

高超声速点泉流场中的气动力¹⁾

凌国灿

(中国科学院力学研究所)

高超声速点泉流场是一种典型的非均匀来流流场。很多高速高焓地面实验设备,如具有锥型喷管的激波管风洞、炮风洞、电弧风洞等,其流场均具有高超声速球型膨胀的点泉流动特征。某些外部绕流也是如此。我们要用简便而正确的解析方法确定这种非均匀来流中物体的气动力,分析非均匀来流对压力分布及各种气动特性的影响。已有的一些工作^[1-7]还未给出满意的解析结果。本文利用高超声速点泉流场特点及位函数的简单形式,用牛顿理论经过积分运算得到各种气动系数,在小攻角下给出了一些很有意义的解析结果。由于实际需要,本文侧重分析来流非均匀性的影响,计算结果与实验相比符合很好。

1. 高超声速点泉流场 在高超声速情况下,当 $M \gg 1$, $M^2(\gamma - 1)/2 \gg 1$ 时,可由基本方程组积分得出理想、定常点泉流动中各物理量的下列关系:

$$V = \text{常数}, \quad p = p_0(r/r_0)^{-2\gamma}, \quad \rho = \rho_0(r/r_0)^{-2}, \quad M = M_0(r/r_0)^{\gamma-1} \quad (1)$$

式中 r 为点泉源点到空间任一点的距离,下标零是流场中某个参考值。注意到上述流场有速度近似不变的特点,它对应的位函数应只随 r 变化,可写为 $\Phi = rV + C$ 。利用这个位函数会给以后问题的分析带来方便。若点泉位于直角坐标系 $oxyz$ 的对称面 xoz 上,坐标为 $(\xi, 0, \zeta)$, 则速度位及速度分量应是

$$\left. \begin{aligned} \Phi &= V\sqrt{(x+\xi)^2 + y^2 + (z+\zeta)^2} + C \\ V_x &= (x + L_0 \cos \alpha)VL^{-1}, \quad V_y = yVL^{-1}, \quad V_z = (z + L_0 \sin \alpha)VL^{-1} \\ L &= \sqrt{(x + L_0 \cos \alpha)^2 + y^2 + (z + L_0 \sin \alpha)^2} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

其中 L_0 为点泉源点到坐标原点间的距离, α 是 L_0 与 x 轴的夹角

2. 压力分布 若处于上述流场中的旋成体为 $r_b = f(x)$, 物面内法线上单位向量是 $\mathbf{n}_b = \sin \delta \mathbf{i} - \cos \delta \cos \beta \mathbf{j} - \cos \delta \sin \beta \mathbf{k}$, $\delta = \text{tg}^{-1}(dr_b/dx)$ 。定义源点和物体顶点的连线与 ox 轴间的夹角 α 为非均匀来流的攻角。用高超声速牛顿撞击理论给出物体迎风面上任意点处的压力系数, $C_{ps} = \rho_b(\mathbf{V}_b \cdot \mathbf{n}_b)^2/q_0$, 下标 b 为物面上任意点处的当地来流参数,即为式(1), (2)所给,而 x, y, z 满足物形方程。 $q_0 = \rho_0 V^2/2$ 是物体顶点处的来流动压。若选点泉源点到物体顶点间的距离 L_0 为流动特征长度并作为无量纲标准值,则物体迎风面上任意点处的压力系数是

$$C_{ps} = \frac{2[(\bar{x} + \cos \alpha)\bar{r}' - \bar{r}' - \sin \alpha \sin \beta]^2}{(1 + \bar{r}'^2)[1 + \bar{x}^2 + 2\bar{x} \cos \alpha + \bar{r}'^2 + 2\bar{r}' \sin \alpha \sin \beta]^2} \quad (3)$$

本文于1978年12月18日收到。

1) 本文曾在1978年11月4-12日中国力学学会首届全国激波管学术会议上宣读。

显然,当点泉离物体无穷远时上式简化为均匀流中熟知的牛顿压力公式。

对于圆锥体, $\bar{f} = \bar{x} \operatorname{tg} \delta$, 圆锥面上的压力分布为

$$\left. \begin{aligned} C_{ps} &= C_{pU} \bar{L}^{-4}, & C_{pU} &= 2[\cos \alpha \sin \delta - \sin \alpha \cos \delta \sin \beta]^2 \\ \bar{L} &= [1 + \bar{x}^2 + 2\bar{x} \cos \alpha + \bar{x}^2 \operatorname{tg}^2 \delta + 2\bar{x} \operatorname{tg} \delta \sin \alpha \sin \beta]^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

下标 U 表示均匀来流中的值, 因此点泉流场中锥面上的压力系数与相应均匀流场中的压力系数有简单的转换关系, 前者可用均匀流中的值与 \bar{L} 的函数来表示, \bar{L} 是源点到锥面的无量纲距离。压力系数沿锥面下降, 已失去锥型流特点, 源点离物体愈近影响愈大。

对于曲率半径为 R 的球缺体, $\bar{f} = \bar{R}^2 - (\bar{R} - \bar{x})^2$, 在零攻角时迎风面上的压力系数是

$$C_{ps} = \frac{2[\bar{R}(\sin \theta - 1) + \sin \theta]^2}{[1 + 2\bar{R}(1 - \sin \theta) + 2\bar{R}^2(1 - \sin \theta)]^2} \quad (5)$$

θ 为圆周角如图 2 所示, 驻点处 $\theta = \pi/2$ 。气流碰撞区为 $\sin^{-1}[\bar{R}/(1 + \bar{R})] \leq \theta \leq \pi/2$ 。

图 1, 2 给出圆锥及球缺体表面压力分布相对值 $(C_{pU} - C_{ps})/C_{pU}$ 及 $C_{ps}/C_{ps}(\theta=\pi/2)$ 的计算结果。

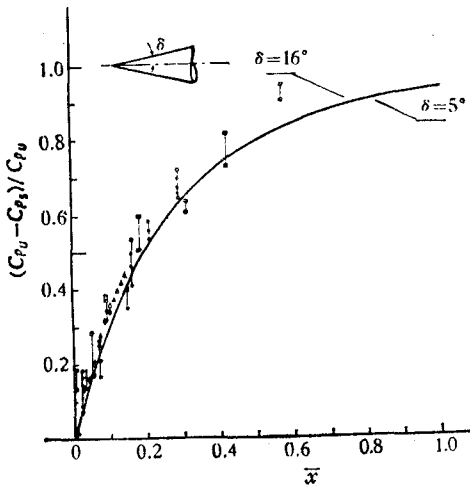


图 1 尖锥表面压力分布 ($\alpha = 0^\circ$)

- 本文公式(4)计算值
- ▲ $M = 10.31$ $\delta = 16^\circ$ 炮风洞实验^[9]
- $M = 9.5$ $\delta = 15^\circ$ 激波风洞实验(大锥)^[8]
- $M = 9.5$ $\delta = 15^\circ$ 激波风洞实验(小锥)^[8]
- ◆ $M = 8.7$ $\delta = 10^\circ$ 激波风洞实验
- $M = 7.5$ $\delta = 15^\circ$ 激波风洞实验(大锥)^[8]
- $M = 7.5$ $\delta = 15^\circ$ 激波风洞实验(小锥)^[8]

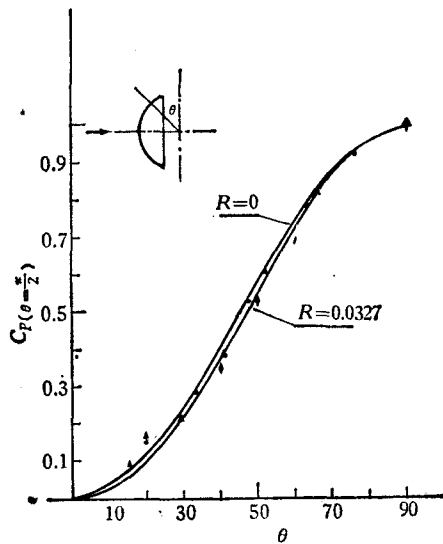


图 2 球缺体压力分布 ($\alpha = 0^\circ$)

- 本文公式(5)计算值
- $\bar{R} = 0.009$ $M = 15.9$ 球柱实验^[9]
- ◆ $\bar{R} = 0.0327$ $M = 8.6$ 球锥端头
- ▲ $\bar{R} = 0.0302$ $M = 10.31$ 球锥端头^[9]

3. 典型物体的气动系数

利用已得的压力系数公式(3)可以直接计算旋成体在任意攻角下的法向力系数、轴向力系数、俯仰力矩系数及压力中心系数, 即

$$\left. \begin{aligned} C_{Ns} &= -\frac{2}{\pi \bar{r}_B^2} \int_0^{\bar{x}_v} \int_0^{\beta_v} C_{ps} \bar{f} \sin \beta d\beta d\bar{x}, & C_{Ts} &= \frac{2}{\pi \bar{r}_B^2} \int_0^{\bar{x}_v} \int_0^{\beta_v} C_{ps} \bar{f} \bar{f}' d\beta d\bar{x} \\ C_{ms} &= -\frac{2}{\pi \bar{r}_B^2 \bar{l}} \int_0^{\bar{x}_v} \int_0^{\beta_v} C_{ps} \bar{f} (\bar{x} + \bar{f} \bar{f}') \sin \beta d\beta d\bar{x}, & \bar{x}_{C_{ps}} &= C_{Ms} / C_{Ns} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

其中 $\bar{x}_{c_p} = x_{c_p}/l$, l 及 r_B 各为物体全长及底部半径, 积分上限 \bar{x}_v, β_v 应为迎风面与背风面的分界线, 由物面上压力为零的条件确定. 对于圆锥体, 当 $\alpha \leq \delta, \beta_v = \pi/2, \bar{x}_v = \bar{l}$; $\alpha > \delta, \beta_v = \sin^{-1}(\text{tg } \delta / \text{tg } \alpha), \bar{x}_v = \bar{l}$. 对于球缺体 $\beta_v = \sin^{-1}\{[\bar{R} \cos \alpha - (\bar{R} + \cos \alpha)\bar{x}][\bar{R}^2 - (\bar{R} - \bar{x})^2]^{-1/2}(\sin \alpha)^{-1}\}$, 在小攻角并当 $\bar{x}/\bar{R} \leq (1 + \bar{R})^{-1}$ 时 $\beta_v = \pi/2$.

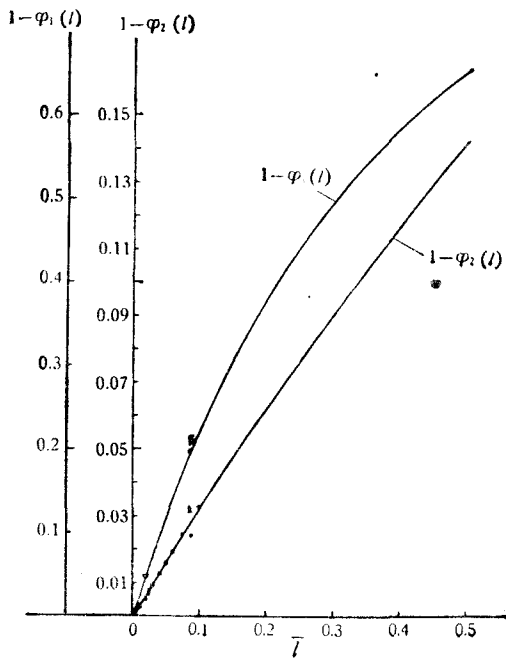
在小攻角情况、可忽略 α 高阶小量, 并注意到在点泉离锥体较远时源点到锥面上任一点的距离与它在 x 轴上的投影近似相等. 经过积分运算得到的气动系数有简单的解析表达式, 而公式中点泉位置仍有足够大的变动范围. 对于尖锐, 当 $\alpha \leq \delta$ 时在点泉流场中的各种气动系数与它在均匀流场中的相应系数有相关关系, 点泉流场中的法向力系数、轴向力系数、静导数 $C_{N\alpha}$ 、压力中心系数、侧仰力矩系数等都可用相应的均匀流场中的对应值与相关函数 $\varphi_i(\bar{l})$ 的乘积来表示:

$$\left. \begin{aligned} C_{N_s} &= C_{NUs} \varphi_1(\bar{l}), & C_{T_s} &= C_{TUs} \varphi_1(\bar{l}), & C_{N\alpha_s} &= C_{N\alpha Us} \varphi_1(\bar{l}) \\ \bar{x}_{c_{ps}} &= \bar{x}_{c_{pUs}} \varphi_2(\bar{l}), & C_{m_s} &= C_{mUs} \varphi_1(\bar{l}) \varphi_2(\bar{l}) \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

$$\left. \begin{aligned} C_{NU} &= 2\alpha \cos^2 \delta, & C_{TU} &= (\alpha^2 + 2\text{tg}^2 \delta) \cos^2 \delta, & C_{N\alpha U} &= 2\cos^2 \delta \\ \bar{x}_{c_{pU}} &= 2/3 \sec^2 \delta, & C_{mU} &= 4/3 \alpha \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

$$\varphi_1(\bar{l}) = (3 + \bar{l})/3(1 + \bar{l})^3, \quad \varphi_2(\bar{l}) = (1 + 1/3 \bar{l})^{-1} \quad (9)$$

相关函数 $\varphi_1(\bar{l}), \varphi_2(\bar{l})$ 只依赖于无量纲特征量 \bar{l} , 它表示绕流物体在点泉流场中的相对位置. 图 3 给出 $1 - \varphi_i(\bar{l})$ 随 \bar{l} 变化的部分曲线, 可用它直接确定不同点泉位置情况下各种气动系数因来流非均匀引起的相对变化量.



符号	内 容	γ	δ°	α°	M	文献
●	压力中心实验	0	7	小	16	[5]
◆	压力中心实验	0	6	小	20	[5]
■	压力中心实验	0	10	7.5, 10	8.2	
○	压心修正计算	0	小	小		[5]
△	压心修正计算		16	2-15		[7]
◐	法向力系数实验	0	7	5	16	[5]
□	轴向力系数修正计算	0.006	16	2-15		[7]
▽	法向力系数修正计算	0.006	16	2-15		[7]

图 3 $1 - \varphi_i(\bar{l})$ 曲线

对于球缺体, 当 $\bar{l}_n \leq (1 + \bar{R})^{-1}$ 时经过较繁复的积分运算得到

$$\left. \begin{aligned}
 C_{Ns} &= \frac{\alpha}{4\bar{R}^4(1+\bar{R})^3(2-\bar{l}_n)\bar{l}_n} \left\{ R_1 + R_2\bar{l}_n + R_3 \ln[1+2\bar{R}(1+\bar{R})\bar{l}_n] \right. \\
 &\quad \left. + \frac{R_4}{1+2\bar{R}(1+\bar{R})\bar{l}_n} + \frac{R_5}{[1+2\bar{R}(1+\bar{R})\bar{l}_n]^2} \right\} \\
 C_{Ts} &= \frac{1}{4\bar{R}^4(1+\bar{R})^3(2-\bar{l}_n)\bar{l}_n} \left\{ S_1 + S_2\bar{l}_n + S_3\bar{l}_n^2 + S_4 \ln[1+2\bar{R}(1+\bar{R})\bar{l}_n] \right. \\
 &\quad \left. + \frac{S_5}{1+2\bar{R}(1+\bar{R})\bar{l}_n} \right\} \\
 C_{ms} &= C_{Ns}/\bar{l}_n
 \end{aligned} \right\} (10)$$

其中

$$\left. \begin{aligned}
 R_1 &= 2.5 + 14\bar{R} + 28\bar{R}^2 + 24\bar{R}^3 + 8\bar{R}^4, & R_2 &= 2\bar{R}(1+3\bar{R}+2\bar{R}^2) \\
 R_3 &= -(3+12\bar{R}+16\bar{R}^2+8\bar{R}^3), & R_4 &= -(3+18\bar{R}+40\bar{R}^2+40\bar{R}^3+16\bar{R}^4) \\
 R_5 &= 0.5 + 4\bar{R} + 12\bar{R}^2 + 16\bar{R}^3 + 8\bar{R}^4 \\
 S_1 &= 1+7\bar{R}+20\bar{R}^2+30\bar{R}^3+24\bar{R}^4+8\bar{R}^5, & S_2 &= 4\bar{R}+20\bar{R}^2+32\bar{R}^3+20\bar{R}^4+4\bar{R}^5 \\
 S_3 &= -(2\bar{R}^2+6\bar{R}^3+6\bar{R}^4+2\bar{R}^5), & S_4 &= -(3+15\bar{R}+28\bar{R}^2+24\bar{R}^3+8\bar{R}^4) \\
 S_5 &= -(1+7\bar{R}+20\bar{R}^2+30\bar{R}^3+24\bar{R}^4+8\bar{R}^5) \\
 \bar{R} &= R/L_0, & \bar{l}_n &= l_n/R
 \end{aligned} \right\} (11)$$

l_n 为球缺体在 x 轴方向上的厚度。当 $\bar{R} \rightarrow 0$ 时上述极限是均匀流中的牛顿公式。图 4 给出球缺体法向力系数的导数和轴向力系数随源点位置变化的部分曲线。

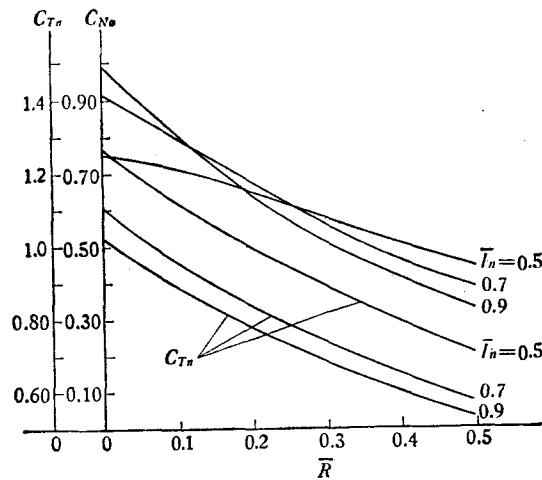


图 4 球缺体的 C_{Nn} 及 C_{Tn}

对于钝度为 η 的细长球锥组合体, 在 $\alpha \leq \delta$ 及 $\sin \delta \sim \delta, \cos \delta \sim 1$ 时有

$$\left. \begin{aligned}
 C_{Ncoms} &= C_{Nns}\eta^2 + C_{NBs}, & C_{Tcoms} &= C_{Tns}\eta^2 + C_{TBs}, & C_{Nacoms} &= C_{Nns}\eta^2 + C_{NaBs} \\
 \bar{x}_{Cp,coms} &= \left[C_{mns} \frac{\eta^3 \delta (1-\delta)}{1-\eta(1-\delta)} + C_{mBs} \right] / C_{Ncoms}
 \end{aligned} \right\} (12)$$

而

$$\begin{aligned}
 C_{NBs} &= \frac{2}{3} \alpha K_1(\eta, \bar{R}_B/\delta) Q^2(\eta, \bar{R}_B, \delta) \\
 C_{TBs} &= \frac{1}{3} (\alpha^2 + 2\delta^2) K_1(\eta, \bar{R}_B/\delta) Q^2(\eta, \bar{R}_B, \delta) \\
 C_{mBs} &= C_{NBs} \bar{x}_{CpBs} \\
 \bar{x}_{CpBs} &= \frac{2}{3} \frac{K_2(\eta, \bar{R}_B/\delta)}{K_1(\eta, \bar{R}_B/\delta)} \frac{1}{1 - \eta(1 - \delta)} - \frac{\eta(1 - \delta)}{1 - \eta(1 - \delta)} \\
 K_1(\eta, \bar{R}_B/\delta) &= \frac{(3 + \bar{R}_B/\delta)}{(1 + \bar{R}_B/\delta)^3} \left[1 - \frac{\eta^2(3 + \eta\bar{R}_B/\delta)(1 + \bar{R}_B/\delta)^3}{(3 + \bar{R}_B/\delta)(1 + \eta\bar{R}_B/\delta)^3} \right] \\
 K_2(\eta, \bar{R}_B/\delta) &= 3 \left[\frac{1}{(1 + \bar{R}_B/\delta)^3} - \left(\frac{\eta}{1 + \eta\bar{R}_B/\delta} \right)^3 \right] \\
 Q(\eta, \bar{R}_B, \delta) &= \left[1 - \eta\bar{R}_B \left(\frac{1 - \delta + \delta^2}{\delta} \right) \right]^{-1}, \quad \bar{R}_B = \bar{R}_n/\eta
 \end{aligned} \tag{13}$$

上述结果同样说明：在小攻角下点泉流场中细长球锥的气动系数在物形一定后只依赖于一个无量纲参数 \bar{R}_n (或 \bar{R}_B)，它表征物体在点泉流场中的相对位置。

4. 结果比较 图 1—3 及图 5—6 给出了本文计算结果与实验值的比较，脉冲式风洞目前的测力准确度要比常规风洞低一个量级，约为 5—10%，有的达 17% 左右。因缺乏单独球缺体的实验数据，图 2 引用的是球锥端头和球柱体的结果，比较时应注意取靠近驻点和前缘的数据。均匀流中尖锥的压力分布用文献[10]的精确解。用本文方法计算高超声速点泉来流引起的压力分布及各种气动系数的相对变化量与实验结果相比符合很好。球锥组合体的气动系数的计算结果与实验相比也较符合。与文献[5, 7]给出的修正量

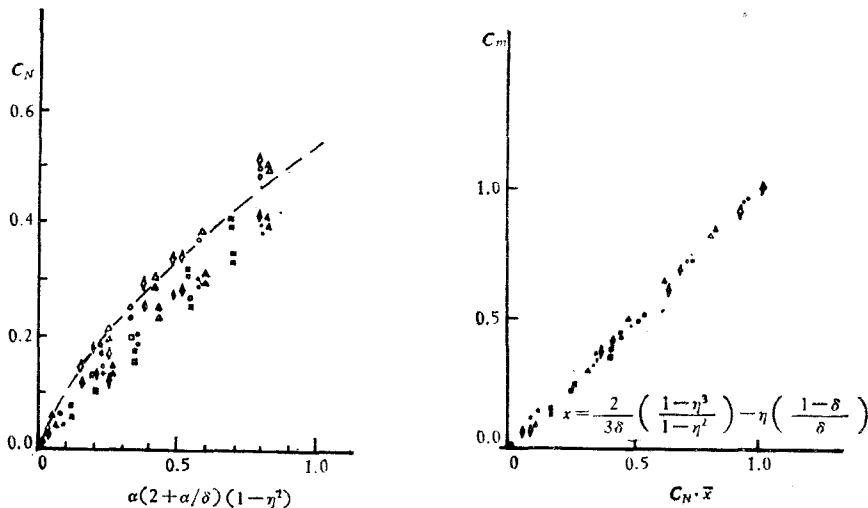


图 5 球锥法向力系数及俯仰力矩系数

- ◆ 本文公式(12),(13)计算值
 - 炮风洞实验值^[7]
 - ▲ 炮风洞实验值^[7]
 - 炮风洞实验值^[7]
 - ◇ 本文修正到均匀流值
 - [7]修正到均匀流值
 - △ [7]修正到均匀流值
 - [7]修正到均匀流值
 - 均匀流实验值^[12]
- $\delta = 12.5^\circ \quad \eta = 0-0.5 \quad \alpha = 2-15^\circ$
 $\delta = 16^\circ \quad \eta = 0-0.5 \quad \alpha = 0-16^\circ$
 $\delta = 20^\circ \quad \eta = 0-0.5 \quad \alpha = 0-17^\circ$

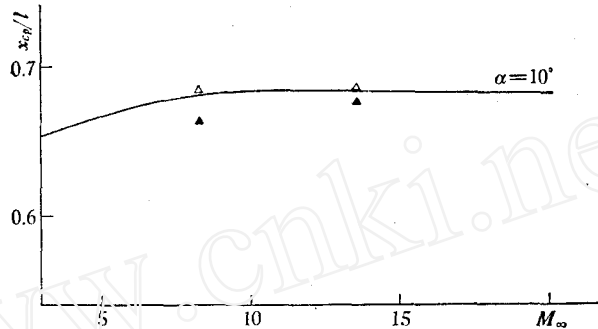


图 6 球锥压力中心

- ▲ 激波风洞实验值 $\eta = 0.15$ $\alpha = 10^\circ$ $M = 8.2, 13.5$
 △ 本文修正后的均匀流中的压力中心 $\eta = 0.15$ $\alpha = 10^\circ$ $M = 8.2, 13.5$
 — 均匀来流理论计算值 $\eta = 0.15$, $\alpha = 10^\circ$

也是一致的。与均匀来流的情况相比,泉流的影响使球锥的压心前移,法向力系数和轴向力系数减小。对于小攻角细长尖锥来说,压心前移量为 $1 - \varphi_2(\bar{l})$, 当 $\bar{l} > 0.03$ 时前移量为 1% 以上; 法向力和轴向力系数的相对变化量均为 $1 - \varphi_1(\bar{l})$, 当 $\bar{l} > 0.04$ 时为 10% 以上。在高超声速均匀来流问题中只要激波十分贴近物面, 牛顿理论就能很有效地给出物面压力分布和气动系数^[11,12], 在高超声速点泉流场中用它分析来流非均匀性对气动力的影响在工程应用上有满意的精度。

参 考 文 献

- [1] Yasuhara, M., et al., *AIAA J.*, 15, 12(1977), 1667—1668.
 [2] Lin, T. C., et al., *AIAA J.*, 15, 8(1977), 1130—1137.
 [3] Inouye, M., NASA TN-D 3382(1966).
 [4] Crowell, P. G., SAMSO-TR-70-302 (1970).
 [5] Pate, S. R., et al., AIAA Paper 74—84.
 [6] Kunio Soga, et al., N73-14978 (NAL TR-280).
 [7] 和田勇等, 日本航空宇宙学会志, 23, 262 (1975), 35—41.
 [8] Yasuhara, M., et al., Modern Developments in Shock Tube Research, Proceedings of the tenth International Shock Tube Symposium (1975), 446—451.
 [9] 曾我国男等, 日本航空宇宙学会志, 25, 283 (1977), 14—22.
 [10] Ames Res. Staff, NACA Rept. 1135(1953).
 [11] Ladson, L., et al., NASA TN-D 1473 (1962).
 [12] Whitfield, J. D., et al., AEDC-TDR-62-166 (1962).

THE AERODYNAMICAL ANALYSIS OF BODY IN HYPERSONIC SOURCE FLOW FIELD

Ling Guo-can

(Institute of Mechanics, Academia Sinica)