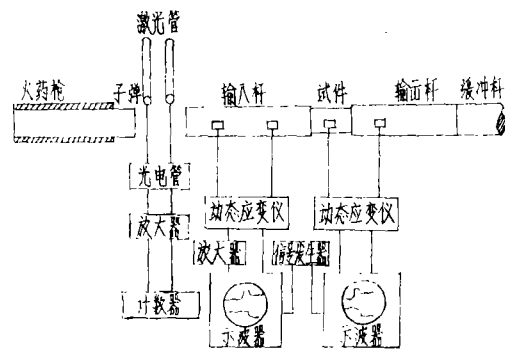


图1 霍布金生压力杆系统示意图

应变波形如图 2 所示。

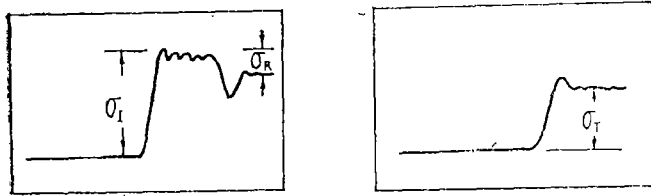


图 2 从示波器画下来的入射波 $\sigma_I$ ，反射波 $\sigma_R$ ，透射波 $\sigma_T$

整个实验过程中，输入应力波的钢杆与输出应力波的钢杆始终保持弹性。从钢杆上测得的应变波形就能换算成应力波形。从试件初始界面上应力波的幅值与试件最终界面上应力波幅值之差就能看到应力波在试件中的衰减。

实验采用了灰色砂岩、石灰岩两种岩石。岩石试件的直径  $d$  和钢杆相同，试件长度分别为  $0.5d$ ， $d$ ，与  $2d$ 。两种岩石的初始破碎应力由静态压缩实验得到。

### 三、岩石中应力波衰减的力学模型

当压缩应力波传到钢杆与试件的初始界面 1 时，由于岩石的声抗  $\rho_{II}C_{II}$  小于钢杆的声抗  $\rho_I C_I$ ，在界面 1 上反射一拉伸波进入钢杆，而压缩波进入试件，如图 3 所示。在界面上满足应力与质点速度的连续性假设，就可以得到下列关系：

$$\frac{\sigma_t}{\sigma_I} = \frac{2\rho_{II}C_{II}}{\rho_I C_I + \rho_{II}C_{II}} \quad (1)$$

$$\frac{\sigma_R}{\sigma_I} = \frac{\rho_{II}C_{II} - \rho_I C_I}{\rho_I C_I + \rho_{II}C_{II}} \quad (2)$$

这里

$\sigma_I$ ——入射在接触面 1 的应力波幅值。

$\sigma_R$ ——从接触面 1 反射的应力波幅值。

$\sigma_t$ ——通过接触面 1 的应力波幅值。

$\rho_I$ ， $\rho_{II}$ ——分别为钢杆和岩石试件的密度。

$C_I$ ， $C_{II}$ ——分别为钢杆和岩石试件中纵波的速度。

同样，在界面 2 反射一压缩波进入试件，透射一压缩波进入钢杆。应力波幅值满足类似关系。

通常，岩石的压缩应力应变曲线可以分成四个阶段<sup>51</sup>。如图 4 所示。

第 I 阶段，模量较低，反映了岩石在压缩时由微裂隙闭合所引起的非弹性变形。

第 II 阶段，应力应变关系呈线性，这时岩石的压缩模量反映了真实的弹性模量。

第 III 阶段，应力应变关系脱离线性。这个阶段是微裂纹成核阶段。这时，普遍地出现晶粒边界的松弛。但微裂纹还不能用光学显微镜观察到。

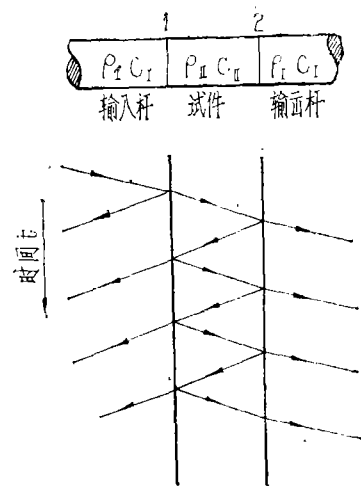


图 3 夹在二根钢杆之间的试件中应力波的反射与透射

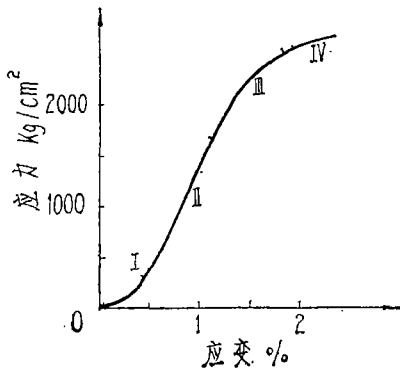


图 4 岩石的压缩应力应变曲线

第 IV 阶段, 破裂不断发展, 用光学显微镜可以看到。

如果我们将岩石的微裂纹成核称为岩石的初始破裂, 那末, 直到初始破裂前, 岩石的应力应变关系是呈线性的。当应力波幅值低于岩石的初始破裂应力时, 岩石试件初始界面 1 上的应力和最终界面 2 上的应力, 经过多次反射达到平衡后, 应力幅值是相等的。而当应力波幅值超过初始破裂应力时, 应力波通过试件时就会产生衰减。

由于增加加载的应力率或应变率并不改变岩石破裂的基本模型<sup>[5]</sup>。所以, 可以认为岩石的初始破裂应力  $\sigma_e$  对静态和动态加载都是相同的。

我们假设岩石试件最终界面 2 上的应力与初始界面 1 上的应力之间的关系可以表示为一阶梯函数

$$\begin{cases} \sigma_2 = \sigma_1 & \text{当 } \sigma_1 < \sigma_e \\ \sigma_2 = f(\sigma_1) & \text{当 } \sigma_1 > \sigma_e \end{cases} \quad (3)$$

这里  $\sigma_1$ ——试件初始界面 1 上的应力。

$\sigma_2$ ——试件最终界面 2 上的应力。

$\sigma_e$ ——岩石试件的初始破裂应力。

$f(\sigma_1)$ ——表明破裂在试件中传播时,  $\sigma_2$  对  $\sigma_1$  依赖的函数关系。

如果求得了  $f(\sigma_1)$  就能得知应力波在试件破裂传播时的衰减。为此, 提出如下模型:

设

$$\begin{cases} \sigma_i = \sigma_1 - \sigma_e \\ \sigma_j = \sigma_2 - \sigma_e \end{cases} \quad (4)$$

当入射应力波的幅值超过岩石的初始破裂应力时, 岩石试件初始界面 1 的应力幅值  $\sigma_i$  的每一微分增量都在试件中衰减。应力波衰减本质上是由破裂传播引起的应力松弛。由于应力松弛具有按指数规律衰减的性质, 所以我们假设衰减沿试件长度呈指数规律变化。并且, 岩石试件破碎程度越大, 应力的衰减也就越大。如果用最后界面上的应力  $\sigma_j$  与初始破碎应力  $\sigma_e$  之比来表示岩石的破碎程度, 则可以近似地认为应力波衰减成线性地依赖于  $\sigma_j/\sigma_e$ 。

于是

$$d\sigma_i - d\sigma_j = d\sigma_i \cdot \frac{\sigma_j}{\sigma_e} \cdot e^{\alpha l} \quad (5)$$

这里  $d\sigma_i$ —— $\sigma_i$  的微分增量;

$d\sigma_j$ —— $\sigma_j$  的微分增量;

$\alpha$ ——材料常数;

$l$ ——试件长度;

$\sigma_e$ ——初始破碎应力。

将方程 (5) 整理可得

$$\frac{d\sigma_j}{d\sigma_i} + \frac{e^{\alpha l}}{\sigma_e} \sigma_j = 1 \quad (6)$$

微分方程(6)应满足初始条件:  $\sigma_i = 0$  时,  $\sigma_j = 0$ 。

其解是

$$\sigma_j = \sigma_e e^{-\alpha l} (1 - e^{-\frac{\sigma_i}{\sigma_e} \alpha l}), \quad (7)$$

代入(4)式, 得到

$$\sigma_2 = \sigma_e + \sigma_e^{-\alpha l} (1 - e^{-\frac{\sigma_1 - \sigma_e}{\sigma_e} \alpha l}), \quad (8)$$

最终公式(3)可写成

$$\begin{cases} \sigma_2 = \sigma_1 & \sigma_1 < \sigma_e \end{cases} \quad (9.1)$$

$$\begin{cases} \sigma_2 = \sigma_e + \sigma_e e^{-\alpha l} (1 - e^{-\frac{\sigma_1 - \sigma_e}{\sigma_e} \alpha l}), & \sigma_1 > \sigma_e \end{cases} \quad (9.2)$$

公式(9)表明,  $\sigma_2$  存在一个最大的极限

$$\sigma_{2max} = \sigma_e (1 + e^{-\alpha l}), \quad (10)$$

当  $\sigma_1 \gg \sigma_e$  时,  $\sigma_2$  很快就达到极限  $\sigma_{2max}$ 。

通过实验, 从不同长度的岩石试件, 求得相应的  $\sigma_{2max}$ , 就能由公式(10)求出  $\alpha$ 。已知  $\alpha$ , 就能计算出  $\sigma_2$  依赖  $\sigma_1$  的曲线。

#### 四、实验结果与分析

由示波器记录下来的应变波形换算成应力。试件初始界面 1 上的应力  $\sigma_1 = \sigma_i - \sigma_R$ , 试件最终界面 2 上的应力  $\sigma_2 = \sigma_T$ 。

对于确定长度的岩石试件, 由  $\sigma_{2max}$  可求得  $\alpha$ 。连同岩石在静压试验中所得到的初始破碎应力, 列表如下:

岩石分类	$\sigma, \alpha$	初始破碎应力 $\text{kg/cm}^2$	$\alpha$ 1/cm
灰色砂岩		1200	0.39
石灰岩		1530	0.55

当  $\alpha$  已知时, 由公式(9.1)、(9.2)能算得  $\sigma_2$  对于  $\sigma_1$  的依赖关系的曲线, 如图 5, 图 6 所示。图中的圆点表示由实验所测得的数据。实验值与计算结果之间最大偏差小于 10%。

试件最终界面上的应力幅值的最大值  $\sigma_{2max}$  是长度  $l$  的函数。根据公式(10), 由实验求得  $\alpha$  后, 计算得到  $\sigma_{2max}$  对于  $l$  的关系曲线, 如图 7。图中的圆点表示实验所得的数据。

实验结果表明:

1. 由不同长度的试件求得的  $\alpha$  几乎相同, 偏差  $< 5\%$ 。由计算所得的曲线和实验点接近一致, 偏差  $< 10\%$ 。这表明压缩应力波通过岩石试件, 当破裂在试件中传播时应力波衰减的力学模型是正确的。

2. 在实验中, 改变入射波的波长(即波的持续时间), 对同一长度的岩石试件, 并不引起试件初始界面上的应力幅值  $\sigma_1$  与试件最终界面上的应力幅值  $\sigma_2$  的改变。这表明  $\sigma_2$  对  $\sigma_1$  的依赖关系与入射波的持续时间无关, 而完全由试件长度及岩石的特性所决定。

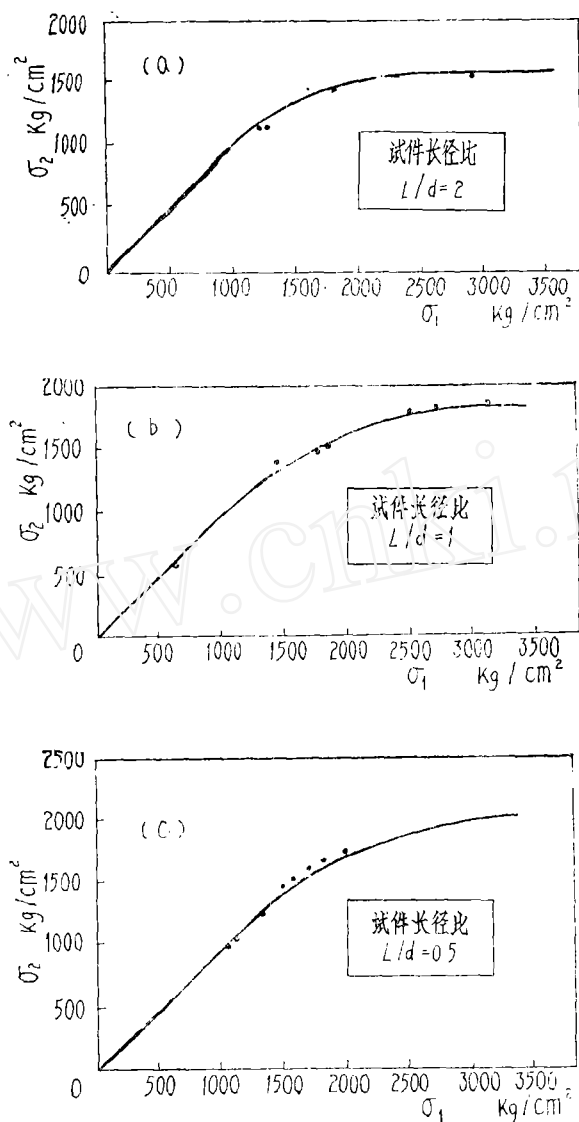


图5 灰色砂岩试件中最终界面上的应力幅值作为试件最初界面上应力幅值的函数关系

3. 岩石试件中由于断裂传播引起应力幅值的衰减, 是由于应力波能量为试件破碎所消耗。入射能量与透射能量之差就是岩石破裂的有效表面能。应力波的部分能量转化为材料破裂的表面能, 这种转化是不可逆的。材料常数  $\alpha$  为正值, 描述了材料脆性破裂的这种特性, 称为脆度。它反映了岩石破裂时所吸收能量的比率。脆度  $\alpha$  越大, 破裂时吸收的能量也越大。但是脆度  $\alpha$ , 作为一个重要的材料常数, 反映了脆性岩石多方面的特性<sup>[6-9]</sup>。  $\alpha = 0$ , 材料就显现出韧性。  $\alpha < 0$ , 无现实意义。

4. 当  $\alpha > 0$  时, 试件长度越短, 试件最终界面上最大应力幅值  $\sigma_{2max}$  越大, 但有一极限, 即二倍于初始破裂应力。当试件长度很大时,  $\sigma_{2max}$  就趋近于初始破裂应力。

5. 通常认为岩石在短期应力作用下表现为弹性<sup>[10]</sup>。然而, 当施加在岩石上的应力超过初始破裂应力时, 它就表现出一种和粘弹性材料相类似的特性, 即局部应力松弛。当然, 岩石的这种特性并非真实的粘弹性。所以称之为似粘弹性(或准粘弹性)。正是这种似粘弹性, 导

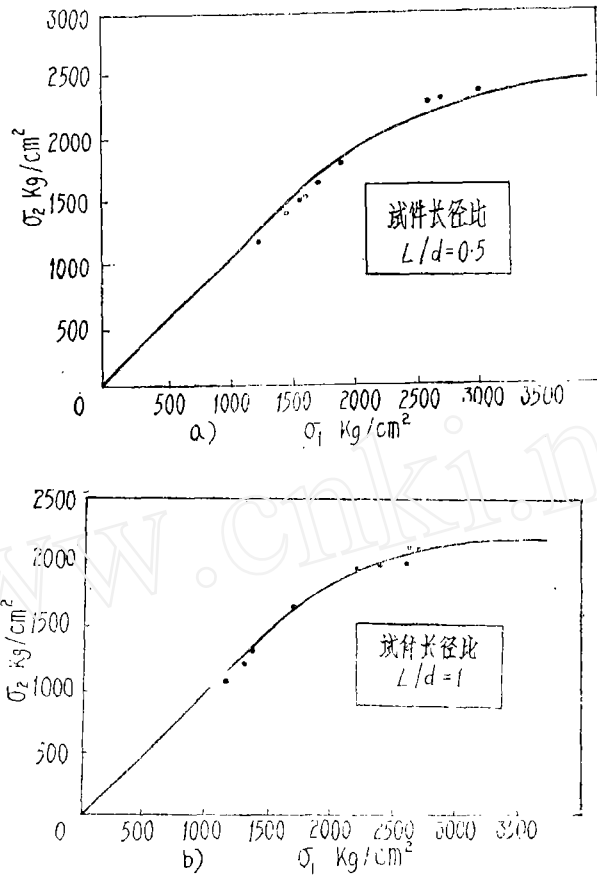


图6 石灰岩试件中最终界面上的应力幅值作为试件最初界面上应力幅值的函数关系

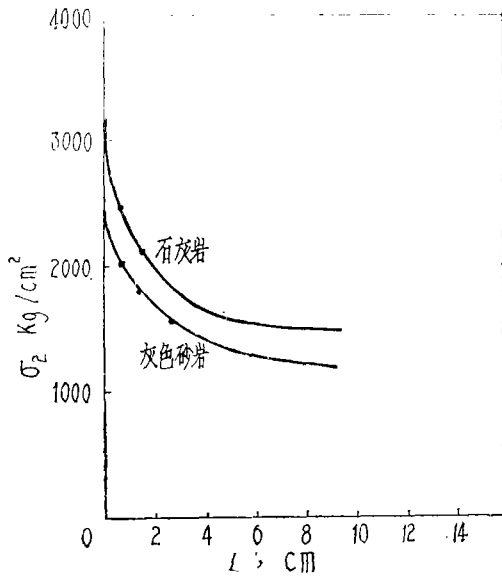


图7 两种岩石试件最终界面上的应力幅值的最大值随试件长度变化的曲线

致岩石的动态断裂强度往往高于静态断裂强度。所以，对于岩石断裂强度的讨论必须联系断裂过程，特别是联系加载的应力率或应变率加以考虑。

## 五、结 论

1. 压缩应力波入射到岩石试件中，当应力幅值超过岩石初始断裂应力时，高于初始断裂应力那部分按公式(9.2)的规律衰减。它表示了应力波能量的耗损，耗损的能量转化为岩石断裂表面能。

2. 对于给定的应力波，存在着一个能通过试件的最大能量极限。此极限实质上是应力幅值的极限。它由岩石试件的长度，岩石的初始断裂应力和脆度  $\alpha$  所决定。

3. 关于岩石在动载荷下断裂的研究给了我

们这样的概念：岩石的初始破裂对于动态和静裂加载都开始于同一应力水平。接着是破裂的传播过程，在此过程中，破裂所吸收的能量随应变率变化而不同。由于动态破裂传播需要更高的能量，所以岩石的动态破裂强度往往高于静态破裂强度。

中国科学院力学研究所研究员钱寿易同志指导了这项研究工作，并化费了许多时间审阅本文。大爆破组许连坡同志也审阅了本文并提出宝贵的意见，谨致谢意。

### 参 考 文 献

- [1] Hopkinson, B., A Method of Measuring the Pressure Produced in the Detonation of High Explosives or by the Impact of Bullets, *Phil. Trans. Roy. Soc.* A213, 1914, pp. 375~457.
- [2] Davies, R. M., A Critical Study of the Hopkinson Pressure Bar, *Phil. Trans. Roy. Soc.* A240, 1948, pp.375~457.
- [3] 考尔斯基, H., 固体中应力波(王仁等译), 人民出版社, 1958年。
- [4] 段祝平等, 高应变率下金属动力学性能的实验与理论研究——一维杆实验方法及其应用, *力学进展*, 第10卷, 第1期, 1980年, pp.1~16.
- [5] Kumar, A., The Effect of Stress Rate and Temperature on the Strength of Basalt and Granite, *Geophysics*, Vol. 33, No. 3., June, 1968.
- [6] Kucka, V. and Das, B., Brittleness Determination of Rocks by Different Methods, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, Vol. 11, No. 10, October, 1974.
- [7] Coates, D. F., Experimental Criteria for Classification of Rock Substances, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, Vol. 3, 1966, pp. 181~189.
- [8] Protodyakonov, M. M., Mechanical Properties and Drillability of Rocks, *Proc. 5th Symp. Rock Mech.*, University of Minnesota, 1963, pp.103~118.
- [9] Miller, M. M., The Effect of Stress Wave Duration on Brittle Fracture, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, Vol 3, 1966, pp.191~203.
- [10] Scheidegger, A. E., 地球动力学原理, 人民出版社, 1976年。

## Brittle Fracture of Rock Under Dynamic Load

Zhang Gen-de

(Institute of Mechanics, Academia Sinica, Beijing)

### Abstract

In this paper, the fracture behaviour of rock under dynamic loads was studied by using the Hopkinson bar method. When the stress amplitude is higher than the initial fracture stress, the rock specimen fractures and the stress amplitude attenuates. A maximum limit of the energy which can be transmitted through a rock specimen was found. This limit is essentially a stress amplitude value over which higher stresses can not be transmitted. The degree of brittleness of rock was determined by using the attenuation of the wavefront in a fracturing specimen.