金属疲劳累积损伤理论的研究

中国科学院力学研究所　　曾春华

一、前　　言

大量的工程实践表明，机械及结构物的破坏，大多是疲劳造成的。一般情况下，在零件或结构物的局部，由于应力或应变集中，在循环载荷的作用下，就会产生局部塑性变形的累积，从而形成了微观疲劳裂纹，在循环载荷的连续作用下，裂纹会不断扩展至宏观裂纹，最终达到临界尺寸，导致破坏。疲劳破坏大致可以分成四个阶段：疲劳成核、微观裂纹形成、宏观裂纹扩展、最后断裂。一般把前二个阶段统称为疲劳的无裂纹寿命阶段，把后二个阶段统称为疲劳的有裂纹寿命阶段。

断裂力学的发展，对宏观疲劳裂纹扩展的研究起了很大的推动作用，现在已经可以用断裂力学的方法定量地计算有裂纹阶段的疲劳寿命了。

但是，在实际中有许多结构或零件是不允许出现宏观裂纹的，也就是说，这些结构或零件的使用寿命主要是无裂纹阶段的寿命。那么疲劳的无裂纹阶段寿命又怎么计算呢？这就是我们所要研究的疲劳累积损伤理论问题。

二、现有的累积损伤理论

累积损伤理论就是研究在循环载荷作用下，疲劳损伤如何描述和计算、疲劳损伤按什么规律累积、损伤累积到什么程度材料或结构就会发生疲劳破坏以及有哪些因素影响损伤的累积等方面的一种理论。累积损伤理论是无裂纹疲劳寿命估算的关键。

由于疲劳累积损伤理论十分重要，所以世界各国都很重视，到目前为止，已提出几十种累积损伤理论公式，但按其实质分，大致可以归纳为三个方面：

1．线性累积损伤理论

线性累积损伤理论认为，结构或零件在各个应力水平下的疲劳损伤是独立进行的，并且总损伤可以把各个应力水平下的损伤线性地累加起来，累加到某一程度就会产生疲劳破坏。其中最出名的是迈因诺（Miner）理论。

迈因诺理论认为，试件受应力幅 S_{a1} 重复作用 N_1 次破坏，则在疲劳整个过程中材料所受的损伤线性地分配给各个循环，即每一循环材料的损伤为 $D_1=\frac{1}{N_1}$，若 S_{a1} 应力作用 n_1 次，则损伤为 $D_{n1}=\frac{n_1}{N_1}$，同样，在应力 S_{a2}，S_{a3}……作用下，损伤分别为 $D_{n2}=\frac{n_2}{N_2}$，$D_{n3}=\frac{n_3}{N_3}$，……，当材料整个损伤完毕时，$\Sigma\frac{n_i}{N_i}=1$，这时就发生疲劳破坏。

除了迈因诺理论外，还有一个较出名的理论就是格罗弗（Grover）和兰格（Langer）理论，他们认为应该把疲劳的裂纹形成和裂纹扩展两个阶段分开，分别用迈因诺理论计算损伤，所以又称为双线性损伤理论：

$$\Sigma\frac{n_i}{a_i N_i}=1 \qquad （裂纹形成阶段）$$

$$\Sigma\frac{m_i}{(1-a_i)N_i}=1 \qquad （裂纹扩展阶段）$$

式中n代表疲劳裂纹形成阶段的循环次数，m代表扩展阶段的循环 次数，a 代表形成阶段占整个循环数中的比例。

2．修正线性累积损伤理论

修正线性累积损伤理论实质就是对迈图诺线性损伤理论进行修正，他们认为材料的疲劳损伤不能进行简单线性的累加，应该考虑应力之间的相互影响，并且认为在估算疲劳寿命时，也要有每类试件的疲劳曲线。

修正线性损伤理论的典型代表是科登（Corten）和多兰（Dolan）理论，他们从疲劳损伤的物理概念出发，建立疲劳损伤和形成裂纹数目（损伤核）之间的关系，把它作为在顺序中最大变化载荷的函数，在所有载荷水平中裂纹均出现增长，首先推导了二级载荷下疲劳寿命的计算公式，然后进一步推广到多级载荷情况，得到多级载荷下疲劳寿命的计算公式：

$$N_g=\frac{N_1}{\Sigma\alpha_i(S_i/S_1)^d}$$

式中，N_1代表最高应力S_1下的疲劳寿命，α_i是在应力S_i下的循环次数在总循环次数中所占的比例，d是二级载荷试验确定的一个材料常数。

除了科登和多兰理论外，还有几个主要的修正理论：

弗罗登索尔（Freudenthal）理论认为，在疲劳过程中，由于高应力的引进，在应力S_i下的损伤不应该是$\frac{n_i}{N_i}$，而应该是$\omega_i\frac{n_i}{N_i}$，其中$\omega_i=(\frac{\bar{S}}{S_i})^d$是一个大于1的因子，$S_i$越小，$\omega$就越大，也就是说，在疲劳加载过程中，由于有高应力的作用，会加速低应力下的疲劳损伤，这时疲劳寿命应该按下式计算：

$$N_g=\frac{\bar{N}}{\Sigma\alpha_i(S_i/\bar{S})^\alpha}$$

式中d是由实验凑出来的一个材料常数，它等于（$\delta-\alpha$），δ是疲劳曲线的斜率，α是高应力下循环次数在整个循环次数中所占的比例，$\bar{S}$是一个估计的高应力，$\bar{N}$是在$\bar{S}$下的疲劳寿命。

塞伦森（Serensen）理论认为，疲劳损伤的累积并不是线性地累加的，而且达到破坏时的损伤总和并不等于1，疲劳损伤累积公式应该是

$$\Sigma(\frac{n_i}{N_i})^m=C$$

式中C是依赖于载荷水平的某一个比例关系，m是指数。

3．其它损伤理论

除上面提到过的线性和修正线性损伤理论外，还有一些是从实验和分析中得出的理论，多半是属于经验和半经验公式，其中最主要的有下列几个：

富勒（Fuller）理论，认为应该这样来考虑应力之间的相互影响，只有低应力S_2作用时，疲劳寿命为N_2，当有高应力S_1引进后，寿命就降低了，这时疲劳寿命应按下式计算：

$$\log N_g=\mathrm{Log}N_a-\bar{\beta}(\mathrm{Log}N_a-\mathrm{Log}N)$$

式中，$\beta=\frac{\log N_2-\log N_g}{\log N_2-\log N_1}$，$\bar{\beta}$是$\beta$的平均值，$N_a$是最低应力下的常幅疲劳寿命，$N_A$是最高应力下的常幅疲劳寿命。

莱维（Levy）理论，他从大量疲劳试验中推出一个损伤寿命计算公式：

$$N^4=N_1^{\log(10^4\alpha)}N_2^{-\log\alpha}$$

式中α是高应力占的百分比，N_1是高应力，N_2是低应力。

曼森（Manson）理论，他认为一个试件受到一定的应力作用后，一般说这个应力历史对高应力疲劳寿命影响较小，对低应力疲劳寿命影响较大，原始材料在应力S_1下循环n_1次后，任一应力的剩余寿命n_2为

$$\frac{n_2}{N_2}=(1-\frac{n_1}{N_1})^{\frac{\log(N_2/N_p)}{\log(N_1/N_p)}}$$

推广到多级载荷，则剩余寿命为

$$\frac{n_{i+1}}{N_{i+1}}=\left[\cdots\cdots\left\{\left[\left(1-\frac{n_1}{N_1}\right)^{\frac{\log(N_2/N_p)}{\log(N_1/N_p)}}-\frac{n_2}{N_2}\right]^{\frac{\log(N_3/N_p)}{\log(N_2/N_p)}}-\frac{n_3}{N_3}\right\}^{\frac{\log(N_4/N_p)}{\log(N_3/N_p)}}-\cdots\cdots-\frac{n_i}{N_i}\right]^{\frac{\log(N_{i+1}/N_p)}{\log(N_i/N_p)}}$$

目前，已提出的累积损伤公式虽有几十种，但真正应用最多的仍然是迈因诺线性累积损伤理论，因为这个理论比较简单和方便，在初始设计阶段，作为粗略地估算疲劳寿命是一个很有力的工具，不过这个理论没有考虑应力之间的相互影响和没有考虑低于疲劳极限的应力的影响，所以误差较大，常与实验结果有出入。修正线性理论用的较多的是科登-多兰理论，这个理论考虑了应力之间的相互影响，计算也较简单，但适用范围较窄，只能在相应应力的某一范围内使用，还不能普遍使用。其它一些经验或半经验公式，虽有一定的价值，但都有很大的局限性，有的计算很复杂，有的要进行大量的疲劳试验，所以使用的不多。

从上面分析可以看出，现有的疲劳累积损伤理论都有较大的缺点，也就是说，到目前为止，还没有得到一个既简单可靠又普遍适用的累积损伤理论。

三、累积损伤理论的研究途径

今后对于累积损伤理论的研究，应该沿着下列几条途径进行：

第一条途径是首先应该搞清损伤的确切定义及如何准确地计算损伤。损伤就是指在交变载荷作用下材料损坏的程度，进一步说就是在循环应力作用下，微观裂纹不断发展和深化，从而使结构或零件有效工作面减小的程度。在疲劳过程中，某些可度量的量如疲劳极限、强度极限、裂纹长度、常应力寿命等是按一定的规律变化的，而这些可测量的量与疲劳损伤又有着对应的关系，因此就可以用这些量来描述和计算损伤。例如：

1．用最大应力 S_{max} 和强度极限S_u来表示损伤

$$D=\frac{S_u-S'_u}{S_u-S_{max}}$$

式中S_u'表示在S_{max}下循环 n 次后试件的静强度从S_u降至S_u'。

2．用疲劳极限的变化来表示损伤

$$D=\frac{S_{-1}-S_{-1}'}{S_{-1}}$$

式中S_{-1}表示原来材料在对称循环下的疲劳极限，S_{-1}'表示任何预应力处理后的疲劳极限。

3．用裂纹长度的变化来表示损伤

$$D=\frac{l_n}{L_N}$$

式中l_n表示循环n次后的裂纹长度，L_N表示造成最后破坏的裂纹长度。

4．用后一应力上寿命的相对变化来表示损伤

$$D=\frac{N_k-n_k}{N_k}$$

式中n_K表示试件在应力S_1下循环n次后，再在应力S_K下循环到破坏的次数，N_K表示材料在S_K常幅应力下的寿命。

第二条途径是搞清影响损伤累积的主要因素，结构或零件的无裂纹寿命之所以难以估算，损伤理论之所以有这么多，就是因为影响损伤累积的因素很多，如平均应力、少数极高应力、应力的次序、循环块的大小、低于疲劳极限的应力影响等。如果把这些因素的影响规律研究清楚，在计算疲劳损伤时把这些因素的

影响考虑进去，就会使估算的疲劳寿命准确得多。

以前的累积损伤理论大都是从宏观力学，用统计的方法得出的。但是从长期的观察和大量的实验得知，疲劳损伤和局部地区的应力应变情况有十分密切的关系，过去的损伤理论对缺口试件的局部地区是否进入塑性，进入塑性区后影响如何是不考虑的，所以计算结果误差很大。

第三条途径是从局部应力应变出发，微观和宏观相结合。也就是从研究疲劳机理入手，利用弹性力学、塑性力学、连续介质力学和有限单元分析，结合最新的测试技术，精确地测定和计算在循环加载下局部地区的弹塑性应力应变场，把局部地区的损伤和损伤累积搞清楚，从而准确的估算出结构或零件的无裂纹疲劳寿命。

我们还可以用局部应力－应变法研究损伤和估算无裂纹疲劳寿命，这方法的步骤如下：

（1）输入一系列现场载荷或名义应变，这些现场载荷或名义应变要经过数字转换为波峰和波谷序列。

（2）利用循环载荷-应变曲线将载荷时间历程转换为应变时间历程，循环载荷-应变曲线相当于应力-应变曲线　可以在循环载荷下测量应变的试验中得到，也可以用弹塑性有限元方法求出，如通常用 Wetzel 有效矩阵法把载荷历程转换为应变历程。

（3）用有效矩阵法和循环应力-应变曲线，把应变时间历程转换为应力时间历程。

（4）利用 Neuber 公式将名义应力应变转换为缺口根部的应力应变，Neuber 公式为

$$K_t^2 = K_\sigma K_\varepsilon = \left(\frac{\Delta\sigma}{\Delta S}\right)\left(\frac{\Delta\varepsilon}{\Delta e}\right)$$

式中K_t—理论应力集中系数；

K_σ—真实应力集中系数；

K_ε—真实应变集中系数；

Δs，Δe—名义应力和应变；

$\Delta\sigma$，$\Delta\varepsilon$—缺口根部的应力和应变。

（5）利用Miner线性累积损伤理论去计算无裂纹疲劳寿命，迈因诺公式为

$$\Sigma \frac{n_i}{N_i} = 1 \text{ 时破坏}$$

式中 n_i—应变幅为$\frac{\Delta\varepsilon_i}{2}$的迟滞回线的循环数；

N_i—与$\frac{\Delta\varepsilon_i}{2}$对应的材料的疲劳寿命，它可以直接从应变-寿命曲线中查出。也可以从下列公式中求出：

$$\frac{\Delta\varepsilon}{2} = \Delta\varepsilon_p + \Delta\varepsilon_c = \varepsilon_f{}'(2N_f)^c + \frac{\sigma_f{}'}{E}(2N_f)^b$$

其中$\sigma_f{}'$—疲劳强度系数；

$\varepsilon_f{}'$—疲劳延性系数；

$\frac{\Delta\varepsilon}{2}$—总应变幅；

$2N_f$—疲劳总寿命；

b—疲劳强度指数；

c—疲劳延性指数。

这条途径是最近几年才逐渐发展起来的，目前世界各国都朝这方面努力，相信不久将会更加完善。

四、结束语

由于疲劳破坏事故与日俱增，所以如何准确地估算出安全疲劳寿命是一个十分迫切需要解决的课题。线性累积损伤理论误差较大，修正线性损伤理论和经验、半经验公式的局限性这么大，因此迫切需要探索出新的研究途径。目前看来，用局部应力-应变方法研究累积损伤和估算疲劳寿命理论上比较合理，因为这种方法可以考虑应力之间的相互影响，又把残余应力考虑在内，而且可以用少量的光滑试件来代替复杂结构的试验，可用一些计算去代替实验，特别是电子计算机广泛应用的今天，使用这种新方法是十分便利的，并能迅速地把安全疲劳寿命估算出来，这条途径将有广阔的前景。