## 地形对洋流影响的初步实验模拟")

## 柳绮年 贾 复 王平生

(中国科学院力学研究所)

**提要** 在旋转流动系统中,由于柯氏力的作用,地形对流动的影响常呈现出与惯性系中很不相同的特点。近年来在地球物理流体力学研究中受到很大重视。

本文介绍了作者们在力学所旋转实验台上,针对近海洋流问题所作的一些旋转流体中地 形影响的初步实验研究。在一扇形容器中用源汇法模拟了洋流的陆架地形绕流,过海脊流,绕 岛屿以及沿径向有变深度地形的环流。这些初步的定性的结果表明,均质旋转流动系统确能 反映大尺度旋转流动的某些动力学特征。

### 一、引 亩 🔍

地形对于洋流的重要影响,已为人们所重视。不少作者已就地形对于边界流的分离、蛇行现象,中尺度涡旋的产生及演化等的影响,进行了理论分析、数值模拟及实验模拟研究。本文拟对于与中国近海洋流相联系的若干地形影响问题作一些初步的实验模拟研究。

我国具有特别宽阔的大陆架,它经过比较陡峭的陆坡连接到海底。世界著名的太平洋西边界强流——黑潮即从我国台湾岛以南,基本沿陆坡走向北上达日本九州,对我国近海流系的水文特征、沿海气候、降雨及水产资源起着重要作用。因此,陆架、岛屿及一些地形对西边界流的影响是我国近海洋流动力学研究中很感兴趣的课题。管秉贤[1,2]曾对这类问题从水文观测资料的分析上作了不少工作。我们采用 Stommel 等[3]及 Kuo 和 Veronis<sup>[4]</sup>提出并阐明的所谓"源汇流"实验方法,利用扇形容器在旋转台上,模拟研究与上述有关的几种特定地形对于西边界流的影响,并得到以下结果: (1)具有陆架的西边界处,边界流基本沿陆架边缘;(2)径向有台阶的地形会导致靠近东西边界各有一封闭环流;(3)西边界流流过脊状物时,出现流线向右偏转的现象,在一定条件下,下游出现波动;(4)岛状物下游,似有较稳定的涡旋存在等。此外对于上述实验结果,均相应地给予了简单的动力学解释及讨论。

## 二、实验装置、模型及测试

所采用的实验装置是一个由直流可调转速的电机驱动、具有机械减速系统的旋转平台。平台直径为 1.1 米,其上可放置所需试验的各种容器及模型。转台被支撑在一个高精度的、直径为  $\phi$ 500 mm 的滚动轴承支座上,平台的径向与轴向最大偏差分别为 0.05, 0.07 mm。 调速系统采用可控硅——测速电机闭环式,常用转速范围为  $0.15\sim2.1$  (1/s)。整个实验装置见图版 III 照片 1。

<sup>1)</sup> 本文由编委曾庆存研究员推荐,于1980年12月收到。

本实验用源汇法模拟风生洋流。在一个顶角  $60^{\circ}$ 、半径 30 cm 的扇形容器中,放置不同的地形。扇形容器的顶角处与转台中心轴重合。 用内径  $\phi$  4 mm 的不锈钢管在容器的顶角处加入或吸出液体。源汇流量的调节范围为  $q = 0.05 \sim 0.4 \text{ cm}^3/\text{s}$ 。为了模拟大洋环流流向,我们在圆心处采用汇。对于不同的地形模型,采用的实验参数如下表 1。

· **							
序号	模拟项目	初始液深 d₀(cm)	转速 Q(1/s)	汇流量 q(cm³/s)	Froude 数 $F = \Omega^2 L/g$	Rossby 数 $R_0 = U/QL$	图号
1	绕陆架地形流	8.8	0.21	0.25	1.35×10-3	5×10 <sup>-2</sup>	2,照片2
2	过径向台阶流	8:4	1.25	0.07	4.78×10 <sup>-2</sup>	8.3×10 <sup>-5</sup>	3,照片3
3	过海脊流	7.5	0.21	0.076	1.35×10 <sup>-3</sup>	1.52×10-2	4-1, 照片 4 4-2, 照片 5
4	绕圆柱(岛)流	8.0	0.42	0.20	5.37×10 <sup>-3</sup>	6.3×10 <sup>-3</sup>	5,照片6

表 1

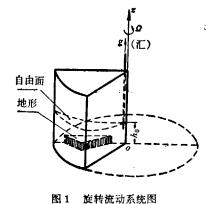
测试方法采用轨迹照相法。试验液体为在蒸馏水中加入甘油及适当的 悬 浮示 踪 粒子——塑料小球(比重为  $\gamma = 1.035 \sim 1.045$ 、直径为  $\phi 0.5 \sim \phi 1 \, \mathrm{mm}$ )。实验过程中以侧向片光源在暗场中使底片长时间曝光,即得到示踪粒子的运动轨迹。对于定常流动问题,轨迹即代表了流线。这种简便方法得到的图片,对于定性地研究流场仍是十分有用的。

## 主、实验初步结果及其动力学解释

如前所述,本实验系采用源汇法造成旋转流动,用这种方案模拟风生 洋流 首先由 Stommel 等[4] 提出,继而由 Kuo 和 Veronis<sup>[4]</sup> 进行了细致的研究。

为了对于我们得到的实验结果给予初步的动力学解释,下面首先给出一些基本的动力学关系式。设考虑如图 1 示旋转流动系统,系统以常角速度 Q 旋转,直角座标系 z 轴与

旋转轴重合并以向上为正.



引入流动系统特征量: 水平与垂直长度 L、D, 速度 U, 使得按

$$(x', y') = L(x, y),$$

$$z' = Dz$$

$$(u', v') = v(u, v),$$

$$w' = \frac{D}{L} Uw$$

$$t' = \left(\frac{L}{U}\right)t,$$

$$p' = -\rho gz' + \rho \Omega U L p$$
(1)

无量纲化以后(不带"1"号者为无量纲量),各量为 O(1)。

定常问题的运动方程

$$\varepsilon \left[ u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right] - v = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{E_V}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{E_H}{2} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) (2.a)$$

$$\varepsilon \left[ u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right] + u$$

$$= -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{E_{v}}{2} \frac{\partial^{2} v}{\partial z^{2}} + \frac{E_{H}}{2} \left( \frac{\partial^{2} v}{\partial x^{2}} + \frac{\partial^{2} v}{\partial y^{2}} \right)$$
(2.b)

$$\delta^{2}\varepsilon\left[u\frac{\partial w}{\partial x}+v\frac{\partial w}{\partial y}+w\frac{\partial w}{\partial z}\right]$$

$$= -\frac{\partial p}{\partial z} + \delta^2 \left[ \frac{E_{\nu}}{2} \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} + \frac{E_H}{2} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} \right) \right]$$
 (2.c)

连续方程

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \tag{3}$$

其中

$$\varepsilon = \frac{R_0}{2} = \frac{U}{2QL}, \quad \delta = \frac{D}{L}$$

$$E_V = \frac{v}{D^2 Q} \text{ (垂直 Ekman 数)}$$

$$E_H = \frac{v}{L^2 Q} \text{ (水平 Ekman 数)}$$

在所考虑的流动系统中,容器在定常旋转下自由面静力平衡形状为

$$h' := D_0 \left[ 1 + \frac{Q^2 L^2}{2gD_0} \left( x^2 + y^2 \right) \right] \tag{5}$$

 $D_0$  为 z 轴处自由面高度, g 为重力加速度。在 z 轴处的自由面下置以汇,自由面可以写成

$$h'_T = h'(x, y) + \xi'(x, y, t)$$
 (6)

问题的边界条件为:在自由面上,满足运动学条件;在其它所有边界上,满足无滑移条件,即  $\bar{\nu}=0$ .

这里我们考察源汇法模拟风生洋流的依据,设把诸流场元按 ε 数以级数展开

$$u = u_0 + \varepsilon u_1 + \cdots \tag{7.a}$$

$$v = v_0 + \varepsilon v_1 + \cdots \tag{7.b}$$

$$w = w_0 + \varepsilon w_1 + \cdots \tag{7.c}$$

$$p = p_0 + \varepsilon p_1 + \cdots \tag{7.d}$$

则对于小 Rossby 数(即快旋转)问题,在远离边界的"内区"可略去含  $\epsilon$  及  $\epsilon$  的诸项,得到地转关系,在极坐标系中以  $\iota$ ,  $\iota$  表示径向及周向速度分量,则对于零阶量有

$$-v_0 = -\frac{\partial p_0}{\partial r} + u_0 = -\frac{1}{r} \frac{\partial p_0}{\partial \theta}$$

$$w_0 = O(E_v^{1/2})$$
(8)

地转流运动均与深度 z 无关。如前述  $\xi'(x,y,t)$  是由源汇流引起自由面高度的变化,在 z = h 处(设  $\xi \ll h$ ),自由面运动学条件线性化后可写为

$$w_0(r, \theta, h_T) = \frac{\partial \xi}{\partial t} + u_0 \frac{\partial \xi}{\partial r} = \dot{\xi} + \frac{F}{\delta} r u_0 \tag{9}$$

其中  $F = Q^7 L/g$  为 Froude 数.

在底边界上根据 Ekman 关系式,对于z=0有

$$w_0(r,\theta,0) = \frac{E_V^{1/2}}{2} \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rv_0) - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} u_0 \right]$$
 (10)

由于 $w_0$ 与z无关以及地转关系,压力可作为流函数,得到

$$\frac{\delta E_V^{1/2}}{2F} \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial}{\partial r} p_0 + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 p_0}{\partial \theta^2} \right) \right] + \frac{\partial p_0}{\partial \theta} = \frac{\dot{\xi} \delta}{F}$$
 (11)

当  $E^{\frac{1}{4}} \ll F \ll 1$ ,则方程(11)为描述现在考虑系统的基本方程,它可以满足在诸边界上的法向速度条件,若要满足边界条件,(11)式则尚需考虑侧边界层.

值得注意的是,方程(11)与 Stommel 风生洋流底摩擦模式的基本方程完全一样(文献[5]第五章),这就是源汇方法模拟风生环流的动力学基础。

#### 1. 陆架地形流动

我国近海具有广阔的大陆架,观测资料表明,黑潮的路径非常规律饱紧贴陆坡蜿蜒北

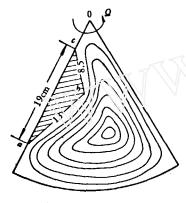


图 2 绕陆架地形流

向而行,这使我们有兴趣来考虑陆架地形流动。图 2 为在 Q=0.21 1/s, $\frac{1}{5}=5.32\times10^{-3}$  情况下的流动示意图,图版 III 照片 2 为获得的实验照片。 由图可见,西边界流不是越上陆架,而是紧贴陆架边缘北上,强边界流明显地形成,而在陆架上流动明显缓慢。 这在动力学特征上与上述黑潮流域的基本特征十分相似。

现在对于所得到的流型加以动力学说明。 根据 Ekman 层的结果,有  $w = O(E^{\frac{1}{2}})$ ,所以式 (7.c) 中  $w_0 = 0$ . 从方程 (2.a)、(2.b) 可得到对于  $O(\varepsilon)$  量涡度形式的准地转关系<sup>[5]</sup>

$$\frac{d\zeta_0}{dt} = -\left(\frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial v_1}{\partial y}\right) + \frac{1}{Re}\nabla_H^2\zeta_0 = \frac{\partial w_1}{\partial z} + \frac{1}{Re}\nabla_H^2\zeta_0 \tag{12}$$

其中

$$\zeta_0 = \left(\frac{\partial v_0}{\partial x} - \frac{\partial u_0}{\partial y}\right), \quad \nabla_H^2 = \frac{\partial}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial y^2}, \quad Re = \frac{2\epsilon}{E_H},$$

因为零阶量为地转流动量与 z 无关,可从底边界到自由面积分式(12)得

$$\frac{d\zeta_0}{dt} = w_1(x, y, h_T) - w_1(x, y, h_B) + \frac{1}{Re} \nabla_H^2 \zeta_0$$
 (13)

即相对涡度的变化由自由面变化及底 Ekman 层抽吸引起的涡管伸缩加上涡量的水 平 粘性扩散之间的平衡来决定。

根据具有地形的 Ekman 层关系式及自由表面条件可写成

$$\frac{d}{dt}\left(\zeta_0 - G\eta_0 + \eta_B\right) = \frac{\gamma}{2}\zeta_0 + \frac{1}{Re}\nabla_H^2\zeta_0 \tag{14}$$

1 1

其中 % 为底边界地形,

$$h_B = \frac{h'_B}{D}, \quad \eta_B = \frac{h'_B}{D\varepsilon}, \quad \gamma = \frac{E_V^{1/2}}{\varepsilon}, \quad G = \frac{4Q^2L^2}{\varepsilon D},$$

而  $G\eta_0 = (h_T - 1)/\varepsilon$ ,  $h_T$  为自由面无量纲坐标。在远离侧边界的内区,可略去粘性影响。对于图 2 地形有  $h_B = O(1)$ , 因而  $\eta_B \gg O(1)$ 。则方程(14)成为

$$u_0 \frac{\partial \eta_B}{\partial x} + v_0 \frac{\partial \eta_B}{\partial y} = 0 \tag{15}$$

这说明对于 O(1) 级流动元流线必须与地形等高线重合. 这解释了对于"陆架"地形实验,流线必须沿其边缘 abc. 对于除"陆架"之外的区域  $\eta_B = 0$ ,这里涡量的变化是由上自由面及 Ekman 层抽吸造成的涡管伸缩而致。 由于旋转自由面呈抛物面形,流体柱从扇形外缘向顶点运动涡管受到压缩。

$$h_T = 1 + \frac{Q^2L^2}{2gD} r^2$$

如果把此抛物线以割线近似,可以近似写为

$$h_T-1=\frac{F}{2\delta}r$$

所以相当于模拟的  $\beta$  效应的  $\beta$  值约为  $\beta = \frac{F}{2\epsilon\delta}$ . 在远离陆架区,流动呈地转,流线沿地形等高线,即沿不同半径的一系列弧,而到达陆架边缘 abc,这些流线受到阻挡,在一个狭窄的边界层地转关系受到破坏,而使流线折转向北形成惯性边界层。 这解释了图 2 流型中abc 的强流。 按洋流惯性边界层理论<sup>[5]</sup>,边界层厚应为  $\beta^{-\frac{1}{2}}$ ,在我们的情况下层厚应为  $\left(\frac{2\epsilon\delta}{F}\right)^{\frac{1}{2}}$ 。

#### 2. 沿等半径线有一台阶地形的流动

在洋流文献中对沿径向地形变化已有若干讨论<sup>[6</sup>7],对流动图形亦有多种看法。我们在 Q=1.25 1/s, $\dot{\xi}=1.49\times 10^{-4}$ cm/s, $R_0=8.3\times 10^{-5}$ 的条件下拍摄了流型照片(图版 III 照片 3) 地形及示意图见图 3. 从流动图案可见: 文献[7]中提出的两个涡旋的结构可

得到证实,但是由于目前的测试仍限于轨迹图象,故 未能在实验上对于两个涡旋旋转方向问题的不同看 法给出结论.

对于我们的旋转流动系统,这个双涡结构可解释为,对于 O(1) 级量具有地形的 Ekman 层外缘的垂直速度分量有

$$w_0(r,\theta,h_B)=u_0\cdot\nabla h_B+\frac{E_V^{1/2}}{2}\zeta_0$$

自由面上有

$$w_0(r, \theta, h_T) = \dot{\xi} + \frac{F}{\delta} u_0 r$$

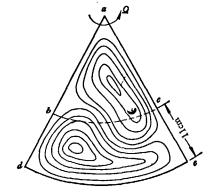


图 3 绕径向台阶流

对于地转流有

$$w_0(r,\theta,h_B) = w_0(r,\theta,h_T)$$

$$\frac{E_V^{1/2}}{2} \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial}{\partial r} p_0 \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 p_0}{\partial \theta^2} \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial p_0}{\partial \theta} \left[ \frac{F}{\delta} r - \frac{\partial}{\partial r} h_B \right] = \dot{\xi}$$
(16)

在图 3 中 bcde 区域, $\frac{\partial}{\partial r}h_B=0$ ,所以问题同于文献[4]的情况,因而可以预料在西边界有一强流,在 bc 附近,地形梯度极大, $\left[\frac{F}{\delta}r-\frac{\partial}{\partial r}h_B\right]=0$  处边界层结构将受到破坏,流动将离开边界而分离,按第一节中的讨论,对于  $\eta_B\gg 1$  的流动将基本是沿 bc 而构成一涡旋. 对于 abc 区域, $\frac{\partial}{\partial r}h_B=0$ ,所以对应为东边界流,而在接近 bc 线时  $\frac{\partial}{\partial r}h_B$  陡增,远大于  $\frac{F}{\delta}r$  项的贡献; $\frac{\partial p_0}{\partial \theta}$  项的系数变号,因而应有东向强化。 同时根据第一节中对于  $\eta_B\gg 1$  的情况,流线应基本沿 bc,因而形成靠近东边界的另一旋涡。 图版 III 照片 3 清楚地显示了这一结构。

#### 3. 越过脊状物的流动

台湾岛北端至琉球群岛之间的海底,有一大致为纬向的海脊,海脊以南水深约为3000—4000米,以北水深约为2000米,而海脊处水深约只有500米。 黑潮自南向北越过海脊,路径向右偏斜。 为了研究海脊地形对黑潮路径的影响,我们在 Q=0.21~1/s, $\dot{\xi}=1.62\times 10^{-4}~{\rm cm/s}$ , $R_0=1.52\times 10^{-2}$ 的条件下进行了实验,在此条件下环流以反气旋方向旋转西边界流自南(扇形的弧边)向北(顶角);由于自由面弯曲,水深是南深北浅,所以大致上反映了上述基本特征。

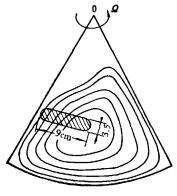


图 4-1 绕脊状物流(一)

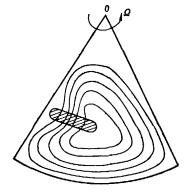


图 4-2 绕脊状物流(二)

从实验结果看,流动过程中呈现较复杂的两种基本流型。 见图 4-1、4-2 及图版 I 照片 4 及照片 5. 它们的相同处是流动爬坡时流线向右偏斜,而相异处在于下坡时向右弯曲的程度不同。根据图 4-1、图版 I 照片 4 越过脊状物有净右偏量,而图 4-2、图版 I 照片 5 中净右偏量不明显。

流线受地形影响而偏转的动力学机制是位涡度守恒原则。在不受边界粘性直接影响的"内区",我们有位涡守恒关系式成立

$$\frac{d}{dt} \Pi' = \frac{d}{dt} \left( \frac{\zeta + 2Q}{H'} \right) = 0 \tag{17}$$

其中带"'"号表示有量纲量, 5 为相对涡度, H'为水深。

$$\Pi' = \frac{2Q}{D} \left( \frac{1 + \varepsilon \zeta}{1 + \varepsilon (G\eta - \eta_B)} \right)$$

其中  $G_{\eta}$  意义见式 (14)。 设在脊状物以南来流为均匀且该处相对涡度为 0,则来流无量 纲位涡为

$$\frac{1}{1+\varepsilon G\eta^*}$$

脊状物上任一点处位涡度为

$$\frac{1+\varepsilon\zeta}{1+\varepsilon(G\eta-\eta_B)}$$

所以据式(17)有

$$\frac{1}{1+\varepsilon G\eta^*}=\frac{1+\varepsilon \zeta}{1+\varepsilon (G\eta-\eta_B)}$$

为简单地阐明物理现象,我们设有  $h_B = O(1)$ ,而  $\varepsilon G \eta \ll 1$ , $\varepsilon G \eta^* \ll 1$ ,而且在脊状物附 近局部地设有  $\frac{\partial}{\partial \theta} = 0$ ,这样,近似地就有

$$\zeta = \frac{1}{r} \frac{\partial rv}{\partial r} \approx -\eta_B \tag{18}$$

把式(18)沿,从脊以南的 r1 积分到脊以北的 r2 处可有

$$rv\Big|_{r_1}^{r_2} = -\int_{r_1}^{r_2} r\eta_B dr$$

如果在  $r_1$  处 v=0 (即沿径向流向脊),则有

$$r_2 v_2 = -\int_{r_1}^{r_2} r \eta_B dr = r_* A$$

其中  $r_*$  为脊状物边缘的两个 r 值之间的某一值,而 A 表示脊状物剖面面积的一个量(假设  $v(r_1)=0$ )。 而  $r_*A$  总是一正量,可见在上述简化分析的条件下,流线有向右净偏转

量是必然的。在实验条件下,越过海脊状物后,因自由表面呈抛物状而使水深较之脊南面为浅,所为如计及这项 Gη的贡献后,向右偏转量会更大一些.

至于图 4-2 及图版 I 照片 5 示流型,可能需计及一些非定常的波动过程。

#### 4. 绕岛状物流动

海洋观测资料似表明,在台湾岛以北有气旋式涡旋 出现. 管秉贤[2]曾对此作过讨论. 我们在实验中将一圆柱置于西边界附近,观察其绕流情况. 这一设计能用西向流、西边界及圆柱模拟黑潮、我国海岸及台湾岛这一流动系统. 然而海深变化及海岸弯曲的复杂情况当然不能

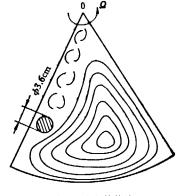


图 5 绕岛状物流

计及.实验流型示于图 5 及图版 I 照片 6. 由于目前测试方法限于轨迹显示,图型不很清晰,但可看到的特点是,圆柱尾流区确有排列成一直线的涡旋出现,在圆柱与侧壁之间流动缓慢.这些与实际观测情况存在相似之处,只是涡旋存在的型式(气旋式或反气旋式)不能断定,有待今后其它测试方法的采用.当然,实验结果的动力学解释不很简单,有待进一步的理论及实验工作.但值得注意的是,如果模拟实验在某种程度可以反映真实流动系统的特点的话,则涡旋可能出现在台湾岛以北很远处,而这在观察中尚未证实.这是一个饶有兴趣的问题.

上述工作限于测试方法,对地形影响实验模拟研究的结果还只是定性的、初步的.流场的定量测量及旋转流动系统的进一步理论分析将是我们下一步的工作.

#### 参考文献

- [1] 管秉贤,海洋与湖沼 6,3 (1964)229-251。
- [2] 管秉贤,海洋科学集刊 14(1978), 1-21.
- [3] Stommel, H., Arons, A. B. & Faller, A. J., Tellus, 10(1958), 179-187.
- [4] Kuo, H. H., Veronis, G., J. Fluid Mech. 45(1971), 441-464
- [5] Pedlosky, J., Geophysical Fluid Dynamics (1979), Springer-Verlag.
- [6] Каменкович, В. М., Резник, Г. М., ДАН СССР 205, 5 (1972), 1061—1064.
- [7] Welander, P., Tellus, 20(1968), 1-15.

# LABORATORY MODELLING OF TOPOGRAPHIC EFFECTS ON THE OCEANIC CURRENT

Liu Yinian, Jia Fu, Wang Pingsheng
(Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences)

#### Abstract

Topographic effects on fluid flow in a rotating frame differ remarkably from those in an inertial frame owing to the action of Coriolis force. Recently, much effort of geophysical fluid dynamics research has been directed towards this problem.

In this report, some elementary modelling experiments for topographic effects on rotating fluid flew carried out in the Institute of Mechanics are presented. Main topographies adopted include shelf, ridge, island-like obstacle and depth change in radial direction. These are considered important (though greatly simplified) in China Seas. The experiments were performed in a pie-shaped tank using "source-sink" method. Results obtained seem encouraging for modelling large-scale characteristics of oceanic circulation by means of laboratory produced homogeneous rotating fluid systems.

www.cnki.net