

# 气流与化学激光中的碰撞和 非均匀加宽效应——理论分析模型

高 智

(中国科学院力学研究所)

1980年12月24日收到

## 提 要

本文把用于气流与化学激光性能计算的理论模型作了分析比较,包括常用的 Lorentz-Gauss 谱线形因子近似<sup>[1]</sup>、本文提出的矩形谱线形因子近似以及文献[5]的理论。对气流化学激光的简化扩散混合模型<sup>[4]</sup>,文中简要地导出了与上述诸理论相对应的具体结果。分析和计算表明:在碰撞与非均匀加宽同时起作用,特别是非均匀加宽占优势的情况下,两种谱线形因子近似以及文献[5]理论的结果三者之间存在显著的差异;矩形谱线形因子近似要比常用的 Lorentz-Gauss 谱线形因子近似精确,而矩形谱线形因子近似的计算量要比 Lorentz-Gauss 谱线形因子近似的计算量少。

## 一、引 言

在气流与化学激光性能的分析 and 计算中,需要正确考虑谱线的碰撞加宽、非均匀即 Doppler 加宽以及自然加宽过程。当气体压力高(对 HF 约在 70 托以上)时以碰撞加宽为主;气体压力低(对 HF 约在 10 托以下)时以 Doppler 加宽为主。通常人们引入 Voigt 型线函数<sup>[1,2]</sup>来统一地考虑碰撞和 Doppler 两种加宽过程以及频移(光频相对线形中心的偏离)的联合影响。导出 Voigt 型线函数时<sup>[1,2]</sup>,假定碰撞加宽线形为 Lorentz 线形, Lorentz 线形在跃迁线形中心附近是准确的,但对偏离线形中心较远的两翼并不准确。

本文进一步考虑采用矩形线形代替真实的谱线形,用矩形谱线形因子来统一地计算碰撞和 Doppler 两种加宽过程以及频移的影响。矩形谱线形因子与 Voigt 型线函数(为了方便起见,称它为 Lorentz-Gauss 谱线形因子)相比,具有简单和计算量少的优点;本文的分析计算表明:对于气流和化学激光的性能计算,采用矩形谱线形因子得到的结果要比 Lorentz-Gauss 谱线形因子的结果精确。

上述两种谱线形因子近似的主要缺陷是假定了发射与吸收能级的所有粒子都可等同地与辐射场发生作用,也就是说假定了发射与吸收能级中不同频率的气体粒子对单色辐射场的贡献相同,这实质上是假定了加宽为均匀加宽。因此它们都不能正确地考虑低压非均匀加宽效应的影响,不能描述低压强激光发射条件下可能出现的“烧孔”现象,因而不

能准确地计算激光功率和强度. 关于激光气体介质性质不随空间和时间而变化的非均匀加宽效应问题, Lamb 理论<sup>[3]</sup>及其推广已作了完善的分析. 但是正如文献 [4] 指出的, 要把 Lamb 理论推广到气体性质随空间和时间而变化的气流与化学激光并不容易. 近来, 文献 [4] 和文献 [5] 已提出了用于气流和化学激光的更精确的理论模型. 文献 [4] 和文献 [5] 的理论有所不同, 但目的都是为了正确描述具有频率分布的气体粒子和辐射场之间的相互作用, 以便能够正确计算非均匀加宽效应的影响.

本文的主要内容是把矩形谱线形因子近似与常用的 Lorentz-Gauss 谱线形因子近似<sup>[1]</sup>以及与文献 [5] 的理论作比较, 着重考虑碰撞和 Doppler 加宽同时起作用的情况. 考虑到这些理论的区别主要在于流场、速率过程和辐射交换三个过程之间的耦合模型不同, 因此文中将对流场、分子体系和辐射场本身尽可能地作出简化. 假定扩散混合过程中化学反应提供泵浦作用, 湍流混合取文献 [1] 介绍的简化模型, 流场参数  $\rho$ ,  $T$  和  $u$  为常数; 分子为二能级体系、两个能级间发生单频激光发射. 结论对于流场参数变化, 分子体系为多能级和多频激光发射的情况同样适用.

## 二、谱线形因子近似

### 1. 增益和谱线形

若气体粒子处于静止时的受激辐射频率为  $\nu_0$ , 频率为  $\nu$  处的增益可表示为

$$G_T = \sigma_0 g(\nu, \nu_0) (f_2 - \alpha_1 f_1), \quad (2.1)$$

其中  $\sigma_0$  是线形中心频率  $\nu_0$  处的受激辐射截面积,  $f_2$  和  $f_1$  分别是激光上和下能级的与频率有关的粒子数密度,  $\alpha_1$  是与能级简并度有关的常数,  $g(\nu, \nu_0)$  为谱线形, 对于 Lorentz 线形(图 1), 积分归一的形式为

$$g = g_L(\nu, \nu_0) = \frac{2}{\pi \Delta \nu_N} \left\{ 1 + \left[ \frac{2(\nu - \nu_0)}{\Delta \nu_N} \right]^2 \right\}^{-1}. \quad (2.2)$$

这里  $\Delta \nu_N$  是 Lorentz 加宽线形半峰值处的全宽度.

当用宽度为  $\Delta \nu_N$  的矩形来代表真实的谱线形时, 积分归一的矩形线形(图 1)  $g_R(\nu, \nu_0)$  为

$$g = g_R(\nu, \nu_0) = \begin{cases} \frac{1}{\Delta \nu_N} & |\nu - \nu_0| \leq \frac{\Delta \nu_N}{2}, \\ 0 & |\nu - \nu_0| > \frac{\Delta \nu_N}{2}. \end{cases} \quad (2.3)$$

气体粒子处于随机运动之中, 与频率为  $\nu$  辐射发生共振交换的气体粒子, 它们在辐射方向(即  $z$  方向)的速度分量  $v_z$  满足关系  $v_z = \frac{c}{\nu} (\nu - \nu_0)$ . 当无辐射场时, 气体发射(或吸收)能级的分子速度分布为 Maxwell 分布, 因此可与频率在  $\nu$  到  $\nu + d\nu$  间隔辐射相共振的分子数目应为  $ng_G(\nu, \nu_0)d\nu$ ,  $g_G(\nu, \nu_0)$  是积分归一的 Gauss 线形(图 1)

$$g_G(\nu, \nu_0) = \frac{1}{\Delta \nu_D} \left( \frac{4 \ln 2}{\pi} \right)^{\frac{1}{2}} \exp \left[ - (4 \ln 2) \left( \frac{\nu - \nu_0}{\Delta \nu_D} \right)^2 \right]. \quad (2.4)$$

这里  $\Delta\nu_D$  是 Doppler 加宽线形半峰值处的全宽度, Gauss 线形是非均匀加宽线形.

## 2. 增益系数与谱线形因子

对于分子气体体系, 在高气压时谱线的加宽以碰撞加宽为主, 低气压时以 Doppler 加宽为主, 中等压力范围条件下两种加宽过程同时起作用. 在碰撞加宽线形(取 Lorentz 线形)上叠加以 Gauss 线形, 对分子表观频率在  $-\infty$  到  $\infty$  的范围内积分, 得到线形中心频率为  $\nu_0$  的分子气体体系对频率为  $\nu$  辐射的增益(或吸收)系数  $G$  为

$$G = \sigma\varphi(\nu, \nu_0)(n_2 - \alpha_1 n_1), \quad (2.5)$$

$$\varphi = \varphi_{L-G}(\nu, \nu_0). \quad (2.6)$$

这里  $\sigma$  是受激辐射截面积,  $n_2$  和  $n_1$  是上和下能级的粒子数密度, 设  $\alpha_1$  与分子表观频率无关,  $\varphi$  是归一的谱线形因子(无量纲), Lorentz-Gauss 谱线形因子  $\varphi_{L-G}$  为

$$\varphi_{L-G}(\nu, \nu_0) = \frac{\eta^2}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-t^2}}{(\xi - t)^2 + \eta^2} dt, \quad (2.7)$$

其中

$$\xi = \frac{2(\nu - \nu_0)}{\Delta\nu_D} (\ln 2)^{\frac{1}{2}}, \quad \eta = \frac{\Delta\nu_N}{\Delta\nu_D} (\ln 2)^{\frac{1}{2}}, \quad (2.8)$$

$$t = \frac{2(\nu' - \nu_0)}{\Delta\nu_D} (\ln 2)^{\frac{1}{2}}$$

这里  $\nu'$  是分子的表观频率,  $\xi$  和  $\eta$  分别是频移(光频相对线形中心频率的偏移)参数和加宽参数. 当频移  $\xi = 0$  时,  $\varphi_{LR}$  简化为

$$\varphi_{LR}(\nu_0, \nu_0) = \eta \sqrt{\pi} e^{\eta^2} (1 - \operatorname{erf} \eta). \quad (2.9)$$

在矩形线形上叠加以 Gauss 线形, 对分子表观频率从  $-\infty$  到  $\infty$  取积分, 得到线形中心频率为  $\nu_0$  的分子气体体系对频率为  $\nu$  辐射的增益系数的表达式仍为(2.5)式, 但这时  $\varphi = \varphi_{RE}(\nu, \nu_0)$ ,  $\varphi_{RE}$  是归一的矩形谱线形因子(无量纲)

$$\varphi_{RE}(\nu, \nu_0) = \frac{1}{2} [\operatorname{erf}(\xi + \eta) - \operatorname{erf}(\xi - \eta)]. \quad (2.10)$$

矩形谱线形因子  $\varphi_{RE}$  与 Lorentz-Gauss 谱线形因子  $\varphi_{L-G}$  的比较见图 2. 对于低压  $\eta \ll 1$  的情况,  $\varphi_{RE}$  和  $\varphi_{L-G}$  均与  $\eta$  成正比; 当  $\eta \rightarrow 0$  时,  $\varphi_{RE}$  和  $\varphi_{L-G}$  均趋向于零, 且比值  $\frac{\varphi_{RE}}{\varphi_{L-G}}$  趋向于 0.637; 对于高压  $\eta \gg 1$  的条件,

$\varphi_{RE} > \varphi_{L-G}$ , 且当  $\eta \rightarrow \infty$ ,  $\varphi_{RE}$  和  $\varphi_{L-G}$  均趋向于 1, 即趋向于均匀加宽极限, 均匀加宽的谱线形因子  $\varphi_h$  为

$$\varphi_h(\nu, \nu_0) = 1. \quad (2.11)$$

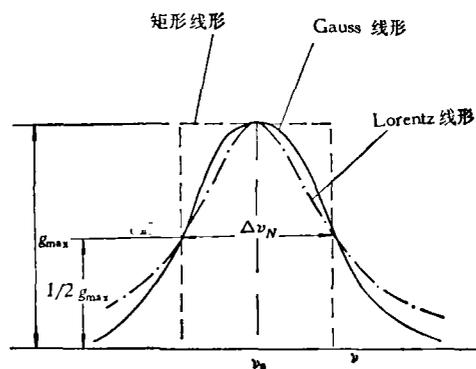


图 1

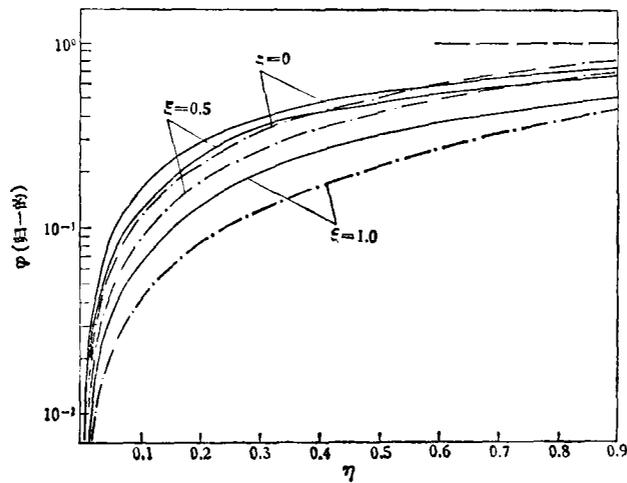


图 2

——为 Lorentz-Gauss 线形；- · - 为矩形线形；----为均匀加宽极限

### 3. 谱线形因子近似的理论计算模型

为了计算气流与化学激光的强度和功率等特性，需要联立求解包括谱线形因子的速率方程组、辐射交换以及流体力学方程组<sup>[1]</sup>。按照引言中的说明，为了清楚地说明采用不同耦合模型进行计算时将造成多大的强度和功率等特性的差异，最好先把流场、辐射场和速率过程本身尽可能地简化。这里考虑 HF 冷反应系统，采用文献[1]中介绍的简化混合模型(图 3)，氧化剂和燃料喷管流以相同的压力和速度流入光腔并进行射流混合，忽略化学反应热的影响，流场参数  $p$ ,  $T$  和  $u$  在流动方向以及垂直方向上均无变化，对于二能级体系和单频激光发射，速率方程组可写为<sup>[1]</sup>

$$\begin{aligned} \frac{dn_2}{d\zeta} &= Kn_F - n_2 - \sigma\varphi(\nu, \nu_0)(n_2 - \alpha_1 n_1) \frac{J}{h\nu k_{cd}}, \\ \frac{d(n_1 + n_2)}{d\zeta} &= -\frac{dn_F}{d\zeta} = Kn_F, \end{aligned} \quad (2.12)$$

其中  $\zeta = k_{cd}x/u$ ,  $K = k_p n_{H_2}/k_{cd}$ ,  $k_p$  和  $k_{cd}$  分别为泵浦和碰撞去活化速率,  $n_{H_2}$  和  $n_F$  分别是 H 和 F 的粒子数密度,  $(n_1 + n_2)$  是 HF 的粒子数密度,  $h\nu$  为一个光子的能量,  $J$  为辐射强度。

在射流并合  $\zeta \leq \zeta_D$  (图 3) 前的自由混合阶段, 混合层的厚度  $\delta$  为

$$\delta = A\zeta^m. \quad (2.13)$$

$A$  为半经验常数<sup>[1]</sup>, 对于湍流和层流混合,  $m$  分别等于 1 和 1/2. 在射流并合  $\zeta \geq \zeta_D$  后的混合层被限制在氧化剂和燃料射流中心线之间, 即  $0 \leq y \leq h$  的区域,  $\delta = h$ . 对于积分增益  $G$ <sup>[1]</sup>

$$G = \begin{cases} \int_0^{\delta(x)} \sigma\varphi(n_2 - \alpha_1 n_1) dy & x \leq x_D, \\ \int_0^h \sigma\varphi(n_2 - \alpha_1 n_1) dy & x \geq x_D. \end{cases} \quad (2.14)$$

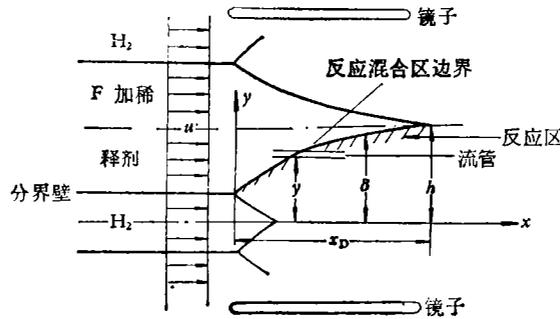


图3 流动混合简化图案(取自文献[1])

由(2.12), (2.13)和(2.14)式, 导出  $G$  满足的关系为

$$\bar{G} = \frac{\bar{G}_{on}\varphi}{1 + \varphi\bar{I}}, \quad (2.15)$$

其中  $\varphi = \varphi_{L-G}$  或  $\varphi_{RE}$  或  $\varphi_h$ ,  $\bar{G} = \frac{G}{\sigma An_F^0}$ ,  $\bar{I} = \frac{\sigma(1 + \alpha_1)J}{h\nu k_{cd}}$ ,

$$\bar{G}_{on} = \begin{cases} \left[ \frac{m}{K} (K + \alpha) e^{-K\zeta} \int_0^{K\zeta} e^{\tau} z^{m-1} d\tau - \zeta^m \right] - \frac{1}{An_F^0} \frac{d(n_2 - \alpha_1 n_1)}{d\zeta}, \\ \left[ \frac{m}{K} (K + \alpha) e^{-K\zeta} \int_0^{K\zeta_D} e^{\tau} z^{m-1} d\tau - \zeta_D^m \right] - \frac{1}{An_F^0} \frac{d(n_2 - \alpha_1 n_1)}{d\zeta}. \end{cases} \quad (2.16)$$

这里右上角标 0 表示混合开始, 即  $x = 0$  位置处的条件, 对转动量子数不大的振动-转动跃迁有  $\alpha_1 \approx 1^{[1]}$ , 激光发射  $J \approx 0$  时,  $J$  的值有限, 意味着积分增益应与镜子处的光能

耗损  $\bar{G}_c$  相等, 即  $\bar{G} = \bar{G}_c$ , 通常假定耗损随  $x$  的变化可以忽略<sup>[1]</sup>, 故当  $J \approx 0$  时,  $\bar{G} = \bar{G}_c$

和  $\frac{d(n_2 - \alpha_1 n_1)}{d\zeta} \approx 0$  同时成立。由基本解(2.15)式可知, 若取  $\bar{G}_\varphi = \bar{G}_c / \varphi(\xi, \eta)$  为新参变数, 矩形、Lorentz-Gauss 和均匀谱线形因子近似的三个关系式即可化为同一个, 无量纲强度  $\bar{I}\bar{G}_c$  为

$$\bar{I}\bar{G}_c = \bar{G}_{on} - \bar{G}_\varphi. \quad (2.15a)$$

对  $m = 1$  的湍流混合情况, 得到具体关系式为

$$\bar{I}\bar{G}_c = \begin{cases} \left[ \frac{(K+1)}{K} (1 - e^{-K\zeta}) - \zeta \right] - \bar{G}_\varphi & \zeta \leq \zeta_D, \\ \left[ \frac{K+1}{K} e^{-K\zeta} (e^{K\zeta_D} - 1) - \zeta_D \right] - \bar{G}_\varphi & \zeta \geq \zeta_D. \end{cases} \quad (2.17)$$

功率  $P = 2N h \nu \int_0^x G l dx$  的无量纲值  $\bar{P}$  为

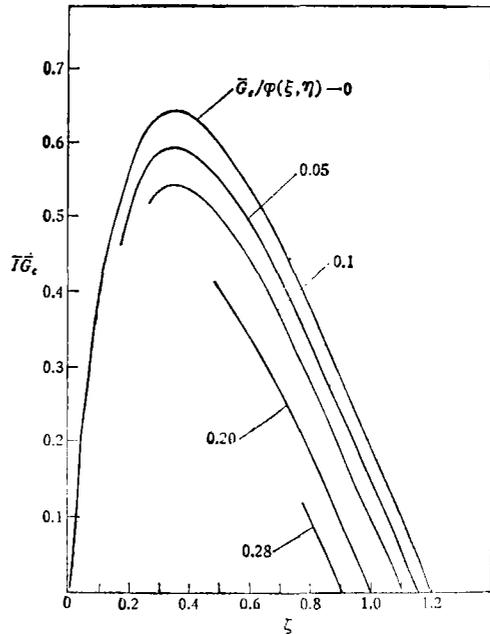


图4

$$\bar{P} = \left\{ \left[ \frac{K+1}{K} \left( \zeta + \frac{e^{-K\zeta}}{K} \right) - \frac{\zeta^2}{2} \right] - \bar{G}_\varphi \zeta \right\} \Big|_{\zeta_i}^{\zeta}, \quad \zeta_i \leq \zeta \leq \zeta_D, \quad (2.18a)$$

$$\bar{P} = \bar{P}(\zeta_D) + \frac{1+K}{K^2} (1 - e^{-K\zeta_D}) [1 - e^{-K(\zeta - \zeta_D)}] - (\zeta_D + \bar{G}_\varphi)(\zeta - \zeta_D)$$

$$\zeta \geq \zeta_D \text{ 和 } \zeta_i \leq \zeta \leq \zeta_e. \quad (2.18b)$$

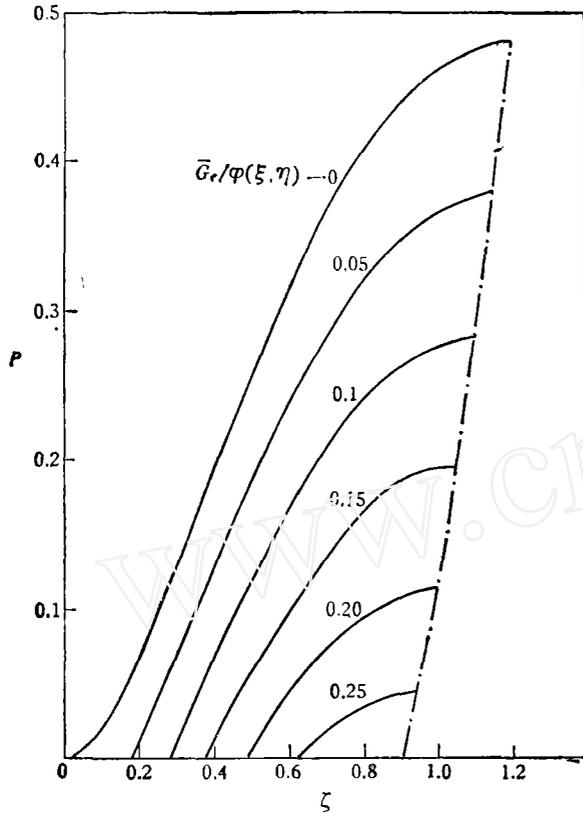


图 5

这里  $N$  是喷管列阵的氧化剂喷管数目,  $h_n$  是与流向  $x$  和光轴相垂直方向的喷管高度. (2.17) 和 (2.18) 式表明: 频移、压力和耗损存在“相似”关系; 更精确的理论<sup>[5]</sup>表明: 在非均匀加宽占优势的条件下, “相似”关系并不成立. 图 4 和图 5 分别是  $\bar{I}_{G_c}$  和功率  $\bar{P}$  随  $\zeta$  变化的关系曲线 ( $K=5$ ), 图 6 是总功率  $\bar{P}_t$  随  $\bar{G}_\varphi$  变化的关系曲线, 图 4 至图 6 给出的曲线对三个谱线形因子近似是通用的.

由于  $\bar{G}_c$  和  $\bar{G}_{on}$  均是与谱线形因子无关的量, 故根据 (2.15) 式还可导出如下关系:

$$\bar{I}_{L-G} - \bar{I}_{RE} = \frac{1}{\varphi_{RE}} - \frac{1}{\varphi_{L-G}}, \quad (2.19)$$

$$\bar{I}_h - \bar{I}_{L-G} = \frac{1}{\varphi_{L-G}} - 1, \quad (2.20)$$

其中  $\bar{I}_{L-G}$ ,  $\bar{I}_{RE}$  和  $\bar{I}_h$  分别是 Lorentz-Gauss、矩形和均匀加宽谱线形

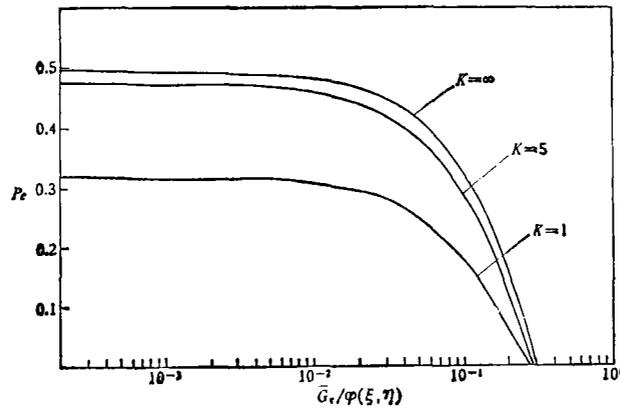


图 6

因子近似所对应的无量纲辐射强度。图 7 给出  $(\bar{I}_{L-G} - \bar{I}_{RE})$  随加宽参数  $\eta$  变化的关系曲线; 在碰撞和 Doppler 加宽同时起作用、特别是 Doppler 加宽占优势的 压力范围内,  $\bar{I}_{RE}$  恒小于  $\bar{I}_{L-G}$ , 且差  $(\bar{I}_{L-G} - \bar{I}_{RE})$  的值随  $\xi$  的增大而增大。  $(\bar{I}_h - \bar{I}_{L-G})$  随  $\eta$  和  $\xi$  变化的关系曲线的情况完全与  $(\bar{I}_{L-G} - \bar{I}_{RE})$  相似。 顺便指出: 在高压  $\eta \gg 1$  的条件下, 由于  $\varphi_{RE} > \varphi_{L-G}$ , 因此  $(\bar{I}_h - \bar{I}_{RE}) < (\bar{I}_h - \bar{I}_{L-G})$ , 就是说矩形谱线形因子近似比 Lorentz-Gauss 谱线形因子近似更快地趋向均匀加宽极限。

此外, 在(2.17)和(2.18)式中均包含激光发射的起始位置  $\zeta_i$  和终止位置  $\zeta_e$ , 由(2.15)式求得  $\zeta_i$  和  $\zeta_e$  满足如下的关系:

$$\bar{G}_e = \varphi \left[ \frac{2K}{K-1} (1 - e^{-\zeta_i}) - \frac{K+1}{K(K-1)} (1 - e^{-K\zeta_i}) - \zeta_i \right]; \quad (2.21)$$

$$\bar{G}_e = \begin{cases} \varphi \left[ \frac{K+1}{K} (1 - e^{-K\zeta_e}) - \zeta_e \right] & \zeta_e \leq \zeta_D, \\ \varphi \left[ \frac{K+1}{K} e^{-K\zeta_e} (e^{K\zeta_D} - 1) - \zeta_D \right] & \zeta_e \geq \zeta_D. \end{cases} \quad (2.22)$$

(2.21)和(2.22)式中,  $\bar{G}_e$  和  $\varphi(\xi, \eta)$  仍可结合成一个变数即  $\bar{G}_\varphi$ , 因此激光发射的起始位置  $\zeta_i$  (或终止位置  $\zeta_e$ ) 在三个谱线形因子的近似中是互不相同的。这个问题后面还要讨论。

### 三、更精确的理论

谱线形因子近似的主要缺陷是假定了发射和吸收能级中频率不同的分子对单色辐射场具有相同的贡献; 实际上当谱线的加宽以 Doppler 加宽为主时, 仅当粒子的速度使其受激发射的频率与光腔的共振频率相一致时, 这些粒子才会对该频率的辐射产生贡献, 换言之, 每一共振频率可消耗掉速度为  $+\nu_s$  (沿光轴方向) 和速度为  $-\nu_s$  的两群粒子。因而在阈值以上的所有共振频率上, 一个共振将在增益线形上“烧出”两个孔来, 当共振频率与线形中心频率一致时, “烧出”一个孔。激光的功率与对辐射有贡献的粒子总数成正比, 即与增益曲线上的“烧孔”面积成正比。谱线形因子近似显然不能考虑“烧孔”现象。适用于碰撞和非均匀加宽过程同时起作用, 能够计算“烧孔”效应的更精确的理论模型有文献[4]和

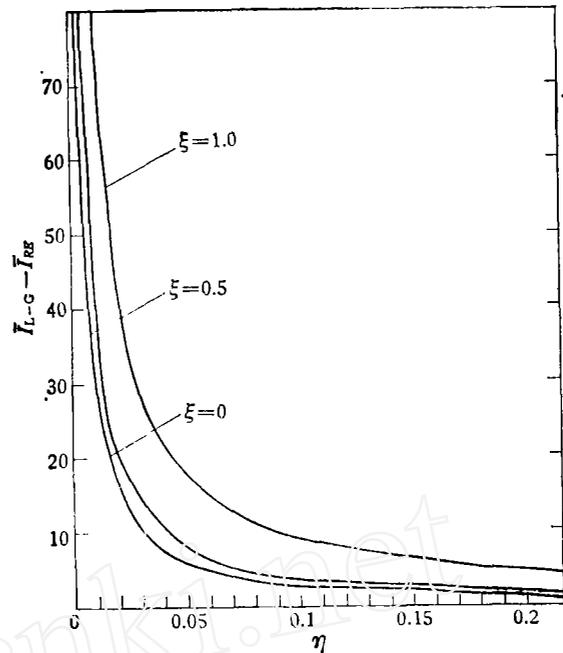


图 7

[5]的理论. 下面针对本文所考虑的情况, 简要地导出文献[5]理论的相应结果, 并把它们与上节谱线形因子近似的结果作比较.

### 1. 文献[5]理论的相应结果

文献[5]理论的要点是: 取描述能级粒子速度分布函数变化的运动论方程组为基本方程组, 引进与分子表观频率有关的增益系数  $G_T$ ; 求出  $G_T$  和能级速度分布函数的双参数摄动解, 以及增益和强度之间的关系式, 由此亦可求得流场参数(若考虑气流参数的变化). 当忽略能级粒子速度分布函数沿光轴方向的变化; 对混合流场、辐射场和分子气体体系采用上节所述的简化; 假定弹性与非弹性碰撞速率  $k_e$  和  $k_{ed}$  均与运动分子的表观频率无关, 泵浦反应的生成项为 Maxwell 分布; 采用 B-G-K 弛豫模型<sup>[6]</sup>代替玻耳兹曼弹性碰撞积分, 并类似地利用弛豫模型表示非弹性碰撞项; 流场变数  $p$ ,  $T$  和  $u$  不随时间而变化时, 运动论方程组可以写成

$$\begin{aligned} u \frac{\partial f_2}{\partial x} &= k_p n_{H_2} n_{FG}(v', v_0) - k_{ed} f_2 + k_e (\bar{f}_2 - f_2) - \sigma_{g_L}(v', v) (f_2 - f_1) \frac{J}{h\nu}, \\ u \frac{\partial f_1}{\partial x} &= k_{ed} f_2 + k_e (\bar{f}_1 - f_1) + \sigma_{g_L}(v', v) (f_2 - f_1) \frac{J}{h\nu}, \end{aligned} \quad (3.1)$$

其中  $f_i$  ( $i = 1, 2$ ) 是  $i$  能级粒子速度分布函数(即  $i$  能级粒子在频率  $\nu'$  处的数密度),  $\bar{f}_i$  为  $f_i$  的平衡 Maxwell 分布, 即  $\bar{f}_i = n_i g_G(v', v_0)$ . 文献[5]引进的与分子表观频率有关的增益系数  $G_T$  即(2.1)式, 由(3.1)式导得控制  $G_T$  的变化方程为

$$\begin{aligned} u \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{G_T}{\sigma_{g_L}} \right) &= k_p n_{H_2} n_{FG}(v', v_0) + k_e [(\bar{f}_2 - f_2) - (\bar{f}_1 - f_1)] \\ &\quad - 2k_{ed} f_2 - 2G_T \frac{J}{h\nu}. \end{aligned} \quad (3.2)$$

下面求方程组(3.1)和(3.2)的双参数摄动解, 把未知的分布函数展开成如下的双重级数:

$$f_i = \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} \left( \frac{u}{Lk_e} \right)^j \left( \frac{u}{Lk_e} \right)^k f_i^{jk}. \quad (3.3)$$

这里  $k_e$  是辐射特征速率,  $L$  是流动方向特征长度. 由(3.1)和(3.3)式求得零级关系为

$$\begin{aligned} f_2^{00} - f_1^{00} &= (\bar{f}_2^{00} - \bar{f}_1^{00}) \left( 1 + \frac{2\sigma_{g_L} J}{h\nu k_e} \right)^{-1}, \\ \bar{f}_2^{00} - f_2^{00} &= \frac{\sigma J}{h\nu k_e} g_L (f_2^{00} - f_1^{00}) \approx 0, \\ \bar{f}_1^{00} - f_1^{00} &= -\frac{\sigma J}{h\nu k_e} g_L (f_2^{00} - f_1^{00}) \approx 0, \\ G_T^{00} &= \sigma_{g_L}(v', v) (f_2^{00} - f_1^{00}), \end{aligned} \quad (3.4)$$

$f_i^{00}$  的解为 Chapman-Enskog 解<sup>[8]</sup>, 在流场变数空间梯度为零的条件下,  $f_i^{00} = 0$ ;  $G_T^{00}$  对分子表观频率积分得到的结果正是 Lorentz-Gauss 谱线形因子. 我们发展比  $G_T^{00}$  更精确的  $G_T$  的半阶解  $G_T^0$ , 为此利用如下的关系式<sup>[5-7]</sup>, 当  $J \approx 0$ ,

$$\frac{1}{L_2} \int_0^{L_2} \int_{-\infty}^{\infty} G_T d\nu' dy = -\frac{1}{2} \ln R_1 R_2. \quad (3.5)$$

这里  $y$  是光轴方向,  $L_2$  为镜子之间的距离,  $R_1$  和  $R_2$  是两面镜子的反射率. 通常认为镜面处的耗损与  $x$  无关<sup>[4]</sup>, 因而  $R_1$  和  $R_2$  均与  $x$  无关; 进一步考虑到分子热速度因而表观频率与空间坐标无关,  $G_T$  应与坐标  $x$  无关, 故有  $\frac{\partial G_T}{\partial x} \approx 0$ , 于是由(3.2)式求得  $G_T$  的半阶解  $G_T^0$ , 以及与半阶解  $G_T^0$  相应的积分增益  $G'_T = \int_0^{\delta(x)} G_T^0 dy$  ( $x \leq x_D$ );  $\int_0^h G_T^0 dy$  ( $x \geq x_D$ ) 为

$$G'_T = \frac{G_{on}(\zeta) g_G(\nu', \nu_0)}{1 + \left[ \frac{2(\nu - \nu')}{\Delta\nu_N} \right]^2 + \bar{I}}, \quad (3.6)$$

把(3.6)式对分子表观频率积分得到

$$\bar{G} = \int_{-\infty}^{\infty} G'_T d\nu' = \frac{\bar{G}_{on}(\zeta) \varphi(\xi, \eta, \bar{I})}{1 + \bar{I}(\zeta)}, \quad (3.7)$$

其中

$$\varphi(\xi, \eta, \bar{I}) = \frac{\eta^2(1 + \bar{I})}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-t^2}}{\eta^2(1 + \bar{I}) + (\xi - t)^2} dt. \quad (3.8)$$

$\bar{G}_{on}(\zeta)$  和  $\bar{I}$  的具体表达式见(2.15)和(2.16)式. 显然  $\varphi(\xi, \eta, 0) = \varphi_{L-G}$ , 见(2.7)式. (3.7)式是文献[5]理论应用于本文算例时得到的基本关系式, (3.7)式与谱线形因子近似的基本关系式(2.15)式是相对应的. 同样地, 在(3.7)式中当  $\bar{I} \approx 0$  时,  $\bar{G} = \bar{G}_c$  和  $\frac{d(n_2 - \alpha_1 n_1)}{d\zeta} \approx 0$  同时成立. 此外, (3.6)式给出了  $\zeta$  位置处、频率为  $\nu$  处的增益, 表观频率  $\nu' = \nu$  位置具有最大增益  $G'_{T, \max} = G_{on}(\zeta) g_G(\nu, \nu_0) (1 + \bar{I})^{-1}$ , 增益为峰值之半即  $\frac{1}{2} G'_{T, \max}$  处的表观频率  $\nu'$  可由(3.6)式求出, 增益线形半峰值处的全宽度为  $\Delta\nu_N (1 + \bar{I})^{\frac{1}{2}}$ .

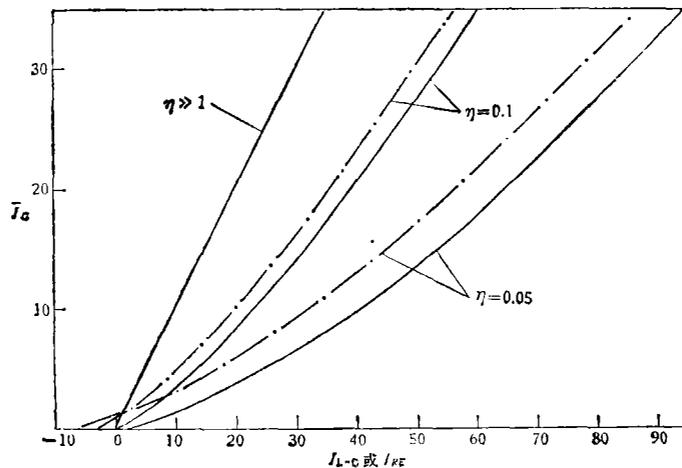


图8 ——为  $\bar{I}_G \sim \bar{I}_{L-G}$ ; ---为  $\bar{I}_G \sim \bar{I}_{RE}$ ;  $\xi = 0$

即随辐射强度的增加“烧孔”宽度也增加。根据(3.7)式容易看出,对 Doppler 加宽,增益系数按  $(1 + \bar{I})^{-\frac{1}{2}}$  方式饱和;对均匀加宽,增益系数按  $(1 + \bar{I})^{-1}$  方式饱和。关系式(3.6)和(3.7)定性地适用于多能级情况<sup>[6,7]</sup>。

## 2. 文献[5]理论与诸谱线形因子近似的比较

(1) 把关系式(2.15)和(3.7)作比较,消去公因子  $\bar{G}/\bar{G}_{00}$ , 求得

$$\frac{\varphi_{L-G}}{1 + \varphi_{L-G}\bar{I}_{L-G}} = \frac{\varphi_{RE}}{1 + \varphi_{RE}\bar{I}_{RE}} = \frac{1}{1 + \bar{I}_h} = \frac{\varphi(\xi, \eta, \bar{I}_G)}{1 + \bar{I}_G}. \quad (3.9)$$

这里  $\bar{I}$  的足标 L-G, RE, h 和 G 分别指 Lorentz-Gauss、矩形和均匀加宽谱线形因子以及文献[5]的理论;类似地,下面在功率、激光发射的起始和终止位置的书写中都将使用这样的足标。在高气压  $\eta \gg 1$  的条件下,  $\varphi(\xi, \eta, \bar{I}_G) \approx \varphi_{L-G} \approx \varphi_{RE} \approx 1$ , 故矩形、Lorentz-Gauss 谱线形因子近似以及文献[5]理论三者相一致,且随气压因此随  $\eta$  的增加三者均趋向于均匀加宽谱线形因子近似的结果。

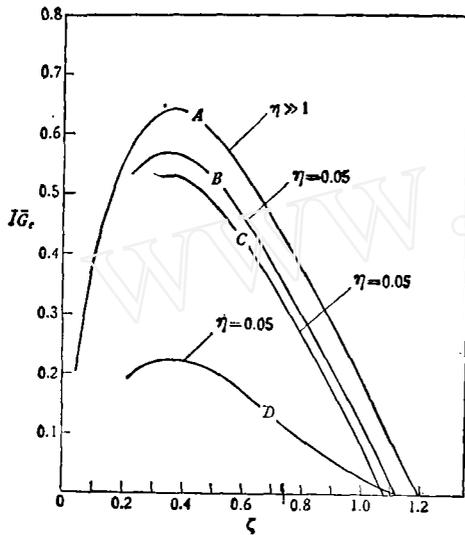


图 9

$\xi = 0.5$ ;  $K = 5.0$ ;  $\bar{G}_c = 5 \times 10^{-3}$ ;  $\xi_0 < \xi_D$ ; A 为均匀加宽谱线形因子; B 为 L-G 谱线形因子; C 为矩形谱线形因子; D 为文献[5]理论

对于中等压力即碰撞和 Doppler 加宽过程同时起作用,特别是低压 Doppler 加宽占优势的情况,  $\bar{I}_{L-G}$ ,  $\bar{I}_{RE}$  和  $\bar{I}_G$  三者彼此相差较大,矩形和 Lorentz-Gauss 谱线形因子近似都不能正确计算非均匀加宽效应的影响,在辐射强度因而在功率的计算中均会引起较大的偏差,偏差大小的具体数值例子见图 8—10。图 8 是  $\bar{I}_G$  与  $\bar{I}_{L-G}$  以及  $\bar{I}_G$  与  $\bar{I}_{RE}$  的关系曲线,如对  $\bar{I}_G = 3$ ,  $\xi = 0.5$ ,  $\eta = 0.05$  时  $\bar{I}_{L-G} \approx 16$ ,  $\bar{I}_{RE} \approx 9$ ; 而  $\eta = 0.1$  时,  $\bar{I}_{L-G} \approx 9$ ,  $\bar{I}_{RE} \approx 5.5$ ;  $\eta \gg 1$ ,  $\bar{I}_G = \bar{I}_{L-G} = \bar{I}_{RE}$ 。图 9 是  $\bar{G}_c \bar{I}_G$ ,  $\bar{G}_c \bar{I}_{RE}$ ,  $\bar{G}_c \bar{I}_{L-G}$  和  $\bar{G}_c \bar{I}_h$  随  $\xi$  变化的关系曲线。图 10 给出四个理论算出的功率  $\bar{P}_e$  随  $\bar{G}_c$  变化的关系曲线,  $\bar{G}_c = 0.01$ ,  $\bar{P}_G : \bar{P}_{RE} : \bar{P}_{L-G} : \bar{P}_h \approx 1 : 1.7 : 4.4 : 10$ ;  $\bar{G}_c = 0.001$ ,  $\bar{P}_G : \bar{P}_{RE} : \bar{P}_{L-G} : \bar{P}_h \approx 1 : 1.4 : 1.5 : 1.6$ ;  $\bar{G}_c \rightarrow 0$

时四个理论算出的功率趋向于同一极限值。

对于高强度发射,即使气压不很高,而当  $\varphi_{RE}\bar{I}_{RE} \gg 1$  (因而  $\varphi_{L-G}\bar{I}_{L-G} \gg 1$ ),  $\eta(1 + \bar{I}_G)^{\frac{1}{2}} \gg |\xi - 1|$  的条件成立时,由(3.9)式推出  $\bar{I}_{L-G} \approx \bar{I}_{RE} \approx \bar{I}_G \approx \bar{I}_h$ , 即有  $\bar{P}_{L-G} \approx \bar{P}_{RE} \approx \bar{P}_G \approx \bar{P}_h$ 。不过应当指出:对于这种高强度发射,需要进一步考虑交叉弛豫(即弹性碰撞弛豫)速率为有限值,以及转动弛豫速率为有限值的影响。

(2) 对于弱强度  $\bar{I} \ll 1$  的发射,在 Doppler 加宽占优势,即  $\eta \ll 1$  以及频移  $\xi = 0$  的条件下,从(2.15)和(3.7)式出发可导出

$$\bar{I}_G \approx 2\eta \sqrt{\pi} \bar{I}_{L-G}. \quad (3.10)$$

这一简单的关系说明:与更精确的理论<sup>[5]</sup>相比, Lorentz-Gauss 谱线形因子近似引起的偏

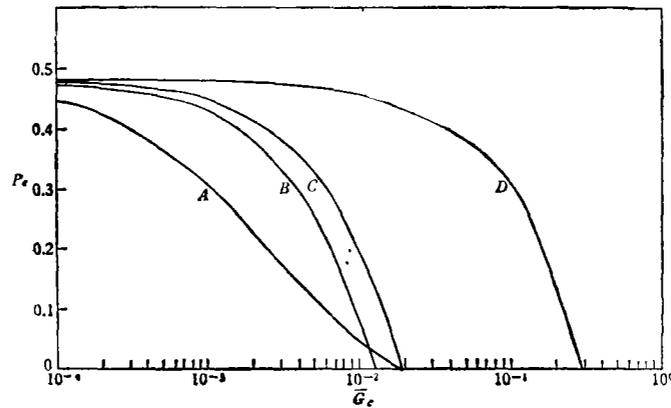


图 10

$K = 5$ ; 曲线 A, B 和 C:  $\eta = 0.05$ ,  $\xi = 0.5$ ; 曲线 D:  $\eta \gg 1$ ; A 为文献[5]理论; B 为矩形谱线形因子; C 为 L-G 谱线形因子; D 为均匀谱线形因子

差,随气压减低而单调增大。

(3) 此外,激光发射在气流方向即  $x$  方向的起始位置  $\zeta_i$  和发射终止位置  $\zeta_e$ , 在四个理论中它们满足如下关系:

$$\zeta_{i,RE} > \zeta_{i,L-G} = \zeta_{i,G} > \zeta_{i,h} \quad (3.11)$$

$$\zeta_{e,RE} < \zeta_{e,L-G} = \zeta_{e,G} < \zeta_{e,h} \quad (3.12)$$

#### 四、结 束 语

对于碰撞与 Doppler 加宽同时起作用,特别是 Doppler 加宽占优势的情况,诸谱线形因子近似以及文献[5]理论算出的气流与化学激光的性能存在相当的差异;矩形谱线形因子近似与常用的 Lorentz-Gauss 谱线形因子近似相比,从计算精确度和节省计算时间两方面来看矩形近似都是可取的;考虑到对于偏离线形中心的线形两翼, Lorentz 线形并不精确,碰撞线形的进一步精确化,以及交叉(平动)弛豫和转动弛豫的影响都值得进一步考虑。

#### 参 考 文 献

- [1] R. W. F. Gross, J. F. Bott, "Handbook of Chemical Lasers", Wiley, New York, (1976).
- [2] B. H. Armstrong, *J. Quant. Spectro. & Radi. Trans.*, 7(1) (1967), 61.
- [3] W. E. Lamb, Jr., *Phys. Rev. A*, 134(1964), 1429.
- [4] H. Mirels, *J. AIAA*, 17(5) (1979), 478.
- [5] 高智, "辐射非平衡流的运动论研究及对气流激光的应用", 第二届全国流体力学会议资料, 1979年5月, 无锡: Gao Zhi, "A Kinetic Approach to Nonequilibrium Flow with Application to Gas Flow Lasers" (In: Proceedings of First Asian Congress of Fluid Mechanics, Dec. (1980), India).
- [6] Gao Zhi, Zhao Lie, E Xue-quan, "Generalized Kinetic Model of CW Flow Chemical Lasers" (to be Published in Proceedings of International Laser Congress, May, (1980) Shanghai-Peking, China).
- [7] 高智、鄂学全, 中国科学, 1981, 11.

- [8] W. G. Vincenti, C. H. Kruger, Jr., "Introduction to Physical Gas Dynamics". Wiley, New York, (1965).

## COLLISIONAL AND INHOMOGENEOUS BROADENING EFFECTS IN GAS-FLOW AND CHEMICAL LASERS—THE THEORETICAL MODELS

GAO ZHI

(*Institute of Mechanics, Academia Sinica*)

### ABSTRACT

The analytical models which are used to predict the performance of gas-flow and chemical lasers are enumerated and compared. These analytical models include the currently accepted theory of Lorentz-Gauss line shape factor, the present theory of rectangular line shape factor and the theory presented in ref. [5]. For the idealized configuration of the mixing layer of diffusion chemical lasers<sup>(1)</sup>, the specific results corresponding to the theories mentioned above are developed in brief. Analysis shows that for the general case in which the transition is simultaneously inhomogeneous broadened and collisionally broadened, particularly for the case in which the inhomogeneous broadening is dominant, the difference among the results of the two theories of line shape factor and the theory of article [5] are quite significant. The results of the theory of rectangular line shape factor are more precise than those of Lorentz-Gauss line shape factor. And the computing-time required by the theory of rectangular line shape factor is less than that of Lorentz-Gauss line shape factor.