

轴向热传导对交流电弧性质的影响

荣 陞

(中国科学院力学研究所)

摘要 本文研究了有限长度交流电弧的动力特性,采用二维电弧模型,考虑轴向热传导作用,得到一个非线性能量方程。用变量分离、非线性变换和 Laplace 变换求得电弧的热流势和电场强度的分析解。指出充满管道的有限长度的交流电弧动力特性仅由两个无量纲参数决定。并且指出热流势和电场强度存在轴向梯度,必须考虑轴向热传导的影响。当电弧的长度趋于无限大时,本解与 R. L. Phillips 的解一致。

目前,研究交流电弧性质时通常采用长弧的假定,即假定电弧长度与直径的比值为无限大,从而忽略轴向热传导的影响,采用一维电弧模型^[1-3]。但是,在实际问题中电弧的长度与直径的比值是一个有限值,需要考虑轴向热传导的影响。因此,本文研究有限长度的交流电弧,采用二维电弧模型,考虑轴向热传导的影响。得到交流电弧热流势和局部电场强度的分析解,讨论了各参数对电弧动力特性的影响,并且将本解与长弧解进行了比较。

一、基本假定、方程和定解条件

1. 基本假定

设电弧半径为 r_0 , 正柱区长度为 $2a$, 采用圆柱坐标系 r, ϕ, z , z 为电弧的对称轴, 对于交流电弧正柱区作如下假定:

- (1) 电弧是轴对称的, 完全充满放电管道。
- (2) 在垂直于电弧对称轴的平面上, 电势为常数。即径向电场 $E_r = 0$, 轴向电场强度 E_z 与 r 无关。
- (3) 电弧气体是弱电离的, 满足 $\sigma \mu r_0^2 \omega \ll 1$, 故可忽略电弧自身磁场。 μ 为电弧气体的磁导率。
- (4) 电弧在恒定气压下运行(如一个大气压), 并处于热平衡。
- (5) 电弧气体的电导率 σ 与热流势 s 有线性关系^[4]。
- (6) 电弧气体的热扩散系数 $\lambda = K/(\rho c_p)$ 是常数。 ρ, c_p, K 分别为气体密度, 气体定压比热和气体热传导系数。
- (7) 忽略辐射和对流传热。

2. 电弧的基本方程

能量方程

$$\rho \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(Kr \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \mathbf{j} \cdot \mathbf{E}^* \quad (1)$$

本文于1979年9月收到。

欧姆定律

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}^* \text{ 或 } I^* = \int_0^{r_0} 2\pi r \sigma E^* dr$$

其中 $T, h, I^*, \mathbf{E}^*, \mathbf{j}, E^*$ 分别为气体的温度、焓、总电流、局部电场强度矢量、电流密度矢量、局部电场强度矢量的模。根据假定 5 有

$$\sigma = B(s - s_1) \quad (2)$$

其中 B 和 s_1 是与气体性质有关的常数。利用式(2), 欧姆定律变成

$$I^* = 2\pi E^* \int_0^{r_0} B(s - s_1) r dr \quad (3)$$

将式(2)、式(3)代入式(1), 并且利用 $ds = k dT, dh = c_p dT$ 得到

$$\frac{1}{\lambda} \frac{\partial s}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial s}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 s}{\partial z^2} + (s - s_1) I^{*2} / \left\{ 4\pi^2 B \left[\int_0^{r_0} (s - s_1) r dr \right]^2 \right\} \quad (4)$$

其定解条件为

$$\begin{aligned} t = 0, \quad s = s_1; \quad r = r_0, \quad s = s_1; \quad z = \pm a, \quad s = s_1; \\ r = 0, \quad \frac{\partial s}{\partial r} = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

引进无量纲变量及参量

$$\begin{aligned} x = r/r_0, \quad z = z/r_0, \quad \tau = t/\theta = t\lambda/r_0^2, \quad l = a/r_0, \\ I = I^*/I_0^*, \quad U = (s - s_1)r_0 B^{1/2}/I_0^*, \quad E = E^* B^{1/2} r_0 \end{aligned}$$

其中 I_0^* 为电弧总电流的幅值, θ 为电弧时间常数。将方程(4)及其定解条件(5)以及式(3)无量纲化, 得到

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial \tau} = \frac{1}{x} \frac{\partial}{\partial x} \left(x \frac{\partial U}{\partial x} \right) + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} + UI^2 / \left[4\pi^2 \left(\int_0^1 x U dx \right)^2 \right] \\ 0 < x < 1, \quad -l < z < l, \quad \tau > 0 \end{aligned} \quad (6)$$

$$\tau = 0, \quad U = 0; \quad x = 1, \quad U = 0; \quad x = 0, \quad \frac{\partial U}{\partial x} = 0;$$

$$z = \pm l, \quad U = 0 \quad (7)$$

$$E = I / \left[2\pi \int_0^1 x U dx \right] \quad (8)$$

能量方程(6)是以 U 为未知函数的非线性方程, 其右边最后一项——欧姆加热项是非线性项。这是由于交流电弧是一种非线性电阻而引起的。

二、分析解与结果讨论

采用分离变量法, 令

$$U(x, z, \tau) = R(x)V(z, \tau) \quad (9)$$

将此式代入式(6)与式(7), 得到与(6)和(7)定解问题等价的两个数学问题(I)和(II)。

$$\left. \begin{aligned} R'' + \frac{1}{x} R' + \alpha^2 R &= 0 \\ R(1) = 0, \quad R'(0) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (I)$$

$$\left. \begin{aligned} V \frac{\partial V}{\partial \tau} - V \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} - I^2 / \left[4\pi^2 \left(\int_0^1 x R dx \right)^2 \right] + \alpha^2 V^2 = 0 \\ V(z, 0) = 0, \quad V(\pm l, \tau) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (\text{II})$$

问题(I)是特征值问题, α 为特征值. 根据在电弧内部 $U \geq 0 (s \geq s_1)$ 的条件, 确定特征值 $\alpha = \beta_1 = 2.40482$, β_1 是第一类零阶贝塞尔函数 J_0 的第一个零点. (I) 的解为

$$R(x) = J_0(\beta_1 x) \quad (10)$$

对于定解问题 (II), 作非线性变换

$$W(z, \tau) = V^2(z, \tau) \quad (11)$$

略去 $\left(\frac{\partial V}{\partial z}\right)^2$ 项后, (II) 变成线性问题

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} - \frac{\partial W}{\partial \tau} - 2\beta_1^2 W + I^2 \beta_1^2 / [2\pi^2 J_1^2(\beta_1)] = 0 \\ W(z, 0) = 0, \quad W(\pm l, \tau) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

其中 J_1 为第一类一阶贝塞尔函数, 对 $W(z, \tau)$ 作关于变量 τ 的 Laplace 变换

$$L[W(z, \tau)] = \int_0^\infty W(z, \tau) e^{-p\tau} d\tau = G(z, p)$$

则定解问题(12)变成含有参量 p 的线性常微分方程边值问题

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 G}{dz^2} - (p + 2\beta_1^2)G + N(p) = 0 \\ G(\pm l, p) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

其解为

$$\begin{aligned} G(z, p) &= N(p) \left[1 - \frac{\text{ch}(z\sqrt{p+2\beta_1^2})}{\text{ch}(l\sqrt{p+2\beta_1^2})} \right] / (p+2\beta_1^2) \\ &= N(p) \cdot f_1(z, p) \end{aligned} \quad (14)$$

其中

$$N(p) = L[\beta_1^2 I^2(\tau) / (2\pi^2 J_1^2(\beta_1))] \quad (15)$$

$$f_1(z, p) = \left[1 - \frac{\text{ch}(z\sqrt{p+2\beta_1^2})}{\text{ch}(l\sqrt{p+2\beta_1^2})} \right] / (p+2\beta_1^2)$$

作变换 $q = p + 2\beta_1^2$ 则

$$f_1(z, p) = \frac{1}{q} \left[1 - \frac{\text{ch}(z\sqrt{q})}{\text{ch}(l\sqrt{q})} \right] = f_2(z, q)$$

由式(15)可以得到 $N(p)$ 的 Laplace 逆变换

$$L^{-1}[N(p)] = \frac{\beta_1^2 I^2(\tau)}{2\pi^2 J_1^2(\beta_1)}$$

函数 $f_1(z, p)$ 的 Laplace 逆变换为

$$F(z, \tau) = L^{-1}[f_1(z, p)] = e^{-2\beta_1^2 \tau} L^{-1}[f_2(z, q)]$$

作变换 $u = \sqrt{q}$, 在复平面 u 上选取折线 R_s , 它的三个边分别为

$$R_n^{(1)}: \operatorname{Re} u = n, \left(0 \leq \operatorname{Im} u \leq \frac{n\pi}{l} \right)$$

$$R_n^{(2)}: \operatorname{Re} u = -n, \left(0 \leq \operatorname{Im} u \leq \frac{n\pi}{l} \right)$$

$$R_n^{(3)}: \operatorname{Im} u = \frac{n\pi}{l}, \left(-n \leq \operatorname{Re} u \leq n \right)$$

在 R_n 折线上函数 $\operatorname{ch}(zu)/\operatorname{ch}(lu)$ 有界, 逆变换 $q = u^2$ 把折线 R_n 映为由两条抛物线构成的封闭曲线 c_n , 当 $n \rightarrow \infty$, 这族曲线可以伸展到包含任一有限区域, 在 c_n 上函数

$$\operatorname{ch}(z\sqrt{q})/\operatorname{ch}(l\sqrt{q})$$

有界, 所以按展开定理 $f_2(z, q)$ 的 Laplace 逆变换

$$L^{-1}[f_2(z, q)] = \sum_{k=1}^{\infty} \operatorname{Res} [f_2(z, q)e^{q\tau}, q_k] \quad (16)$$

其中 $q_0 = 0$ 是 $f_2(z, q)$ 的可去奇点, $q_k = -\pi^2 \left(k - \frac{1}{2} \right)^2 / l^2, k=1, 2, 3, \dots$ 是 $f_2(z, q)$ 的一阶极点. 所以

$$\begin{aligned} F(z, \tau) &= e^{-2\beta_1\tau} \sum_{k=1}^{\infty} \operatorname{Res} [f_2(z, q)e^{q\tau}, q_k] \\ &= \frac{2e^{-2\beta_1\tau}}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k e^{-\left(\frac{\pi}{l}\right)^2 \left(k - \frac{1}{2}\right)^2 \tau}}{k - \frac{1}{2}} \cos \left[\frac{z}{l} \pi \left(k - \frac{1}{2} \right) \right] \end{aligned}$$

利用卷积公式, 自(14)式得到函数 $G(z, p)$ 的 Laplace 逆变换

$$L^{-1}[G(z, p)] = W = \int_0^{\tau} \frac{\beta_1}{2\pi^2 J_1^2(\beta_1)} I^2(t) F(z, \tau - t) dt \quad (17)$$

令 $y = z + l$, 将上式代入式(11), 利用式(9)和式(10), 得到无量纲热流势

$$U(x, y, \tau) = \frac{\beta_1 J_0(\beta_1 x)}{\pi^{3/2} J_1(\beta_1)} \left\{ \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin \left[\frac{y}{l} \pi \left(k - \frac{1}{2} \right) \right]}{k - \frac{1}{2}} e^{-a_k \tau} \int_0^{\tau} I^2(t) e^{a_k t} dt \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (18)$$

其中

$$a_k = \left(\frac{\pi}{l} \right)^2 \left(k - \frac{1}{2} \right)^2 + 2\beta_1^2$$

将式(18)代入式(8)得到无量纲局部电场强度

$$\begin{aligned} E(\tau) &= [\sqrt{\pi} I(\tau)] / \left\{ \sum_{k=1}^{\infty} \frac{4}{k - \frac{1}{2}} \sin \left[\frac{y}{l} \pi \left(k - \frac{1}{2} \right) \right] \right. \\ &\quad \left. \times e^{-a_k \tau} \int_0^{\tau} I^2(t) e^{a_k t} dt \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (19) \end{aligned}$$

当电弧的电阻远远小于外回路中其他阻抗值时, 可略去弧电阻, 那么电弧方程与回路方程退耦, 故可给定电弧电流为正弦波形 $I^* = I_0^* \sin \omega t$ 或 $I(\tau) = \sin \omega \theta \tau$, 将其代入式(18)和式(19)就得到无量纲热流势和局部电场强度(以下简称热流势和电场强度)的分析

表达式

$$U = \frac{\beta_1 J_0(\beta_1 x)}{\sqrt{2\pi} \pi J_1(\beta_1)} \left\{ \sum_1^{\infty} M_k(y) [1 - Q_k - H_k(\tau)] \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (20)$$

$$E = \frac{\sqrt{\pi} \sin \omega \theta \tau}{\left\{ 2 \sum_1^{\infty} M_k(y) [1 - Q_k - H_k(\tau)] \right\}^{\frac{1}{2}}} \quad (21)$$

其中

$$M_k(y) = \frac{\sin \left[\frac{y}{l} \pi \left(k - \frac{1}{2} \right) \right]}{a_k \left(k - \frac{1}{2} \right)}, \quad Q_k = \sin(2\omega\theta\tau + \delta_k) \sin \delta_k,$$

$$H_k(\tau) = \frac{4\omega^2\theta^2}{a_k^2 + 4\omega^2\theta^2} e^{-a_k\tau},$$

$$\sin \delta_k = \frac{a_k}{\sqrt{a_k^2 + 4\omega^2\theta^2}},$$

$$\theta = \frac{r_0^2 c_p \rho}{K}$$

式(20)和式(21)中含有 $e^{-a_k\tau}$ 项是随时间指数衰减项,它表示电弧在开始阶段有一个启动过程,当 $\tau \rightarrow \infty$ 时,得到周期性解

$$U = \frac{\beta_1 J_0(\beta_1 x)}{\sqrt{2\pi} \pi J_1(\beta_1)} \left\{ \sum_1^{\infty} M_k(y) [1 - Q_k] \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (22)$$

$$E = \frac{\sqrt{\pi} \sin \omega \theta \tau}{\left\{ 2 \sum_1^{\infty} M_k(y) [1 - Q_k] \right\}^{\frac{1}{2}}} \quad (23)$$

从以上的分析解看到,对于充满管道的有限长度的交流电弧,它的热流势和电场强度仅由 $\omega\theta$ 和 l 两个无量纲参数决定. 为了直观起见,选择几种典型情况,将式(22)和式(23)的结果绘成图1—4,在图1,2中曲线上标出的数字表示相应的参数 l 值,带有“ ∞ ”标号的直线表示 Phillips 长弧理论的结果, $U = U_{\infty}$, $E = E_{\infty}$; 图3,4中曲线上标出的数字表示相应的参数 $\omega\theta$ 的数值. 当 $y = l \rightarrow \infty$ 时,本解与 Phillips 长弧解一致^[3](令 $U_0 = 0$)下面根据式(22)和式(23),曲线图1—4,讨论 $\omega\theta$ 和 l 对电弧热流势和电场强度的影响:

1. 纵横比 l 的影响

轴向热传导对电弧性质的影响与纵横比 l 有关,图1为 $\omega\theta = 5$, $\omega\theta\tau = \frac{\pi}{2}$, $l = 1, 3, 5$ 时电弧热流势的轴向分布曲线. 在电弧的两端附近曲线很陡,中间部分比较平坦. 当 l 减小时,端部陡度减缓,中间部分陡度增强,同时 $l = 1, 3, 5$ 三条曲线均在直线 $l = \infty$ 以下即 $U < U_{\infty}$. 当 l 减小时,热流势比 U_{∞} 减小更多,这表明,有限长度的电弧,

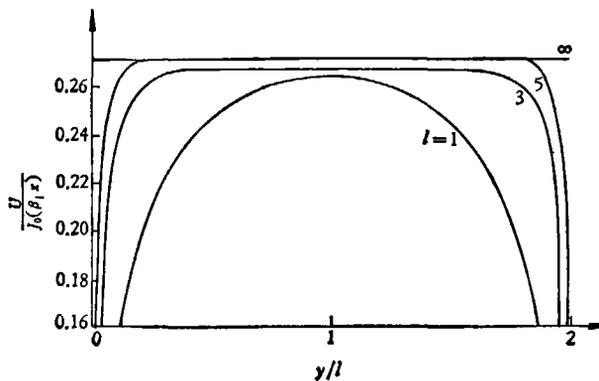


图 1 无量纲热流势沿轴向分布曲线

$$\omega\theta = 5, \quad \omega\theta\tau = \frac{\pi}{2}$$

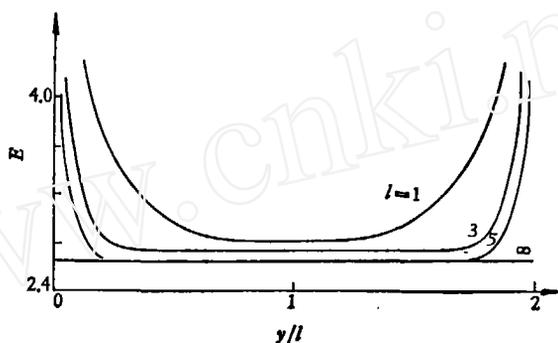


图 2 无量纲电场强度沿轴向分布

$$\omega\theta = 5, \quad \omega\theta\tau = \frac{\pi}{2}$$

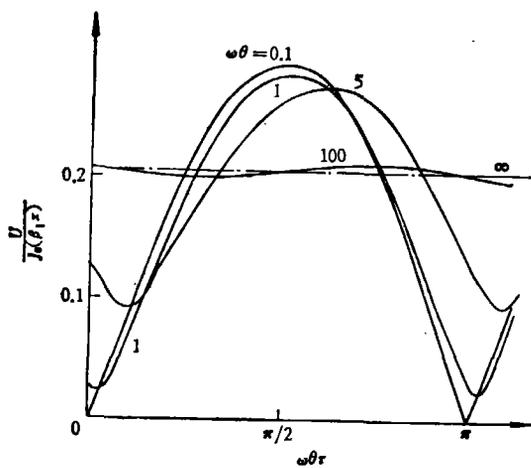


图 3 无量纲热流势随时间变化曲线

$$y = l = 1$$

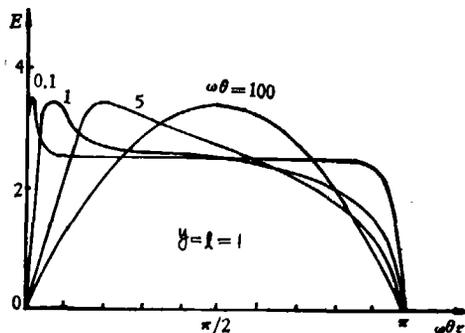


图 4 无量纲电场强度随时间变化曲线(半周)

$$y = l = 1$$

热流势会出现轴向梯度,在轴向有热量传递,使热流势降低。 l 越小,轴向热传导越强,热流势减小越多; l 越大,轴向热传导的影响越小。当 $l \geq 5$ 时热流势的曲线接近 $U = U_0$ 的直线(端部除外),这时采用没有轴向热传导的长弧理论是一个较好的近似。

由于电弧气体的导电率与热流势成线性变化,当电流给定时,由欧姆定律(8)可推出电场强度与热流势反向变化,电场强度增强,热流势减弱。同样可以说明轴向热传导的存在使电场强度增高了, $E > E_0$ 。 l 越小,电场强度比 E_0 高的越多,其轴向梯度越大(端部除外),如图 2 所示。

2. 无量纲参数 $\omega\theta$ 的影响

无量纲参数 $\omega\theta$ 表示电弧的时间常数与电流周期的比值,它标志着电弧储存能量能力的大小。当 $\omega\theta$ 很小时,电弧的储能能力很弱,热流势会跟随着电流一起脉动。如图 3 中 $\omega\theta = 0.1$ 时的热流势波形近于正弦波(正半周),周期约为电流周期的一半。由式(23)可知电场强度波形近于方波,如图 4 所示,但是在电流过零点后由于气体损失了良好的导电性质,短时间内电场强度出现一个尖锐的再点弧峰值。当 $\omega\theta$ 很大时,电弧的储能能力很强,虽然在每一个周期内电流随时间迅变,但热流势波动却很小。如图 3 中 $\omega\theta = 100$ 时,热流势波动只有百分之几。从式(23)可知电场强度会随着电流一起变化,近于正弦波形。当 $\omega\theta \rightarrow \infty$ 时热流势和电场强度的表达式简化为

$$U = \frac{\beta_1 J_0(\beta_1 x)}{\sqrt{2\pi} \pi J_1(\beta_1)} \left\{ \sum_1^{\infty} M_k(y) \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (24)$$

$$E = \frac{\sqrt{\pi} \sin \omega\theta\tau}{\left\{ 2 \sum_1^{\infty} M_k(y) \right\}^{\frac{1}{2}}} \quad (25)$$

这时,热流势不随时间变化,电场强度与电流同相位,随时间按正弦波变化,电弧相当于一个线性电阻。当 $\omega\theta \geq 100$ 时,就可以采用简化的电弧热流势和电场强度公式(24)和(25)。当 $\omega\theta$ 介于以上两种情况之间时($\omega\theta \sim 1$),电弧有一定的储能能力,电弧的热流势会滞后于电流的变化,电流过零以后,短时间内热流势才变为最小值,这样电场强度出现一个较钝的峰值,如图 3 和图 4 中 $\omega\theta = 5, 10$ 的曲线。随着 $\omega\theta$ 增大,热流势滞后时间增长,波动逐渐减小,电场强度的再点弧峰值变得更钝。

从以上所讨论的交流电弧动力特性来看, $\omega\theta$ 较大时,热流势波动较小,电场强度近于正弦波,因此高次谐波较小,电弧的功率因数较大^[3],同时电弧电流过零后容易再燃,电弧稳定。在交流电弧加热器设计中应选择较大的 $\omega\theta$ 值。当频率 $f = 50$ 周/秒,电弧半径 $r_0 = 1$ 厘米时,氩气的 $\lambda = 37.7$ 厘米²/秒^[6], $B = 1.5$ /伏, $\omega\theta = 8.3$; 氮气的 $\lambda = 75$ 厘米²/秒^[6], $B = 0.93$ /伏, $\omega\theta = 4$, 可知在同样条件下,氩气比氮气的 $\omega\theta$ 值高,因此氩弧比氮弧更容易稳定,并且功率因数也高。采用同样的方法可以比较其他几种常用放电气体,根据电弧稳定的难易程度从易到难排列顺序如下: Ar, O₂, N₂, H₂。如果实际应用中必须使用排在最右边的氢气时,可以用提高电流频率 ω 和减小电弧半径 r_0 的方法来提提高 $\omega\theta$ 值,达到稳弧和提高功率因数的目的。

三、结论及解的局限性

在 1—7 的假定下, 对于给定正弦电流变化, 交流电弧的动力特性仅由 $\omega\theta$ 和 l 两个无量纲参数决定。 $\omega\theta$ 主要决定了电弧热流势和电场强度随时间变化的波形, l 主要决定了它们的振幅沿轴向的分布。和长弧解比较, 有限长电弧由于热流势和电场强度存在轴向梯度, 电弧的热流势降低, 电场强度增高。电弧的纵横比 l 越小, 轴向热传导的影响越强。当 $l \rightarrow \infty$ 时, 就得到了 R. L. Phillips 的长弧结果, $l \geq 5$ 时本解与长弧解差异不大, 可以忽略轴向热传导的影响, 采用长弧的结果。

对于电弧不完全充满管道的情况, 电弧边界会随着时间波动, 以 $(\omega\theta)^{-\frac{1}{2}}$ 的规律而减小^[5], 当 $\omega\theta > 10$ 电弧边界波动很小, 本文的固定边界电弧模型是它的一个很好的近似。本解适用于电弧内部。

对于 $\omega\theta$ 较小的情况, 如 $\omega\theta < 5$, 电弧边界波动较大, 同时电弧电压有尖锐的再点弧峰值, 电流不能预先给定。这时必须考虑动边界的交流电弧模型, 同时把弧柱方程与迴路方程联合一起求解。本解在 $\omega\theta < 5$ 时不能定量地说明电弧的性质, 但可定性地说明确电弧性质变化趋势。

在方程(12)中我们略去 $\left(\frac{\partial V}{\partial z}\right)^2$ 项, 在这个条件下, 得到了 V^2 的解(17)式, 从这个解我们计算了 $\left(\frac{\partial V}{\partial z}\right)^2$ 和 $\frac{\partial^2 V}{\partial z^2}$, 比较它们的大小, 可知本文的解在 $-l < z < l$ 区域内, 绝大部分区域中, $\left(\frac{\partial V}{\partial z}\right)^2$ 比 $\left|\frac{\partial^2 V}{\partial z^2}\right|$ 小得多, 可以略去。例如在 $\omega\theta = 5, l = 3, \omega\theta\tau = \pi/2$ 时, 在 $|z/l| < 0.95$ 区域内, $\left(\frac{\partial V}{\partial z}\right)^2$ 与 $\left|\frac{\partial^2 V}{\partial z^2}\right|$ 比值的量级约为 $\frac{1}{10}$, 可以略去, 本解在弧长的 95% 区域内适用, 仅在靠近端部, 小于全长的 5% 区域内, $\left(\frac{\partial V}{\partial z}\right)^2$ 与 $\left|\frac{\partial^2 V}{\partial z^2}\right|$ 的比值增大, 二者有相同量级, 本解在这个小区域内定量不准, 但定性上(量级)可以说明电弧动力性质在端部附近的变化趋势。

潘良儒先生对本文给予了热情的指导和帮助, 在此表示感谢。

参 考 文 献

- [1] Stine, H. A., Watson, V. R., NASA Technical Note D-1331, Aug. (1962).
- [2] Phillips, R. L., ARL 64-9 (1964).
- [3] Phillips, R. L. et al., ARL 64-29 (1964).
- [4] Maecker, H., Z. Phys., 157(1959), 1—29.
- [5] Frie, W., Zeit. Für Angew. Physik, 13, 2(1961), 99—102.
- [6] Phillips, R. L., ARL 64-160 (1964).

THE EFFECT OF THE AXIAL HEAT CONDUCTION ON DYNAMIC PROPERTY OF AN A. C. ARC

Rong Sheng

(*Institute of Mechanics, Academia Sinica*)

Abstract

The purpose of this paper is to study the effect of axial heat conduction on the dynamic property of an axially symmetric A. C. arc with a finite length under assumptions that energy transfer by radiation and convection is negligible, and that a simplified linear expression for electrical conductivity can be taken. The non-linear energy equation is solved by the usual method of separation of variables, a non-linear transformation, and a generalized Laplace transformation, thus yielding an analytical solution for the electric field and the heat flux potential with a given sine current waveform. The solution shows that dynamic property of an A. C. arc is determined by two dimensionless parameters in the case that the arc occupies the whole discharge tube. The two parameters are $\omega\theta$ and L , where ω , θ and L denote respectively the frequency of current, the time constant of the arc-tube system, and the ratio of the arc length to the arc diameter. The parameter $\omega\theta$ determines mainly the waveform of the electric field and the heat flux potential. The parameter L determines the axial distribution of the electric field and the heat flux potential.

By comparing the above solution with Phillips' result for an infinite long arc, one can see that the heat flux potential decreases and the electric field increases as a result of axial heat conduction. Axial gradient of the heat flux potential and the electric field appear important, and axial heat conduction has to be taken into account in the case that the arc length is finite. The result of this paper leads to Phillips' solution when the arc length approaches infinity. From the result calculated for some typical parameters one can see that when L is more than 5, the effect of the axial heat conduction on the dynamic property of an A. C. arc is negligible.