

## 设计方案维议

## 钢板混凝土复合圆柱壳的计算

王震鸣

(中国科学院力学研究所)

**提要** 本文将钢板混凝土复合圆柱壳用于大型浮顶式油罐, 探讨竖立的双层圆柱壳在液压、内外温差和混凝土收缩引起的应力分析问题, 给出了计算公式和 20 万米<sup>3</sup>油罐的一个算例, 以显示这种复合结构的优点, 供设计工作者参考。

## 一、概述

随着我国石油工业的发展和原油出口的增加, 需要大型油罐。浮顶式油罐有其独特的优点, 我国已建成 5 万米<sup>3</sup> 的浮顶式油罐, 有一定的成绩, 但与国外的十多万米<sup>3</sup> 的同类油罐相比, 还有不小的差距。油罐越大, 每 1 米<sup>3</sup> 容量的平均用钢量、造价、设备和管理费用等越小。国外大型油轮已达数十万吨的载运量。因此, 展望未来, 如能在油港建造数十万米<sup>3</sup> 的大型油罐, 以缩短装船时间, 则更为经济。

建造大型油罐, 需要大量钢材。我国建造的 5 万米<sup>3</sup> 浮顶式油罐, 约需 952 吨钢板, 主要是 16 锰钢板; 日本的 16 万米<sup>3</sup> 油罐, 约需 2000 多吨高强度合金钢板。我国需要大型油罐, 而又缺少大量的高强度优质合金钢板, 这是一个矛盾。油罐的容积从 5 万米<sup>3</sup> 增大到十多万米<sup>3</sup> 或更大, 如仍采用 16 锰的单层钢壳, 则有一部分罐壁的厚度超过 38 毫米, 这将造成焊接、退火等一系列的困难, 材料的强度也要有所降低, 这是又一矛盾。这些矛盾经研究表明, 可从力学上设法解决。采用先进的钢板混凝土复合圆柱壳结构, 大大提高罐壁的抗弯刚度和承剪能力, 改变载荷的传递途径, 就可比较节省地实现 10~30 万米<sup>3</sup> 或更大的大型油罐。这种类型的大型油罐, 国内外从来没有建造过, 因此这是一项探索性的工作。本文主要是从力学上探讨有关的问题, 供设计人员参考。

钢板混凝土复合结构是近 20 多年来发展起来的一种先进的结构形式, 不同于钢结构、钢筋混凝土结构和预应力钢筋混凝土结构。国外主要采用复合梁的形式, 用于公路桥梁和高层房屋建筑<sup>[1~4]</sup>。它充分发挥了钢板(或型钢)抗拉强度大和混凝土抗压性能好的优点, 可节省造价, 与钢结构相比, 可显著节约钢材, 与钢筋混凝土结构相比, 可减少混凝土的厚度和自重, 增加净空, 并带来许多好处。

• 1980 年 7 月 22 日收到。

采用复合材料力学和复合材料结构力学的知识, 可将复合梁的结构形式推广应用到复合板壳结构上去. 本文属于这种推广工作中的力学计算部分.

钢板混凝土复合圆柱壳(见图1)是一种对壳壁中面不对称的双层壳, 在拉伸和弯曲之间存在着耦合关系, 需要用层壳理论<sup>[5,6]</sup>进行分析, 还要考虑混凝土的力学特性, 例如拉伸强度低, 混凝土在与空气接触情况下固化时所产生的收缩应变等.

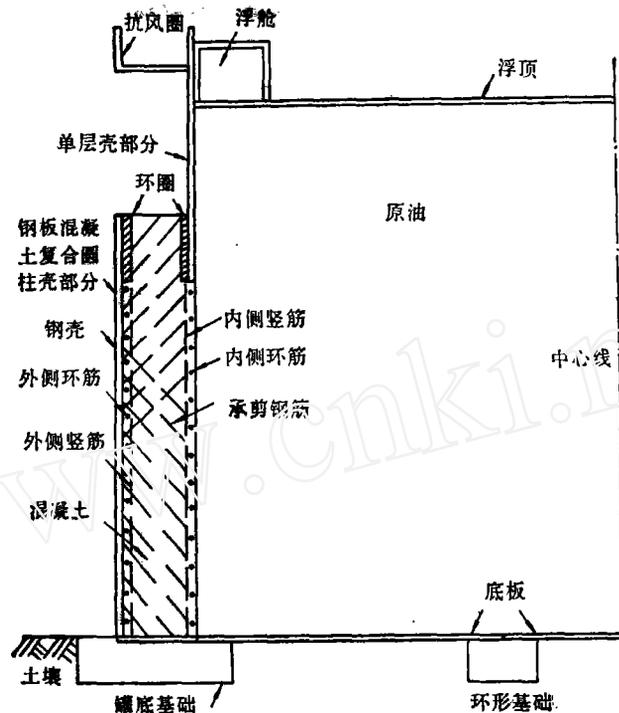


图1 20万米<sup>3</sup>大型浮顶式油罐的示意图

对于钢筋混凝土结构, 螺纹钢在混凝土中具有很强的粘接力, 而对于钢板混凝土复合结构, 在界面上的粘接力 and 承剪能力是很弱的. 为了使复合圆柱壳中的钢板和混凝土在抗弯时能协同作用, 必须在钢板与混凝土的界面附近, 配置一定数量的承剪钢筋、竖筋、环筋与联接钢筋, 和钢壳焊接在一起, 以加强界面的强度, 这是设置这些钢筋的主要出发点, 是关系到钢板混凝土复合结构成败的关键问题, 不可忽视. 至于利用这些钢筋的强度, 属于第二位的问题. 在文献[1~4]中对于加强界面的承剪能力问题, 作了详细的研究, 本文采用相同的原则, 不过采用不同的构造细节而已. 关于施工方面, 可先在地面上按40厘米的间距将外侧环筋焊在钢板上, 再将这种钢板吊装到所在位置进行焊接, 并用一些短钢筋焊在钢板间的垂直焊缝附近, 作为加强之用(见图2).

在地面上按要求将承剪钢筋和内外侧竖筋焊成如图3所示的长条形钢筋骨架, 再吊装并竖立在所在位置, 在两骨架之间留50厘米的间隙, 用弯成 $\Omega$ 形的大量小联接钢筋把钢筋骨架焊到钢壳上去. 再绑扎和焊接内侧的环筋. 在浇灌混凝土以后, 可使钢壳和

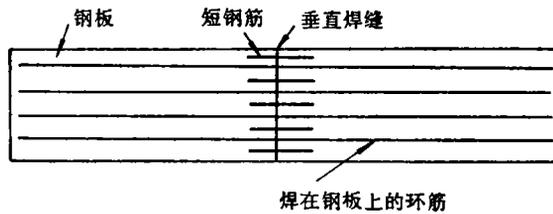


图2 钢板混凝土界面上的环筋和短钢筋示意图

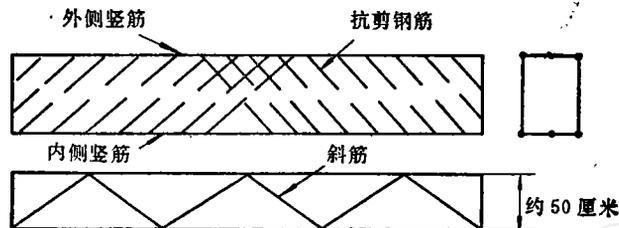


图3 钢筋骨架示意图

混凝土壳牢固地联结成一个整体, 发挥钢板混凝土复合壳的作用。

5 万米<sup>3</sup> 的浮顶式油罐, 是按薄膜应力状态设计的。因单层钢壳的壳壁很薄, 它的抗弯刚度很小, 除在罐壁和罐底的交界处很小的范围内存在着弯矩和剪力外, 其余部分若没有壁厚的突变, 则圆柱壳处于薄膜应力状态, 它的周向应力  $\sigma_\theta$  (公斤/厘米<sup>2</sup>) =  $\frac{pR}{t}$ , 式中  $p$  为液压 (公斤/厘米<sup>2</sup>),  $R$  为圆柱壳的半径 (厘米),  $t$  为壳厚 (厘米)。由于液压是沿高度线性变化的, 因此常将壁厚作阶梯状变化, 这样, 在壁厚的突变处, 也存在着不大的弯矩和剪力。

对于数十万米<sup>3</sup> 的大型油罐, 由于土壤承载能力的关系, 罐高基本上保持在 20 米左右, 而直径很大, 于是罐高与罐径之比, 数值很小。采用钢板混凝土复合圆柱壳, 如混凝土壳厚取为 80~100 厘米, 钢壳厚为 1~2 厘米 (视计算需要而定), 则罐壁在垂直方向的抗弯刚度要比单层壳大 10<sup>3</sup> 倍左右, 抗弯刚度很大。在双层壳的上端部加焊一个很强的环圈 (见图 1) 的情况下, 可通过弯矩  $M_x$  和剪力  $Q_x$  ( $x$  以垂直向上为正) 的形式将相当大一部分由液压引起的载荷传递给罐底和基础。罐底要建造一个环形基础 (见图 1), 利用被动土压力和摩擦力, 以承受传过来的一部分载荷。罐底外圈钢板厚 1 厘米, 它和环形基础中配置的钢筋焊接在一起。环形基础内的中心底板厚 0.6 厘米。钢板仍用 16 锰钢, 应力小的部位, 可用普通碳钢。施工步骤与 5 万米<sup>3</sup> 油罐大致相同, 但工程量大, 施工期较长。对于复合壳段, 按前述步骤安装焊接好钢壳、外侧环筋、竖筋、承剪钢筋和内侧环筋后, 安装内侧滑动模板, 浇灌混凝土, 捣实, 固化, 升模板, 继续施工。在复合壳段顶部焊接一个环圈。复合壳段施工完毕后, 可按类似于 5 万米<sup>3</sup> 油罐的施工方法, 安装和焊接上层的单层壳和抗风圈。本文着重研究钢板混凝土复合圆柱壳的力学计算。

本文将复合圆柱壳应用于 20 万米<sup>3</sup> 大型油罐的设计计算。这种双层圆柱壳除钢壳的周向强度能得到充分利用外, 和混凝土壳复合以后, 在轴向有很大的抗弯刚度和承剪能力。在双层壳的上端部又有一个强有力的环圈情况下, 可将液压载荷的相当大一部分, 以弯矩和剪力的形式以较短的途径通过罐壁传递给还有充分潜力的罐底和基础, 钢板的轴向抗拉强度也得到充分的利用。在钢筋混凝土壳中, 钢筋只能发挥单方向抗拉或抗压强度, 双向受力需要双向配筋, 而本文所探讨的复合圆柱壳, 能充分利用钢壳在两个方向上的强度, 这就是钢板混凝土复合圆柱壳用于大型油罐能显著节约钢材的基本原因。因而对于同一壳段, 与按薄膜应力状态的设计相比, 能节约 42.4% 的 16 锰钢板, 在扣除混凝土的费用以后, 能显著降低造价, 抗风、抗震和保温性能也好, 外层是钢壳, 可防止渗漏, 总之综合效果很突出。

由于钢板混凝土复合壳在设计计算上与钢筋混凝土壳存在着较大的差别, 因此没有引用钢筋混凝土油罐或容器的设计计算工作。

本文探讨竖立的双层圆柱壳在液压、内外温差和混凝土收缩引起的应力分析问题, 给出了比较精确的计算公式与计算结果。这种分析方法, 还可应用于类似的复合结构。

## 二、基本方程和公式

一个竖立的圆柱壳容器, 在装满液体后, 其受力情况属于轴对称问题, 根据壳体理论, 平衡方程为

$$\frac{dN_x}{dx} = 0, \quad \frac{dM_x}{dx} = Q_x, \quad \frac{d^2M_x}{dx^2} - \frac{N_\theta}{R} + p = 0 \quad (1)$$

式中,  $R$  为半径,  $M_x$  和  $Q_x$  为轴向的弯矩和剪力,  $N_x$  和  $N_\theta$  为轴向 ( $x$  轴竖直向上) 与周向的内力,  $p$  为压强。

由于混凝土的承拉能力很差, 一般都假定不能承拉。在液压和混凝土周向收缩的情况下, 在轴向会产生许多微裂纹, 在轴向受弯的拉伸区也会产生许多微裂纹, 因此泊松比取为零。

混凝土抗弯时的应力应变关系呈非线性, 如图 4 中的曲线所示。在通常的钢板混凝土复合梁的计算中<sup>[1-4]</sup>, 常忽略这种非线性, 而采用线性的应力应变关系, 如图 4 中的直线。这种简化有利于计算, 但低估了混凝土的抗弯能力, 使算得的最大压应力偏高 10~15%, 但偏于安全。只要能注意到这一点, 在工程上是允许的。

在混凝土中的钢筋, 横向不存在相互作用。在混凝土中配置的承剪钢筋以及与钢板联接的  $\Omega$  形小钢筋, 在计算抗弯刚度时不加考虑。外侧的竖筋和环筋主要是为加强界面强度而设置的, 在前面已经说过; 当然, 在计算轴向和周向受拉时, 也可以计算进去。如果只注意到后者而忽视前者, 就会产生设置外侧竖筋和环筋用处不大的错觉。

对于钢板混凝土复合壳, 需要计算由温差和混凝土收缩引起的应力, 以确保安全。温差和混凝土收缩属于不同的物理现象, 但产生的应变却是同类的物理量, 因此只要处理得当, 可在基本方程中同时考虑。关于温度分布, 设钢板的温度为  $T_1$ , 混凝土内侧和罐底在盛满液体时温度相同, 设为  $T_2$ , 再设混凝土中温度沿厚度作线性变化, 则

$T = T_1 + \frac{T_2 - T_1}{h_1} (h_1 - z_0 - z)$ . 其中  $h_1$  为混凝土壳的厚度,  $z_0$  为中性轴的位置,  $z$  为离开中性轴的距离, 见图 5. 图中的  $t_1, t_2, t_3$  分别为混凝土中外侧、内侧竖筋和环筋的折合厚度.

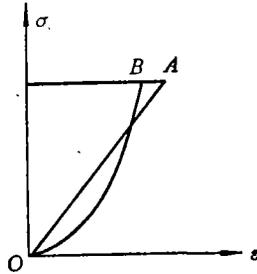


图 4 混凝土抗弯时的应力应变关系

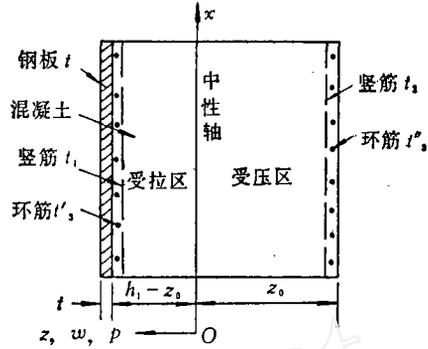


图 5 双层壳的剖面图

钢和混凝土的线膨胀系数比较接近, 为简单起见, 认为是相同的. 如果将这种膨胀系数相同的复合圆柱壳和罐底脱离开来考虑, 则一个均匀的温度场只产生自由膨胀或收缩, 并不产生温度应力. 一个不均匀的温度场加上或减去一个均匀的温度场, 温度应力不变. 因此可取混凝土内侧和底板的温度为零, 钢板的温度取为  $T'_3 = T_1 - T_2$ , 在考虑复合壳段下端的位移边界条件时, 可以不考虑底板因温度因素引起的位移, 只要考虑底板因径向受力所引起的位移  $w_0^0$  即可. 也可以取钢板的温度为零, 混凝土内侧和底板的温度为  $T_3 = T_2 - T_1$ ,  $T = T_3 (h_1 - z_0 - z) / h_1$ . 这时底板的计算温度为  $T_3$ , 它对复合壳段下端的位移边界条件提供  $\alpha T_3 R$  的位移, 再加上底板因径向受力所引起的位移  $w_0^0$ , 即为下边界的总位移. 这两种算法所得结果应相同, 但以取钢板温度为零时的计算公式较为简单, 我们采用的就是这种算法.

混凝土的收缩应变用  $\epsilon'$  表示.

在双层壳断面上, 钢壳上任一点的轴向应变  $\epsilon_x$  可由中性面的应变  $\epsilon_x^0$ , 加上由弯曲引起的应变  $(-z \frac{d^2 w}{dx^2})$  而得; 对于混凝土壳的轴向应变, 除上述二项外, 还要减去由温差引起的应变  $\alpha T$ , 加上收缩应变  $\epsilon'$ . 其中  $\alpha$  为钢和混凝土共同的线膨胀系数,  $w$  为壳体的挠度,  $z, w, p$  均以向外为正. 由于混凝土在周向有裂纹, 又是轴对称问题,  $\frac{d^2 w}{R^2 d\theta^2} = 0$ , 因此双层壳的周向应变和钢壳相同, 即

$$\epsilon_\theta = \epsilon_\theta^0 = \frac{w}{R} \tag{2}$$

其中  $R$  为钢壳的半径. 钢壳中的轴向应变为

$$\epsilon_x = \epsilon_x^0 - z \frac{d^2 w}{dx^2} \tag{3}$$

混凝土壳中的轴向应变为

$$\varepsilon_x = \varepsilon_x^0 - z \frac{d^2 w}{dx^2} - \alpha T + \varepsilon' \quad (4)$$

由虎克定律可得钢壳(不加下标)和混凝土壳(加下标c)中的轴向和周向应力表达式。

$$\begin{cases} \sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_x^0 + \nu \varepsilon_\theta^0 - z \frac{d^2 w}{dx^2}) \\ \sigma_\theta = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_\theta^0 + \nu \varepsilon_x^0 - \nu z \frac{d^2 w}{dx^2}) \\ \sigma_{cx} = E_c \left[ \varepsilon_x^0 - z \frac{d^2 w}{dx^2} - \frac{\alpha T}{h_1} (h_1 - z_0 - z) + \varepsilon' \right] \end{cases} \quad (5)$$

式中,  $E$  和  $\nu$  分别为钢的弹性模量和泊桑比,  $E_c$  为混凝土的弹性模量。现在计算  $N_x$ ,  $M_x$  和  $N_\theta$ 。当忽略结构的自重时,  $N_x = 0$ 。

$$\begin{aligned} N_x &= \int_{-z_0}^0 E_c \left[ \varepsilon_x^0 + \varepsilon' - z \frac{d^2 w}{dx^2} - \frac{\alpha T}{h_1} (h_1 - z_0 - z) \right] dz + \\ &+ \int_{-z_0}^{-z_0+t_2} E \left( \varepsilon_x^0 - z \frac{d^2 w}{dx^2} \right) dz + \int_{h_1-z_0-t_1}^{h_1-z_0-t} E \left( \varepsilon_x^0 - z \frac{d^2 w}{dx^2} \right) dz + \\ &+ \int_{h_1-z_0}^{h_1-z_0+t} \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_x^0 + \nu \varepsilon_\theta^0 - z \frac{d^2 w}{dx^2}) dz \\ &= \frac{d^2 w}{dx^2} \left[ \frac{E_c z_0^2}{2} - E \left( \frac{t}{1-\nu^2} + t_1 \right) (h_1 - z_0) + E t_2 z_0 \right] + \\ &+ E_c (\varepsilon_x^0 + \varepsilon') z_0 + \frac{E t}{1-\nu^2} (\varepsilon_x^0 + \nu \varepsilon_\theta^0) + E (t_1 + t_2) \varepsilon_x^0 - \\ &- E_c \alpha T z_0 \left( 1 - \frac{z_0}{2h_1} \right) = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} N_\theta &= \int_{h_1-z_0}^{h_1-z_0+t} \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_\theta^0 + \nu \varepsilon_x^0 - \nu z \frac{d^2 w}{dx^2}) dz + E t_3 \varepsilon_\theta^0 \\ &= \frac{E t}{1-\nu^2} (\varepsilon_\theta^0 + \nu \varepsilon_x^0) - \frac{E t \nu}{1-\nu^2} (h_1 - z_0) \frac{d^2 w}{dx^2} + E t_3 \varepsilon_\theta^0 \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} M_x &= \int_{-z_0}^0 E_c \left[ \varepsilon_x^0 + \varepsilon' - z \frac{d^2 w}{dx^2} - \frac{\alpha T}{h_1} (h_1 - z_0 - z) \right] z dz + \\ &+ \int_{-z_0}^{-z_0+t_2} E \left( \varepsilon_x^0 - z \frac{d^2 w}{dx^2} \right) z dz + \int_{h_1-z_0-t_1}^{h_1-z_0-t} E \left( \varepsilon_x^0 - z \frac{d^2 w}{dx^2} \right) z dz + \\ &+ \int_{h_1-z_0}^{h_1-z_0+t} \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_x^0 + \nu \varepsilon_\theta^0 - z \frac{d^2 w}{dx^2}) z dz \\ &= -D \frac{d^2 w}{dx^2} + \frac{E t \nu}{1-\nu^2} (h_1 - z_0) \varepsilon_\theta^0 + \frac{E_c \alpha T z_0}{2} \left( 1 - \frac{z_0}{3h_1} \right) - E_c \varepsilon' \frac{z_0^2}{2} \end{aligned} \quad (8)$$

其中,  $D$  为双层壳的抗弯刚度,

$$D = \frac{E_c}{3} z_0^3 + E t_2 z_0^2 + E \left( \frac{t}{1-\nu^2} + t_1 \right) (h_1 - z_0)^2 \quad (9)$$

中性轴的位置可由下式确定,

$$E_c \frac{z_0^2}{2} - E \left( \frac{t}{1-\nu^2} + t_1 \right) (h_1 - z_0) + E t_2 z_0 = 0$$

解得

$$z_0 = n \left( \frac{t}{1-\nu^2} + t_1 + t_2 \right) \left[ -1 + \sqrt{1 + \frac{2h_1}{n \left( \frac{t}{1-\nu^2} + t_1 + 2t_2 \right)}} \right] \quad (10)$$

其中  $n = \frac{E}{E_c}$ . 将(7), (8)代入(1)中的第三式, 得

$$\frac{d^4 w}{dx^4} - \frac{2Etv}{1-\nu^2} \cdot \frac{h_1 - z_0}{DR} \cdot \frac{d^2 w}{dx^2} + \frac{Et}{(1-\nu^2)DR} (\varepsilon_\theta^0 + \nu \varepsilon_x^0) + \frac{Et_3}{DR} \varepsilon_\theta^0 = \frac{p}{D} \quad (11)$$

由(6)

$$\varepsilon_x^0 = -\eta \varepsilon_\theta^0 + \rho \quad (12)$$

其中,

$$\eta = \frac{\nu}{1 + (1-\nu^2) \left( \frac{t_1 + t_2}{t} + \frac{z_0}{nt} \right)}, \quad \rho = \frac{\alpha T_3 \left( 1 - \frac{z_0}{2h_1} \right) - e'}{1 + \frac{nt}{z_0} \left( \frac{1}{1-\nu^2} + \frac{t_1 + t_2}{t} \right)} \quad (13)$$

将(12)代入(11), 引入记号

$$\alpha_1^2 = \frac{Etv}{1-\nu^2} \cdot \frac{h_1 - z_0}{DR}, \quad \beta^4 = \frac{E}{4R^2 D} \left[ \frac{t(1-\nu\eta)}{1-\nu^2} + t_3 \right] \quad (14)$$

后可得

$$\frac{d^4 w}{dx^4} - 2\alpha_1^2 \frac{d^2 w}{dx^2} + 4\beta^4 w = \frac{p}{D} - \rho \frac{\alpha_1^2}{h_1 - z_0} \quad (15)$$

方程(15)在液压、温差和混凝土收缩作用下的特解为

$$w_0 = \frac{1}{4\beta^4} \left( \frac{p}{D} - \rho \frac{\alpha_1^2}{h_1 - z_0} \right) \quad (16)$$

方程(15)的齐次方程的解为

$$w_1 = (A_1 e^{c_1 x} + A_3 e^{-c_1 x}) \cos c_2 x + (A_2 e^{c_1 x} + A_4 e^{-c_1 x}) \sin c_2 x \quad (17)$$

其中

$$\begin{cases} c_1 = \beta \left( 1 + \frac{\alpha_1^2}{2\beta^2} \right)^{\frac{1}{2}}, & c_2 = \beta \left( 1 - \frac{\alpha_1^2}{2\beta^2} \right)^{\frac{1}{2}} \\ c_1^2 - c_2^2 = \alpha_1^2, & c_1^2 + c_2^2 = 2\beta^2 \end{cases} \quad (18)$$

由(16)和(17), 方程(15)的一般解为  $w = w_0 + w_1$ . 由(8),

$$M_x = -D(w'' - \alpha_1^2 w) + \lambda \quad (19)$$

其中

$$\lambda = \frac{E_c \alpha T_3}{2} \left( 1 - \frac{z_0}{3h_1} \right) - E_c e' \frac{z_0^2}{2} \quad (20)$$

由(16)~(18)可得

$$M_{x0} = \alpha_1^2 D w_0 + \lambda, \quad M_{x1} = -D(w_1'' - \alpha_1^2 w_1) \quad (21)$$

现有四个边界条件,  $Q_0 = Q_1, M_0 = M_1 = Q_1 = 0$ , 可求解待定常数  $A_1, A_2, A_3, A_4$ .

由  $M_0 = 0$ , 得  $A_2 = A_4$ , 再由(21)和(1)中第二式, 得

$$\frac{M_{x1}}{2c_1 c_2 D} = (A_1 e^{c_1 x} - A_3 e^{-c_1 x}) \operatorname{sinc}_2 x - A_2 (e^{c_1 x} - e^{-c_1 x}) \cos c_2 x \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \frac{Q_x}{2c_1 c_2 D} &= A_1 (c_1 \sin c_2 x + c_2 \cos c_2 x) e^{c_1 x} + \\ &+ A_2 [(c_2 \sin c_2 x - c_1 \cos c_2 x) e^{c_1 x} - (c_2 \sin c_2 x + c_1 \cos c_2 x) e^{-c_1 x}] \\ &+ A_3 (c_1 \sin c_2 x - c_2 \cos c_2 x) e^{-c_1 x} \end{aligned} \quad (23)$$

由  $M_l = 0$ ,  $Q_l = 0$  和

$$\frac{Q_0}{2(c_1 c_2)^{3/2} D} = B_0 \quad (24)$$

先令  $B_0 = 1$ , 可得求解  $A_1, A_2, A_3$  的方程组.

$$\begin{cases} A_1 - A_3 - 2A_2 \frac{c_1}{c_2} - \sqrt{\frac{c_1}{c_2}} = 0 \\ (A_1 e^{2c_1 l} - A_3) \operatorname{tg} c_2 l + A_2 (1 - e^{2c_1 l}) = 0 \\ A_1 \left( \frac{c_1}{c_2} \operatorname{tg} c_2 l + 1 \right) e^{2c_1 l} + A_3 \left( \frac{c_1}{c_2} \operatorname{tg} c_2 l - 1 \right) + A_2 \left[ (e^{2c_1 l} - 1) \operatorname{tg} c_2 l - \frac{c_1}{c_2} (e^{2c_1 l} + 1) \right] = 0 \end{cases} \quad (25)$$

引入系数  $K_1$  和  $K_3$ , 使

$$w_1 = K_1 B_1, \quad M_{x1} = K_3 \frac{Q}{\sqrt{c_1 c_2}} \quad (26)$$

由下标  $0, l, m$  分别表示  $x = 0, l, l/2$  处的值. 由(17)

$$\begin{cases} K_{10} = A_1 + A_3 \\ K_{1l} = (A_1 e^{c_1 l} + A_3 e^{-c_1 l}) \cos c_2 l + A_2 (e^{c_1 l} + e^{-c_1 l}) \sin c_2 l \\ K_{1m} = (A_1 e^{c_1 l/2} + A_3 e^{-c_1 l/2}) \cos \frac{c_2 l}{2} + A_2 (e^{c_1 l/2} + e^{-c_1 l/2}) \sin \frac{c_2 l}{2} \end{cases} \quad (27)$$

由(22)

$$K_{3m} = (A_1 e^{c_1 l/2} - A_3 e^{-c_1 l/2}) \sin \frac{c_2 l}{2} - A_2 (e^{c_1 l/2} - e^{-c_1 l/2}) \cos \frac{c_2 l}{2} \quad (28)$$

记

$$\xi = \frac{0.5(K_{10} + K_{1l}) - K_{1m}}{0.5(K_{10} + K_{1l})} \quad (29)$$

它表示在  $x = \frac{l}{2}$  处壳体的挠度与壳的上下端联线的中点偏离的比值.

在  $x = 0, l$  处分别有  $Q_0$  和  $Q_l$  作用时,

$$Q_0 = 2(c_1 c_2)^{3/2} D B_0, \quad Q_l = 2(c_1 c_2)^{3/2} D B_l \quad (30)$$

此式也可用于确定  $B_0$  和  $B_l$ . 在  $Q_0$  和  $Q_l$  的作用下,

$$M_{x1m} = 2K_{3m} c_1 c_2 D (B_0 + B_l) \quad (31)$$

这时  $M_{x1m}$  和  $M_{x1\max}$  很接近, 可以取代.

要计算两种情况:

1) 双层壳两端自由, 没有温差和  $Q_0, Q_l$ , 仅有液压作用, 在下端对于满罐时为  $H$  米的水, 静水压为  $0.1H$  公斤/厘米<sup>2</sup>, 在上端为  $0.1(H-l)$  公斤/厘米<sup>2</sup>, 由(16), 在  $x = 0$  和  $l$  处的位移为

$$\delta_0 = \frac{0.1HR^2}{E \left[ \frac{t}{1-\nu^2} (1-\nu\eta) + t_3 \right]}, \quad \delta_l = \frac{0.1(H-l)R^2}{E \left[ \frac{t}{1-\nu^2} (1-\nu\eta) + t_3 \right]} \quad (32)$$

式中  $l$  为双层壳的计算高度.

2) 双层壳的两端自由, 有内外温差  $T_3$  和液压作用. 考虑混凝土的收缩, 没有  $Q_0$  和

$Q_1$ , 在  $x=0$ ,  $l$  处的位移为

$$\delta_{oT} = \delta_0 - \frac{\rho\alpha_1^2}{4\beta^4(h_1 - z_0)}, \quad \delta_{iT} = \delta_i - \frac{\rho\alpha_1^2}{4\beta^4(h_1 - z_0)} \quad (33)$$

其中  $\delta_0$ ,  $\delta_i$  和  $\rho$  分别由(33)和(13)式计算.

双层壳按  $Q_0 \neq 0$ ,  $Q_l \neq 0$ ,  $M_0 = M_l = 0$  进行计算, 按没有温差和混凝土收缩的情况下进行设计. 上端部环圈的应力取为  $\sigma_0$  公斤/厘米<sup>2</sup>, 下端部按  $w_0 = 0$  来设计. 然后对下端部有弹性位移  $w_0^0$  的情况, 有温差  $T_3$  和混凝土收缩应变  $\epsilon'$  的情况进行核算.

1) 在没有温差和不考虑混凝土的收缩时, 由所给的位移条件  $w_0 = 0$ ,  $w_l = \frac{\sigma_0 R}{E}$  可得

$$\delta_0 + K_{10}B_0 + K_{1l}B_l = 0, \quad \delta_l + K_{10}B_l + K_{1l}B_0 = \frac{\sigma_0 R}{E} \quad (34)$$

可求得  $B_0$  和  $B_l$ , 按(30)求  $Q_0$  和  $Q_l$ , 再由下式

$$t_0 = \frac{Q_0 R}{\sigma_0 b} \quad (35)$$

计算环圈厚度  $t_0$ , 式中  $b$ (厘米)为环圈的宽度.

由(5)求双层壳在  $x = \frac{l}{2}$  处的应力.

$$\begin{cases} \sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2} \{ (\nu - \eta)\epsilon_0^0 + (h_1 - z_0 + t)w'' \} \\ \sigma_\theta = \frac{E}{1-\nu^2} \{ (1 - \nu\eta)\epsilon_0^0 + \nu(h_1 - z_0 + t)w'' \} \\ \sigma_{cx} = -E_c(\eta\epsilon_0^0 + z_0 w'' ) \end{cases} \quad (36)$$

其中, 在  $x = l/2$  处

$$\begin{cases} \epsilon_0^0 = \frac{w}{R} = \frac{w_l}{2R}(1 + \xi) = \frac{\sigma_0}{2E}(1 + \xi) \\ w'' = w_1'' = -\frac{M_{x1}}{D} + \alpha_1^2 w_1 = (B_0 + B_l)(\alpha_1^2 K_{1m} - 2c_1 c_2 K_{3m}) \end{cases} \quad (37)$$

2) 在有内外温差和考虑混凝土的收缩, 又考虑壳下端有  $w_0^0$  的弹性位移时, 双层壳下端的位移边界条件为

$$w_0 = \alpha T_3 R + w_0^0 \quad (38)$$

当罐内壁和罐底温度比外壁温度(不是空气温度)高  $T_3$  时,  $T_3$  为正(例如  $T_3 = 25^\circ\text{C}$ , 相当于严寒天); 反之,  $T_3$  为负(例如  $T_3 = -25^\circ\text{C}$ , 相当于大热天). 在(38)中, 取

$$w_0^0 = 0.025 \times \frac{\sigma_0 R}{E} \quad (39)$$

在(39)中的 0.025, 是一个经验系数, 它与罐底的厚度、罐底基础的大小等有关. 而  $w_0^0$  是罐底在径向受力后所引起的向外的弹性位移.

由于环圈已选定,  $t_0$  已算得, 于是根据边界条件可得

$$\begin{cases} \delta_{oT} + K_{10}B_0 + K_{1l}B_l = \alpha T_3 R + w_0^0 \\ \delta_{iT} + K_{10}B_l + K_{1l}B_0 = gB_l \end{cases} \quad (40)$$

其中  $gB_l$  为双层壳上端环圈中心处的位移, 而

$$g = \frac{2(c_1 c_2)^{3/2} D R^2}{b t_0 E} \quad (41)$$

由(40)可求得  $B_0$  和  $B_1$ , 再由(5)可求得  $x=l/2$  处双层壳的应力.

$$\begin{cases} \sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2} [(\nu-\eta)\varepsilon_0^0 + \rho + (h_1 - z_0 + t)w''] \\ \sigma_\theta = \frac{E}{1-\nu^2} [(1-\nu\eta)\varepsilon_0^0 + \nu\rho + \nu(h_1 - z_0 + t)w''] \\ \sigma_{cx} = -E_c [\eta\varepsilon_0^0 + z_0 w'' - \rho + \alpha T_3 - \varepsilon'] \end{cases} \quad (42)$$

其中

$$\begin{cases} \varepsilon_0^0 = \frac{\alpha T_3 R + w_0^0 + g B_1}{2R} (1 + \xi) \\ w'' = (B_0 + B_1) (\alpha_1^2 K_{1m} - 2c_1 c_2 K_{3m}) \end{cases} \quad (43)$$

环圈的位移和周向应力为

$$w_l = g B_1, \quad \sigma_\theta = \frac{E g B_1}{R} \quad (44)$$

一般说来, 在  $x=l/2$  处双层壳的应力  $\sigma_x$ ,  $\sigma_\theta$ ,  $\sigma_{cx}$  接近于最大应力, 或环圈的周向应力为最大应力. 核算了这两处的应力, 已满足设计要求了.

### 三、算 例

一个容量为 20 万米<sup>3</sup> 的大型浮顶式油罐, 试水时的最高水位  $H=18$  米, 内半径为 60 米, 罐的下部为钢板混凝土复合壳, 钢壳半径为 61 米, 在双层壳的上端部加焊一个宽度为 1.6 米厚度为  $t_0$  厘米的环圈, 环圈的中心高度  $l=13.2$  米, 这是双层壳的计算高度, 混凝土壳高 14 米. 在双层壳的上面建造内径为 60 米按薄膜应力状态设计的单层壳, 使油罐高度达 19.2 米. 混凝土壳厚取为 100 厘米. 在混凝土中, 竖筋  $t_1$  和  $t_2$  的折合厚度各为 0.04 厘米, 环筋的折合厚度为 0.08 厘米, 抗剪钢筋和联接钢筋的折合厚度为 0.04 厘米, 合计 0.2 厘米. 钢板厚度取为 1.4 厘米,  $E=2.1 \times 10^6$  公斤/厘米<sup>2</sup>,  $\nu=0.28$ , 钢板宽 1.6 米, 按规范 TJ17-74 的规定, 16 锰钢板的许用应力为 2400 公斤/厘米<sup>2</sup>. 按规范 TJ10-74 的规定, 300 号混凝土的  $E_c=3 \times 10^5$  公斤/厘米<sup>2</sup>, 抗弯时的设计强度为 220 公斤/厘米<sup>2</sup>. 我们取安全系数为 1.5, 则许用应力取为 147 公斤/厘米<sup>2</sup>. 钢和钢筋混凝土结构的线膨胀系数  $\alpha=1 \times 10^{-5}/^\circ\text{C}$ . 混凝土的浇筑量很大, 需多次浇灌. 混凝土的收缩应变  $\varepsilon'$  取为  $2.5 \times 10^{-4}$ . 钢与混凝土弹性模量之比  $n = \frac{E}{E_c} = 7$ . 上端部环圈的应力  $\sigma_0$  取为 1900 公斤/厘米<sup>2</sup>, 进行设计, 以计算环圈的厚度. 最大温差  $T_3$  取为 25 $^\circ\text{C}$ .

这个算例的主要目的是说明计算的方法和步骤. 在设计时要留有一定的余地. 下面给出计算结果.

由(10),  $z_0 = 36.756$ ; 由(13),  $\eta = 0.06196$ ; 由(9),  $\frac{D}{E} = 8690$ ; 由(14),  $\alpha_1^2 = 0.50809 \times 10^{-6}$ ,  $\beta = 1.0501 \times 10^{-3}$ ; 由(18),  $c_1 = 1.1648 \times 10^{-3}$ ,  $c_2 = 0.92123 \times 10^{-3}$ ; 于是,  $c_1 l =$

1.5375,  $c_2 l = 1.2160$ , 可算得(25)和(27)中所需的指数函数和三角函数值。由(25), 解得  $A_1 = -0.01034$ ,  $A_2 = 0.17776$ ,  $A_3 = -1.5844$ 。由(27)算得  $K_{10} = -1.5947$ ,  $K_{11} = 0.6760$ ,  $K_{1m} = -0.3553$ ; 由(28),  $K_{3m} = 0.1611$ ; 由(29),  $\xi = 0.2265$ ; 算得  $\frac{1900R}{E} = 5.519$ 。

A. 在正常情况下, 只考虑液压的作用。

由(32),  $\delta_0 = 20.280$ ,  $\delta_1 = 5.408$ , 算出  $K_{11} - K_{10} = 2.2707$ ,  $K_{11} + K_{10} = -0.9187$ ; 由(34), 解得  $B_0 = 15.467$ ,  $B_1 = 6.487$ ,  $B_0 + B_1 = 21.954$ , 算出  $2(c_1 c_2)^{3/2} D = 40.57$ ; 由(30),  $Q_0 = 627.5$ ,  $Q_1 = 263.2$ ; 由(35),  $t_0 = 5.281$ 。由(37),  $\varepsilon_\theta^0 = 5.548 \times 10^{-4}$ ,  $w'' = 11.553 \times 10^{-6}$ ; 由(42), 算得  $\sigma_x = 1979$ ,  $\sigma_\theta = 1719$ ,  $\sigma_{cx} = 138.1$ 。

B. 考虑液压和混凝土的收缩, 不考虑温差, 壳下部的边界条件为  $w_0 = w_0^0$ 。

由(39),  $w_0^0 = 0.138$ ; 由(38),  $w_0 = 0.138$ ; 由(41),  $g = 0.8508$ ; 由(13),  $\rho = -1.918 \times 10^{-3}$ ; 由(33),  $\delta_{cT} = 20.596$ ,  $\delta_{iT} = 5.724$ 。由(40), 解得  $B_0 = 15.655$ ,  $B_1 = 6.667$ ,  $B_0 + B_1 = 22.322$ 。由(44),  $gB_1 = 5.672$ , 环圈应力  $\sigma_\theta = 1953$ 。由(43),  $\varepsilon_\theta^0 = 5.841 \times 10^{-4}$ ,  $w'' = 11.747 \times 10^{-6}$ 。由(42),  $\sigma_x = 1585$ ,  $\sigma_\theta = 1671$ ,  $\sigma_{cx} = 123.3$ 。

C. 罐外壁比内壁和罐底低  $25^\circ\text{C}$  (即  $T_3 = 25^\circ\text{C}$ ) 考虑混凝土的收缩和液压作用,  $w_0$  中包括  $w_0^0$ 。

由(13),  $\rho = -0.354$ ; 由(39),  $w_0^0 = 0.138$ ; 由(38),  $w_0 = 1.663$ ; 由(41),  $g = 0.8508$ ; 由(33),  $\delta_{cT} = 20.338$ ,  $\delta_{iT} = 5.466$ 。由(40), 解得  $B_0 = 14.338$ ,  $B_1 = 6.198$ ,  $B_0 + B_1 = 20.536$ 。由(44),  $gB_1 = 5.273$ , 环圈应力  $\sigma_\theta = 1815$ 。由(43),  $\varepsilon_\theta^0 = 6.973 \times 10^{-4}$ ,  $w'' = 10.806 \times 10^{-6}$ 。由(42),  $\sigma_x = 1859$ ,  $\sigma_\theta = 1985$ ,  $\sigma_{cx} = 143.1$ 。

D. 罐内壁和罐底比外壁低  $25^\circ\text{C}$  (即  $T_3 = -25^\circ\text{C}$ ), 考虑混凝土的收缩和液压作用,  $w_0$  中包括  $w_0^0$ 。

由(13),  $\rho = -3.482$ ; 由(39),  $w_0^0 = 0.138$ ; 由(38),  $w_0 = -1.387$ ; 由(41),  $g = 0.8508$ ; 由(33),  $\delta_{cT} = 20.854$ ,  $\delta_{iT} = 5.982$ 。由(40), 解得  $B_0 = 16.972$ ,  $B_1 = 7.137$ ,  $B_0 + B_1 = 24.109$ 。由(44),  $gB_1 = 5.273$ , 环圈应力  $\sigma_\theta = 2090$ 。由(43),  $\varepsilon_\theta^0 = 4.710$ ,  $w'' = 12.687$ 。由(42),  $\sigma_x = 1321$ ,  $\sigma_\theta = 1356$ ,  $\sigma_{cx} = 103.5$ 。

算得的应力都小于许用应力。

这  $l$  米长的双层壳和环圈的用钢厚度  $= \frac{61}{60} \left[ \frac{13.2}{1.6} \times (1.4 + 0.2) + 5.281 \right] = 18.8$  厘米。

其中  $\frac{61}{60}$  是双层壳中的钢壳和环圈的半径与罐内径之比。按薄膜应力状态设计, 不论用 16 锰钢还是高强度合金钢, 要设计建造 20 万米<sup>3</sup> 的油罐, 由于钢板太厚, 在焊接等方面会发生极大困难, 还做不到。而采用双层复合壳, 钢板厚度为 1.4 厘米, 就不发生焊接方面的困难, 因而可以建造 20 万米<sup>3</sup> 或更大的油罐。姑且与按薄膜应力状态的设计作一对比, 同一壳段所需钢板厚度累计为  $(5.8 + 5.4 + 4.8 + 4.2 + 3.8 + 3.2 + 2.8 + 2.2 + \frac{1}{4} \times 1.6) = 32.6$  厘米, 相差 13.81 厘米, 可节省钢材  $\frac{13.81}{32.6} = 42.4\%$ , 达 655 吨, 还可节约焊接工作量 60~70%。所用混凝土为 5400 米<sup>3</sup>, 如在混凝土中放置一部分毛石,

则可降低混凝土的造价和用量,还可减小混凝土的收缩.经过计算,对于同一壳段,按双层壳设计可比按薄膜应力状态设计的单层壳方案节约造价30%以上.如果精心设计,既安全可靠,又充分发掘潜力,并将其他好处也计算进去,则节约得更多.

由此可见,采用钢板混凝土复合壳建造大型油罐,由于结构形式先进,是很有成效的,不但可实现 $10\sim 30$ 万米<sup>3</sup>或更大的大型油罐,且可显著节约钢材和造价,值得研究和推广.

本文推导了钢板混凝土复合圆柱壳的方程,考虑了液压、温差和混凝土收缩等多种情况,给出了详细的计算公式,为设计提供了依据.

### 参 考 文 献

- (1) Cook John P., Composite Construction Methods, (1977).
- (2) Knowles P.R., Composite Steel and Concrete Construction, (1973).
- (3) Johnson R.P., Composite Structures of Steel and Concrete, V. 1: Beams, Columns, Frames, and Applications in Building, (1975).
- (4) Viest I.M., Fountain R.S. and Singleton R.C., Composite Construction in Steel and Concrete, (1958).
- (5) Vinson J.R. and Chou T.W., Composite Materials and Their Use in Structures, (1975).
- (6) 林毅, 复合材料工学, 日科技连, (1971). 可参考中文编译本, 赵渠森编译, 《复合材料》, 第三章, 国防工业出版社, (1979).

## THE CALCULATION OF A COMPOSITE CYLINDRICAL SHELL OF STEEL AND CONCRETE

Wang Zhen-ming

(Institute of Mechanics, Academia Sinica)

### Abstract

In this paper, we used a composite cylindrical shell of steel and concrete for large floating cover oil tank, to investigate the stress analysis problem of a bilayer cylindrical shell under the action of liquid pressure, temperature difference and the contraction of concrete. An example of calculation of oil tank of  $2\times 10^5$  M<sup>3</sup> is given to illustrate the advantages of this composite structure.