

# 拖拉机-拖车系统的随机振动 响应分析与实验研究

申仲翰 欧阳怡

郭 泰

(中国科学院力学研究所)

(中国农业机械化科学研究院)

**【提要】** 本工作是把牵引单轴拖车的拖拉机或汽车简化为多自由度的弹簧-质量-阻尼的振动系统,通过求解频率响应函数计算包括座椅在内的各输出点的功率谱密度和加速度均方值,从而通过参数改变预示振动量的变化。在计算中除考虑了多点输入的自谱及前后轮之间的互谱外,还根据有关路面资料考虑了左右轮之间的互谱。结合乘坐舒适性研究,绘出了座椅振动量随各参数变化的一些规律,可为今后设计工作参考。计算值经与实际测量值验证基本相符。

拖拉机及各种车辆在不平的道路行驶,会产生有害的振动,使得某些零件损坏,使驾驶员(或乘客)感到不舒适,严重的情况可能导致驾驶员得职业病。近年来拖拉机作业速度提高,车辆行驶速度加快。因此,如何改善车辆的减振系统,一直是国内外注意研究的基本问题之一。拖拉机牵引拖车运输以及各种车辆在道路上行驶的振动,可以看作一个多自由度系统、多输入的随机振动。在计算分析中,如何把实际系统简化为可以进行计算的力学模型是很重要的第一步。过去有不少文献讨论过这个问题,较简单的形式是把车辆抽象为座椅、车体、轮轴组成的三级悬挂的弹簧-质量-阻尼系统<sup>[1][2]</sup>,一般说这对车体结构紧凑、车体重心与惯性中心相距不大的车辆而言,是抓住了主要矛盾,因而是一个成功的模型。但是对于车体结构不够紧凑,特别是带有拖车的拖拉机或汽车系统,这种简化模型显然就不适用了。代之而来的是多自由度体系的振动模型<sup>[3][4][5]</sup>。本文采用了多自由度三级悬挂模型,对组合的拖拉机-单轴拖车或类似车辆系统进行了随机振动响应分析,给出了多点输出的自、互功率谱密度及加速度均方值。通过参数变更,最终可以找出一组最佳的结构参数,为新车设计在减振方案上提供依据。

## 一、运动方程与频率响应函数计算

由线性系统、微幅振动的基本假定,根据图1所示的模型,可写出主车-单轴拖车组合

\* 参加本课题研究的还有:中国农业机械化科学研究院夏开卷,洛阳拖拉机研究所唐为元、邓其盛、赵志伟,洛阳农机学院郑仲民,洛阳拖拉机厂周文江,清华大学丁奎元等同志。实验工作得到海南湿热试验站大力支持并提供路面谱数据特此表示感谢。

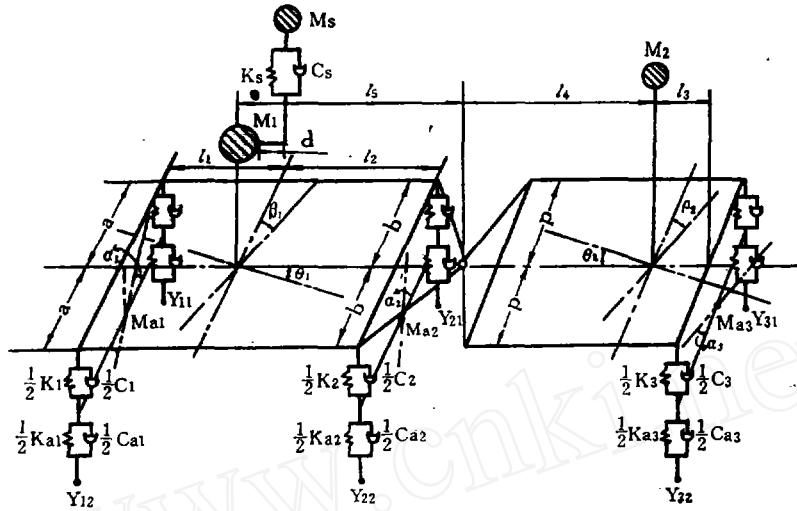


图 1 机组模型示意图

\*图中 $\rho_2$ 应为 $\theta_2$ 

$M_1$ ——主车质量。

$M_2$ ——拖车质量。

$M_s$ ——驾驶员和座椅质量。

$M_{a1}, M_{a2}, M_{a3}$ ——分别为主车前后轮轴及拖车轮轴的质量。

$z_1, z_2, z_3$ ——分别为主车重心, 拖车重心及座椅的垂直位移。

$z_{a1}, z_{a2}, z_{a3}$ ——分别为主车前后轴, 拖车轴的垂直位移。

$\theta_1, \theta_2$ ——分别为主车及拖车的纵向(前后)转角位移。

$\beta_1, \beta_2$ ——分别为主车及拖车的横向(左右)转角位移。

$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ ——分别为主车前后轴及拖车轴的转角位移。

$K_s, C_s$ ——分别为座椅的刚度和阻尼系数。

$K_1, C_1; K_2, C_2; K_3, C_3$ ——分别为主车前后轴及拖车轴上的板簧的刚度和阻尼系数。

$K_{a1}, C_{a1}; K_{a2}, C_{a2}; K_{a3}, C_{a3}$ ——分别为主车前后轮胎及拖车轮胎的刚度和阻尼系数。

$I_1, I_2$ ——分别为主车和拖车的纵向转动惯量。

$J_1, J_2$ ——分别为主车和拖车的横向转动惯量。

$J_{a1}, J_{a2}, J_{a3}$ ——分别为主车前后轮轴及拖车轮轴的传动惯量。

$a, b, p$ ——分别为主车前后轴上及拖车轴上板簧到中心的距离(无板簧时为轮距之半)。

$d$ ——座椅至重心距离

系统(简称机组)的运动方程。在方程建立过程中,主车和拖车之间的连接按空间球铰方式。当主车为汽车时,模型简化为12个自由度,可导出下列方程组。

$$\begin{aligned}
 & -M_1 \ddot{z}_1 + (C_2 l_2 - C_1 l_1 + C_s d - C_1 l_5 - C_2 l_5 - C_s l_5) \dot{z}_1 + (K_2 l_2 - K_1 l_1 + K_s d - K_1 l_5 - K_2 l_5 \\
 & - K_s l_5) z_1 + I_1 \ddot{\theta}_1 + (C_1 l_1^2 + C_2 l_2^2 + C_s d^2 - C_2 l_2 l_5 + C_1 l_1 l_5 - C_s l_5 d) \dot{\theta}_1 + (K_1 l_1^2 + K_2 l_2^2 + K_s d^2 \\
 & - K_2 l_2 l_5 + K_1 l_1 l_5 - K_s l_5 d) \theta_1 + (C_s l_5 - C_s d) \dot{z}_s + (K_s l_5 - K_s d) z_s + (C_1 l_1 + C_1 l_5) \dot{z}_{a1} + (K_1 l_1 \\
 & + K_1 l_5) z_{a1} + (K_2 l_5 - K_2 l_2) z_{a2} + (C_2 l_5 - C_2 l_2) \dot{z}_{a2} = 0
 \end{aligned} \quad (1)$$

$$M_s \ddot{z}_s + C_s \dot{z}_s + K_s z_s - C_s \dot{z}_1 - K_s z_1 - K_s \theta_1 d - C_s \dot{\theta}_1 d = 0 \quad (2)$$

$$J_1 \ddot{\beta}_1 + (C_1 a^2 + C_2 b^2) \dot{\beta}_1 + (K_1 a^2 + K_2 b^2) \beta_1 = C_1 a^2 \dot{\alpha}_1 + C_2 b^2 \dot{\alpha}_2 + K_1 a^2 \alpha_1 + K_2 b^2 \alpha_2 \quad (3)$$

$$(M_1 + M_2) \ddot{z}_1 + (C_1 + C_2 + C_3 + C_4) \dot{z}_1 + (K_1 + K_2 + K_3 + K_4) z_1 + M_2 l_2 \ddot{\theta}_1 + (C_3 l_2 + C_2 l_2 - C_1 l_1 + C_2 d) \dot{\theta}_1 + (K_3 l_2 + K_2 l_2 - K_1 l_1 + K_2 d) \theta_1 - M_2 l_2 \ddot{\theta}_2 - (C_3 l_2 + C_3 l_3) \dot{\theta}_2 - (K_3 l_2 + K_3 l_3) \theta_2 - C_s \dot{z}_s - K_s z_s - C_1 \dot{z}_{a1} - K_1 z_{a1} - C_2 \dot{z}_{a2} - K_2 z_{a2} - C_3 \dot{z}_{a3} - K_3 z_{a3} = 0 \quad (4)$$

$$M_1 l_4 \ddot{z}_1 + (C_1 l_4 + C_2 l_4 + C_3 l_4 - C_3 l_3) \dot{z}_1 + (K_1 l_4 + K_2 l_4 + K_3 l_4 - K_3 l_3) z_1 + (C_2 l_2 l_4 - C_3 l_3 l_3 - C_1 l_1 l_4 + C_3 l_4 d) \dot{\theta}_1 + (K_2 l_2 l_4 - K_3 l_3 l_3 - K_1 l_1 l_4 + K_3 l_4 d) \theta_1 + I_2 \ddot{\theta}_2 + (C_3 l_3^2 + C_3 l_3 l_4) \dot{\theta}_2 + (K_3 l_3^2 + K_3 l_3 l_4) \theta_2 - K_1 l_4 z_s - C_1 l_4 \dot{z}_s - C_1 l_4 \dot{z}_{a1} - K_1 l_4 z_{a1} - C_2 l_4 \dot{z}_{a2} - K_2 l_4 z_{a2} + C_3 l_3 \dot{z}_{a3} + K_3 l_3 z_{a3} = 0 \quad (5)$$

$$J_2 \ddot{\beta}_2 + C_3 p^2 \dot{\beta}_2 + K_3 p^2 \beta_2 - C_3 p^2 \dot{\alpha}_3 - K_3 p^2 \alpha_3 = 0 \quad (6)$$

$$M_{a1} \ddot{z}_{a1} + (C_{a1} + C_1) \dot{z}_{a1} + (K_1 + K_{a1}) z_{a1} - K_1 z_1 - C_1 \dot{z}_1 + l_1 K_1 \theta_1 + l_1 C_1 \dot{\theta}_1 = \frac{1}{2} C_{a1} (\dot{y}_{11} + \dot{y}_{12}) + \frac{1}{2} K_{a1} (y_{11} + y_{12}) \quad (7)$$

$$M_{a2} \ddot{z}_{a2} + (C_2 + C_{a2}) \dot{z}_{a2} + (K_2 + K_{a2}) z_{a2} - K_2 z_1 - C_2 \dot{z}_1 - K_2 l_2 \theta_1 - C_2 l_2 \dot{\theta}_1 = \frac{1}{2} C_{a2} (\dot{y}_{21} + \dot{y}_{22}) + \frac{1}{2} K_{a2} (y_{21} + y_{22}) \quad (8)$$

$$M_{a3} \ddot{z}_{a3} + (C_3 + C_{a3}) \dot{z}_{a3} + (K_3 + K_{a3}) z_{a3} - C_3 \dot{z}_1 - K_3 z_1 - K_3 l_3 \theta_1 - C_3 l_3 \dot{\theta}_1 + (C_3 l_4 + C_3 l_3) \dot{\theta}_2 + (K_3 l_4 + K_3 l_3) \theta_2 = \frac{1}{2} C_{a3} (\dot{y}_{31} + \dot{y}_{32}) + \frac{1}{2} K_{a3} (y_{31} + y_{32}) \quad (9)$$

$$J_{a1} \ddot{\alpha}_1 + (C_1 + C_{a1}) a^2 \dot{\alpha}_1 + (K_1 + K_{a1}) a^2 \alpha_1 - C_1 a^2 \dot{\beta}_1 - K_1 a^2 \beta_1 = \frac{1}{2} C_{a1} a (\dot{y}_{11} - \dot{y}_{12}) + \frac{1}{2} K_{a1} a (y_{11} + y_{12}) \quad (10)$$

$$J_{a2} \ddot{\alpha}_2 + (C_2 + C_{a2}) b^2 \dot{\alpha}_2 + (K_2 + K_{a2}) b^2 \alpha_2 - C_2 b^2 \dot{\beta}_1 - K_2 b^2 \beta_1 = \frac{1}{2} C_{a2} b (\dot{y}_{21} - \dot{y}_{22}) + \frac{1}{2} K_{a2} b (y_{21} - y_{22}) \quad (11)$$

$$J_{a3} \ddot{\alpha}_3 + (C_3 + C_{a3}) p^2 \dot{\alpha}_3 + (K_3 + K_{a3}) p^2 \alpha_3 - C_3 p^2 \dot{\beta}_2 - K_3 p^2 \beta_2 = \frac{1}{2} C_{a3} p (\dot{y}_{31} - \dot{y}_{32}) + \frac{1}{2} K_{a3} p (y_{31} - y_{32}) \quad (12)$$

式中“·”表示对时间的一次微分，“··”表示对时间的二次微分。

当主车为拖拉机时，由于车轴与机体之间无板簧，前轴中间与机体铰接，所以模型简化为 9 个自由度，方程组数也相应为 9 个：

$$I_1 \ddot{\theta}_1 + (C_{a1} l_1^2 + C_{a2} l_2^2 + C_s d^2 - C_{a2} l_2 l_5 + C_{a1} l_1 l_5 - C_s l_5 d) \dot{\theta}_1 + (K_{a1} l_1^2 + K_{a2} l_2^2 + K_s d^2 - K_{a2} l_2 l_5 + K_{a1} l_1 l_5 - K_s l_5 d) \theta_1 - M_1 l_5 \ddot{z}_1 + (C_{a2} l_2 - C_{a1} l_1 + C_s d - C_{a1} l_5 - C_{a2} l_5 - C_s l_5) \dot{z}_1 + (K_{a2} l_2 - K_{a1} l_1 - K_s d - K_{a1} l_5 - K_{a2} l_5 - K_s l_5) z_1 + (C_s l_5 - C_s d) \dot{z}_s + (K_s l_5 - K_s d) z_s = \frac{1}{2} C_{a2} (\dot{y}_{21} + \dot{y}_{22}) (l_2 - l_5) - \frac{1}{2} C_{a1} (\dot{y}_{11} + \dot{y}_{12}) (l_1 + l_5) + \frac{1}{2} K_{a2} (y_{21} + y_{22}) (l_2 - l_5) - \frac{1}{2} K_{a1} (y_{11} + y_{12}) (l_1 + l_5) \quad (13)$$

$$J_1 \ddot{\beta}_1 + C_{a2} b^2 \dot{\beta}_1 + K_{a2} b^2 \beta_1 = \frac{1}{2} C_{a2} b (\dot{y}_{21} - \dot{y}_{22}) + \frac{1}{2} K_{a2} b (y_{21} - y_{22}) \quad (14)$$

$$J_{a1} \ddot{\alpha}_1 + C_{a1} a^2 \dot{\alpha}_1 + K_{a1} a^2 \alpha_1 = \frac{1}{2} C_{a1} a (\dot{y}_{11} - \dot{y}_{12}) + \frac{1}{2} K_{a1} a (y_{11} - y_{12}) \quad (15)$$

$$\begin{aligned} & (M_1 + M_2) \ddot{z}_1 + (C_{a1} + C_{a2} + C_s + C_3) \dot{z}_1 + (K_{a1} + K_{a2} + K_s + K_3) z_1 + M_2 l_6 \ddot{\theta}_1 + (C_3 l_6 \\ & + C_{a2} l_2 - C_{a1} l_1 + C_s d) \dot{\theta}_1 + (K_3 l_6 + K_{a2} l_2 - K_{a1} l_1 + K_s d) \theta_1 - M_2 l_4 \ddot{\theta}_2 - (C_3 l_4 + C_3 l_3) \dot{\theta}_2 - (K_3 l_3 \\ & + K_3 l_4) \theta_2 - C_s \dot{z}_s - K_s z_s - C_3 \dot{z}_{a3} - K_3 z_{a3} = \frac{1}{2} C_{a1} (\dot{y}_{11} + \dot{y}_{12}) + \frac{1}{2} C_{a2} (\dot{y}_{21} + \dot{y}_{22}) + \frac{1}{2} K_{a1} (y_{11} \\ & + y_{12}) + \frac{1}{2} K_{a2} (y_{21} + y_{22}) \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} & M_1 l_4 \ddot{z}_1 + C_{a1} l_4 \dot{z}_1 + (C_{a2} l_4 + C_s l_4 - C_3 l_3) \dot{z}_1 + (K_{a1} l_4 + K_{a2} l_4 + K_s l_4 - K_3 l_3) z_1 + (C_{a2} l_2 l_4 - C_3 l_3 l_6 \\ & - C_{a1} l_1 l_4 + C_s l_4 d) \dot{\theta}_1 + (K_{a2} l_2 l_4 - K_3 l_3 l_6 - K_{a1} l_1 l_4 + K_s l_4 d) \theta_1 + I_2 \ddot{\theta}_2 + (C_3 l_3^2 + C_3 l_3 l_4) \dot{\theta}_2 + (K_3 l_3^2 \\ & + K_3 l_3 l_4) \theta_2 - C_s l_4 \dot{z}_s - K_s l_4 z_s + C_3 l_3 \dot{z}_{a3} + K_3 l_3 z_{a3} = \frac{1}{2} C_{a1} l_4 (\dot{y}_{11} + \dot{y}_{12}) + \frac{1}{2} C_{a2} l_4 (\dot{y}_{21} + \dot{y}_{22}) \\ & + \frac{1}{2} K_{a1} l_4 (y_{11} + y_{12}) + \frac{1}{2} K_{a2} l_4 (y_{21} + y_{22}) \end{aligned} \quad (17)$$

还包括(2)、(6)、(9)、(12)式不再重写。

当计算模型为单个拖拉机时,自由度简化为5个,其运动方程不再细写。

为了便于计算机进行演算,把上述方程写成矩阵形式:

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = [C_f]\{\dot{y}\} + [K_f]\{y\} \quad (18)$$

式中  $[M]$ 、 $[C]$ 、 $[K]$ ——分别表示质量,阻尼,刚度矩阵。

$\{x\}$ ——代表广义位移矢量。

$\{y\}$ ——代表激振位移矢量。

•  $[C_f]$ 、 $[K_f]$ ——分别为强迫阻尼和刚度矩阵。

为了计算系统的频率响应函数矩阵,假定:

$$x_j = X_j e^{i\omega t} \quad y_j = Y_j e^{i\omega t} \quad (19)$$

此处:  $X_j$ 、 $Y_j$ 为复振幅;  $\omega$ 为圆频率。

将(19)式代入(18)式中,合并化简后可得

$$[A]_{n \times n} \{X\}_{n \times 1} = [G]_{n \times s} \{Y\}_{s \times 1} \quad (20)$$

式中  $[A] = -\omega^2 [M] + i\omega [C] + [K]$

$[G] = i\omega [C_f] + [K_f]$

$n$ ——模型自由度数,

$s$ ——激振输入点数,

对汽车-单轴挂车机组,  $n = 12$ 时:

$$\begin{aligned} \{X\} &= [Z_1, \Theta_1, B_1, \Theta_2, B_2, Z_s, Z_{a1}, Z_{a2}, Z_{a3}, A_1, A_2, A_3]^T \\ \{Y\} &= [Y_{11}, Y_{21}, Y_{31}, Y_{12}, Y_{22}, Y_{32}]^T \end{aligned} \quad (21)$$

对拖拉机单轴挂车机组,  $n = 9$ 时:

$$\begin{aligned} \{X\} &= [Z_1, \Theta_1, B_1, \Theta_2, B_2, Z_s, Z_{a3}, A_1, A_3]^T \\ \{Y\} &= [Y_{11}, Y_{21}, Y_{31}, Y_{12}, Y_{22}, Y_{32}]^T \end{aligned}$$

拖拉机与被牵引的平衡的双轴拖车,在垂直方向的振动相互独立,可以分别单独立算。

双轴拖车与汽车类似, 单独的拖拉机  $n = 5$  :

$$\begin{aligned} \{X\} &= [Z_1, \Theta_1, B_1, Z_2, A_1]^T \\ \{Y\} &= [Y_{11}, Y_{21}, Y_{12}, Y_{22}]^T \end{aligned} \quad (23)$$

[A]和[G]中的各元素, 可根据具体车辆的运动方程确定。矩阵{Y}是车轮输入位移的复振幅, 共  $s$  ( $= 4$  或  $6$ ) 个元素。令{Y}中某一元素  $Y_k$  为 1, 其余为零代入 (20) 式中解出{X}, 即为相应的频率响应函数  $H_{i,k}(\omega)$ , ( $i = 1, 2, \dots, n$ )。S 个输入到 n 个输出的所有频率响应函数即构成频率响应函数矩阵  $[H(\omega)]_{n \times s}$ 。

## 二、输入谱矩阵的建立

为了说明各轮输入谱之间的关系, 以图 2 中的 K、L、P、Q 表示车之四轮。设前后轮行驶在同一路面谱上, 两轮输入谱之间的关系在于时间滞后。以前轮 K, 后轮 L 为例, 由文献[6]所提供的方法可导出:

$$S_{KL}(f) = e^{-i2\pi f \tau} S_{KK}(f) \quad (24)$$

式中  $S_{KK}(f)$ ——为 K 轮激振位移输入的自功率谱密度 (简称自谱)。

$S_{KL}$ ——为 K、L 两轮位移输入间的互功率谱密度 (简称互谱)

$\tau$ ——K、L 两轮间的滞后时间。

$f$ ——频率  $\left(f = \frac{\omega}{2\pi}\right)$ 。

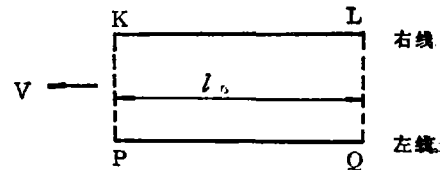


图 2 车轮分布

当车速为  $V$ , 前后轮距为  $l$  时, 则有:

$$\tau = l/V \quad (25)$$

自谱  $S_{KK}(f)$  可以由路面空间谱密度 (简称路面谱)  $\phi(\Omega)$  直接得出:

$$S_{KK}(f) = \frac{1}{V} \phi(\Omega) \quad (26)$$

此处  $\phi(\Omega)$  的表示式一般为: 见资料[7]

$$\phi(\Omega) = C\Omega^{-2} \quad (27)$$

式中  $C$  为常数,  $\Omega$  为单位长度上的波数。  $\Omega$  与  $f$  之间的关系为

$$f = V\Omega \quad (28)$$

左右轮输入位移之间的互谱  $\Gamma(\Omega)$  可用平方相干谱  $K^2(\Omega)$  表示。假定左右轮 K、P 行驶在相同的路面谱上, 根据实际路面的对称性, 左右两轮输入位移间的互相位谱为零, 于是其互谱可看作是任一空间自谱与平方相干谱的平方根的乘积, 记为

$$\Gamma(\Omega) = \sqrt{K^2(\Omega)} \phi(\Omega) \quad (29)$$

由文献[8]提供的资料,  $\phi(\Omega)$  和  $K^2(\Omega)$  的具体表示式为:

$$\phi(\Omega) = \begin{cases} CN_1^{-2}, & 0 \leq |\Omega| < N_1 \\ C\Omega^{-2}, & N_1 \leq |\Omega| \leq N_2 \\ 0, & N_2 < |\Omega| \end{cases} \quad (30)$$

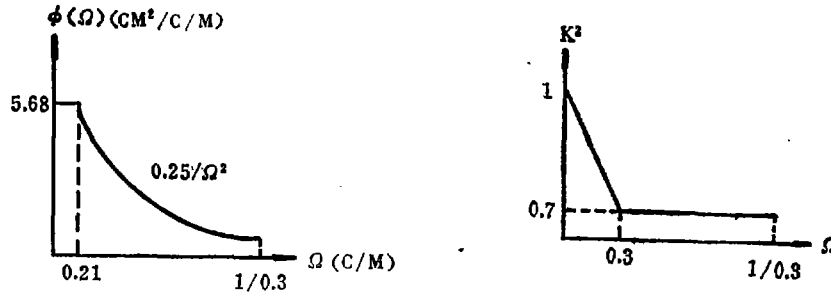


图3 路面谱

$$K^2(\Omega) = \begin{cases} A\Omega + B, & 0 \leq |\Omega| < N_1 \\ E & N_1 \leq |\Omega| < N_2 \end{cases} \quad (31)$$

式中的  $C, N_1, N_2, N_3, A, B, E$  均为常数。机组行车实验的路面谱由图3曲线数据确定。

有了上述各关系式则可建立输入谱密度矩阵。在六轮输入的情况下，输入谱密度矩阵  $S(f)$  为：

$$S_6(f) = \frac{1}{V} \begin{pmatrix} \phi(\Omega) & \phi(\Omega)e^{-i\gamma_1} & \phi(\Omega)e^{-i\gamma_2} & \Gamma(\Omega) & \Gamma(\Omega)e^{-i\gamma_1} & \Gamma(\Omega)e^{-i\gamma_2} \\ \phi(\Omega)e^{i\gamma_1} & \phi(\Omega) & \phi(\Omega)e^{-i\gamma_3} & \Gamma(\Omega)e^{i\gamma_1} & \Gamma(\Omega) & \Gamma(\Omega)e^{-i\gamma_3} \\ \phi(\Omega)e^{i\gamma_2} & \phi(\Omega)e^{i\gamma_3} & \phi(\Omega) & \Gamma(\Omega)e^{i\gamma_2} & \Gamma(\Omega)e^{i\gamma_3} & \Gamma(\Omega) \\ \Gamma(\Omega) & \Gamma(\Omega)e^{-i\gamma_1} & \Gamma(\Omega)e^{-i\gamma_2} & \phi(\Omega) & \phi(\Omega)e^{-i\gamma_1} & \phi(\Omega)e^{-i\gamma_2} \\ \Gamma(\Omega)e^{i\gamma_1} & \Gamma(\Omega) & \Gamma(\Omega)e^{-i\gamma_3} & \phi(\Omega)e^{i\gamma_1} & \phi(\Omega) & \phi(\Omega)e^{-i\gamma_3} \\ \Gamma(\Omega)e^{i\gamma_2} & \Gamma(\Omega)e^{i\gamma_3} & \Gamma(\Omega) & \phi(\Omega)e^{i\gamma_2} & \phi(\Omega)e^{i\gamma_3} & \phi(\Omega) \end{pmatrix} \quad (30)$$

在四轮输入的情况下， $s(f)$  的表示式为

$$S_4(f) = \frac{1}{V} \begin{pmatrix} \phi(\Omega) & \phi(\Omega)e^{-i\gamma_1} & \Gamma(\Omega) & \Gamma(\Omega)e^{-i\gamma_1} \\ \phi(\Omega)e^{i\gamma_1} & \phi(\Omega) & \Gamma(\Omega)e^{i\gamma_1} & \Gamma(\Omega) \\ \Gamma(\Omega) & \Gamma(\Omega)e^{-i\gamma_1} & \phi(\Omega) & \phi(\Omega)e^{-i\gamma_1} \\ \Gamma(\Omega)e^{i\gamma_1} & \Gamma(\Omega) & \phi(\Omega)e^{i\gamma_1} & \phi(\Omega) \end{pmatrix} \quad (31)$$

式中的  $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$  分别由下列各式表示之：

$$\gamma_1 = 2\pi\Omega(l_1 + l_2)$$

$$\gamma_2 = 2\pi\Omega(l_1 + l_5 + l_3 + l_4)$$

$$\gamma_3 = 2\pi\Omega(l_3 + l_4 + l_5 - l_2)$$

括号中的距离尺寸见图1。

若左右侧的车轮分别行驶在不同的路面谱  $\phi_1(\Omega)$  和  $\phi_2(\Omega)$  上，则按它们之间独立，输入谱密度矩阵可简化。即上两矩阵中有凡含有  $\Gamma(\Omega)$  的元素均为零。

### 三、多路输入输出的响应

在线性系统多输入、输出的情况下，输入功率谱  $S(f)$  与输出功率谱  $W(f)$  之间的关系

可写成如下的矩阵关系式:

$$[W(f)]_{n \times n} = [H^*(f)]_{n \times r} [S(f)]_{r \times r} [H(f)]_{r \times n}^T \quad (32)$$

式中:  $[H^*(f)]$ ——为频率响应函数  $[H(f)]$  的共轭矩阵

$[H(f)]^T$ ——为  $[H(f)]$  的转置矩阵

$f$ ——频率

由于把主车-拖车系统简化为 12 个自由度系统, 因此在四轮或六轮输入时, 输出点最多为 12 个。

根据前述三种模型编制了计算程序, 可按具体拖拉机及拖车的实际参数或设计参数进行计算。计算结果可给出各输入、输出点间的频率响应函数, 各输出点的自谱和互谱。当输出取加速度功率谱密度函数时, 加速度频率响应函数等于位移频率响应函数乘上圆频率  $\omega$  的平方。

为了便于计算值与实测值比较, 还导出了座椅横向水平振动加速度功率谱密度  $W_H$ , 以及拖拉机后桥中央的垂直振动加速度功率谱密度  $W_b$ :

$$W_H = W_{\beta_1} h^2$$

$$W_b = W_{\delta_1} l_2^2 + W_{\delta_{1z1}} l_2 + W_{z_1 \delta_1} l_2 + W_{z_1} \quad (33)$$

式中  $W_{\delta_1}$ ——拖拉机纵向角振动加速度功率谱密度。

$W_{\delta_{1z1}}$ 、 $W_{z_1 \delta_1}$ ——拖拉机重心垂直加速度与纵向角加速度之间的互谱。

$W_{z_1}$ ——拖拉机重心垂直加速度功率谱密度。

由加速度谱密度还可求出加速度均方值  $E[\ddot{X}^2]$ :

$$E[\ddot{X}^2] = \int_0^{f_2} W(f) df \quad (34)$$

式中  $f_2 = N_2 V$

为了研究机组的乘坐舒适性, 需将座椅的输出加速度谱密度乘上一个频率权函数  $J_p$ , 才能反映出对人体乘坐舒适性的影响<sup>[9]</sup>。程序中给出了计算结果。垂直方向的频率权函数  $J_p$  如下:

$$J_p = \begin{cases} 0.5\sqrt{f}, & (0.5 < f < 4) \\ 1, & (4 \leq f \leq 8) \\ 8/f, & (8 < f) \end{cases} \quad (35)$$

#### 四、计算结果分析与实验值比较

为了验证模型计算结果, 并结合机组乘坐舒适性研究, 对实验机组实测参数进行计算, 又在海南湿热试验站的已知路面谱的试验跑道上进行行车振动测试。机组在跑道上行驶时, 用加速度计同时测量各研究点的振动加速度, 现场用磁带仪记录, 以后用频谱分析仪计算谱密度。

实验用的拖拉机及单轴拖车的参数见表一。由于拖拉机重心处的振动不便测量, 选择了后桥中央和座椅垂直振动的实测值与计算值进行了对比, 还计算了其它各点的输出。其结果

表 1 实验机组的参数

模型尺寸单位 cm	$l_1$	$l_2$	$l_3$	$l_4$	$l_5$	$d$	$h$
	120.2	63.8	34.5	344	148.8	38.8	42
惯 性 矩 $\text{kg}\cdot\text{cm}\cdot\text{s}^2$	$I_1$	$I_2$	$J_1$	$J_2$	$J_{a3}$		
	127223	27026	381	7429	113		
质 量 $\text{kg}\cdot\text{s}^2\cdot\text{cm}^{-1}$	$m_1$	$m_2$	$m_3$	$m_{a3}$			
	2.14	2.42	0.07	0.305			
阻 尼 系 数 $\text{kg}\cdot\text{s}\cdot\text{cm}^{-1}$	$C_3$	$C_5$	$C_{a1}$	$C_{a2}$	$C_{a3}$		
	7.35	0.52	5.19	9.82	9.97		
弹 簧 刚 度 $\text{kg}\cdot\text{cm}^{-1}$	$K_3$	$K_5$	$K_{a1}$	$K_{a2}$	$K_{a3}$		
	682.8	12.6	412	780	1100		

表示在图 4 至图 9 中。

图 4、图 5 所示为机组中拖拉机座椅和后桥中央的垂直加速度自谱曲线。从图中可以看出，座椅自谱的计算值与实验值符合较好，频率特性基本一致。后桥的自谱也基本上符合，但计算值偏高。产生偏差的原因有下列两点：一、是实际输入谱与理论路面谱有差异，试验跑道在 3.5 米宽度内有 14 条路面谱，各条路面谱间的距离窄而拖拉机的后轮宽，行驶时压到

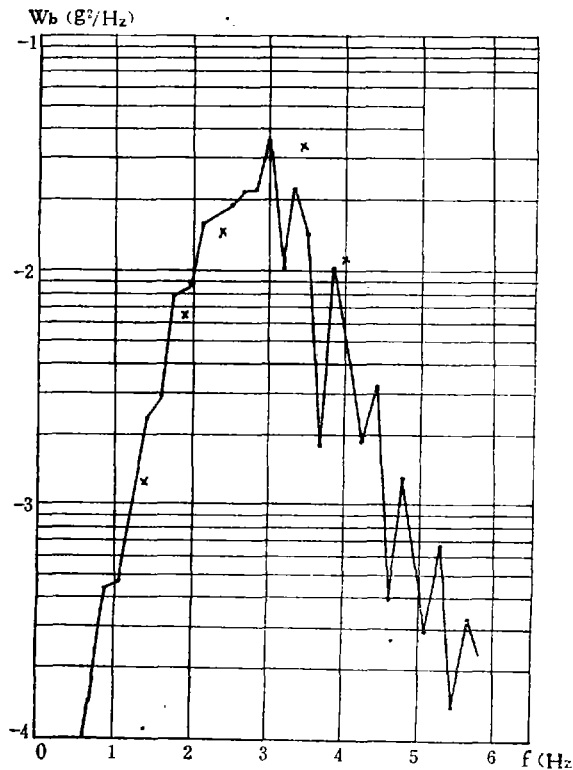


图 4 座椅垂直振动加速度

功率谱密度  
• 计算值  
× 试验值

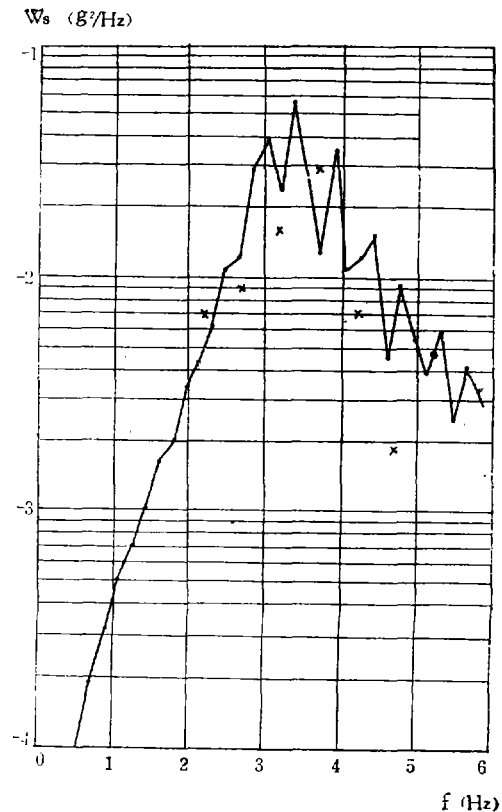


图 5 后桥垂直振动加速度

功率谱密度  
• 计算值  
× 试验值



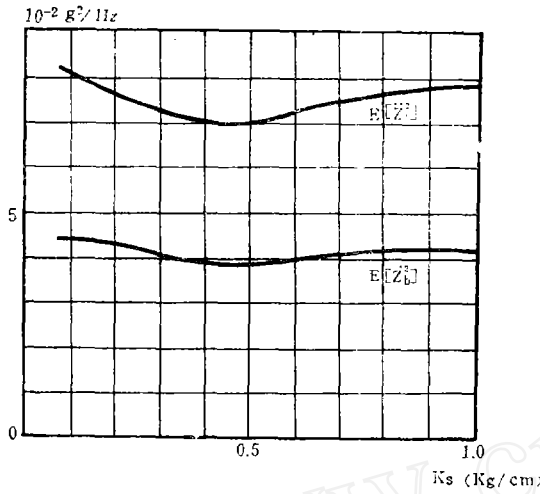


图 6 拖拉机重心、后桥垂直振动加速度均方值与座椅刚度的关系

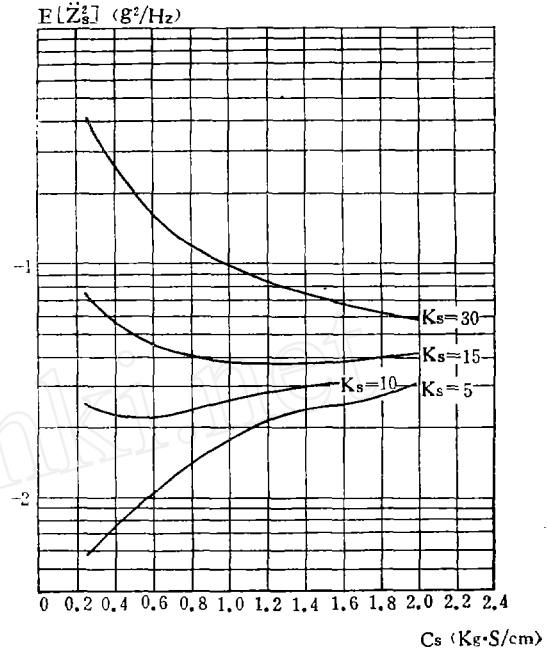


图 8 座椅垂直振动加速度均方值与座椅阻尼系数的关系

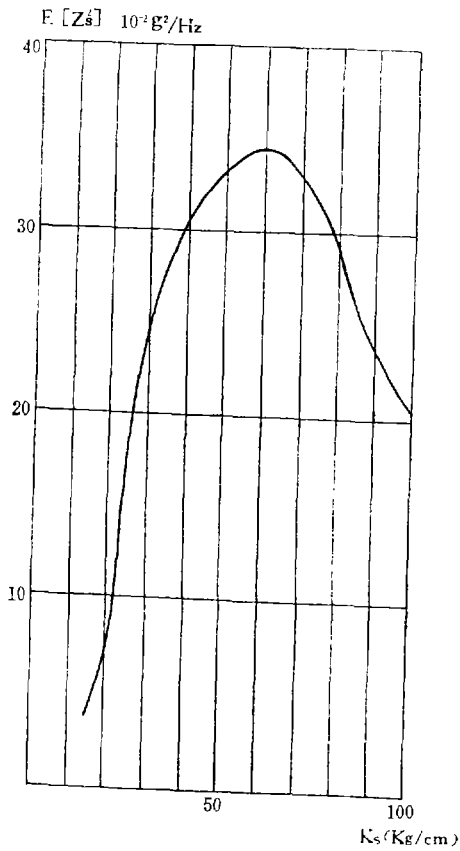


图 7 座椅垂直振动加速度均方值与座椅弹簧刚度的关系

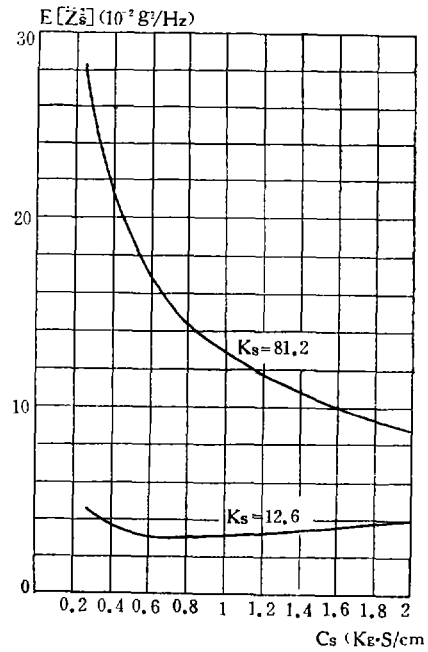


图 9 座椅软垫的影响

两条路面的较高点上,输入略有变化;二、是计算参数中实测的阻尼值不很准确,轮胎有非线性。

图6为拖拉机重心和后桥中央的垂直振动加速度均方值 $E[\ddot{z}_1^2]$ 、 $E[\ddot{z}_2^2]$ 与座椅刚度 $K_s$ 的关系曲线。计算结果表明,机体振动对座椅刚度 $K_s$ 的变化保持稳定,无显著波动。这是予期中的结果,符合实际情况。

图7、图8为座椅垂直振动加速度均方值 $E[\ddot{z}_s^2]$ 与座椅弹簧刚度 $K_s$ 及阻尼系数 $C_s$ 关系的计算结果。在低于某一极限值前, $E[\ddot{z}_s^2]$ 值随 $K_s$ 值增加而增加,超过这一极限值则相反。对硬弹簧( $K_s = 30\text{kg/cm}$ ), $E[\ddot{z}_s^2]$ 随 $C_s$ 增加而减少;对软弹簧( $K_s = 5\text{kg/cm}$ )则 $E[\ddot{z}_s^2]$ 随 $C_s$ 增加而增加。对某一中间值 $K_s$ , $E[\ddot{z}_s^2]$ 与 $C_s$ 的变化关系不大。由上述可知,欲获得较小的座椅振动,必须适当的配置弹簧刚度及阻尼,即研究最佳设计问题。

图9为硬弹簧座椅加泡沫塑料软垫对垂直振动加速度的影响。上曲线是无软垫,下曲线是有软垫的。

表2 输出点加速度均方值

$g^2$	$E[\ddot{z}_s^2]$ 座椅垂直		$E[\ddot{z}_1^2]$	$E[\ddot{z}_2^2]$	$E[\ddot{z}_3^2]$
	$K_s = 81.2\text{ kg/cm}$	$K_s = 10\text{ kg/cm}$			
单 机	0.2783	0.020	0.0755	0.0419	0.0012
机 组	0.1838	0.021	0.0606	0.0373	0.0012

表2列出了同一拖拉机单机(或牵引双轴拖车)及牵引单轴拖车两种状态下行驶,拖拉机重心、后桥中央、座椅的垂直振动加速度均方值及座椅横向振动加速度均方值。在垂直振动方向,单机(或牵引双轴拖车)的机体振动均比牵引单轴拖车时大,由于拖车重量转移,实际测量值亦如此。因此,从研究乘坐舒适性来看,牵引单轴拖车对座椅垂直振动不是有害的因素,主要是座椅的弹簧刚度和阻尼系数的配置问题。还可以看出,座椅横向振动加速度均方值 $E[\ddot{z}_3^2]$ 比其它值小得多,它对实际乘坐舒适性是次要因素。

### 参 考 文 献

- [1] D. Ryba. Vehicle System Dynamics 2(1973)1-32页。
- [2] D. Ryba. Vehicle System Dynamics 3(1974)Part I. 17-46页, Part II. 55-98页。
- [3] M. A. Dokainish and M. M. Elmadany. Vehicle System Dynamics. 6, 2-3 (1977)。
- [4] 笹尾彰, 遠藤俊三, トラクタの振动とその伝达特性, 农业机械学会志38、4(昭和52年3月)。
- [5] Bruel D. Van Deusen. SAE Automotive Engineering Congress Detroit. 710222 January 1971. 11-15页。
- [6] J. D. Robson. Proceedings of the twelfth international Congress of Applied mechanics. 1968。
- [7] 关于拖拉机振动对驾驶员的影响〈国外农机〉6(1977)。
- [8] 可靠性试验跑道路面设计的统计方法, 〈汽车技术〉1(1978) 38-54页。
- [9] D. J. Hilton. The Institution of Mechanical Engineers Proceedings 184 Part 3Q(1969-70)。

# THE ANALYSIS AND EXPERIMENTAL STUDY ON THE RESPONSE OF RANDOM VIBRATIONS OF TRACTOR-TRAILER SYSTEM

*Shen Zhong-han    Ou Yang-Yi*

*(Institute of Mechanics, Academic Sinica)*

*Kuo Tai*

*(Chinese Academy of Agricultural Mechanization Sciences)*

## Abstract

In the present paper, the tractor drawing an unbalanced trailer or vehicle is simplified into a spring-mass-damping system of multi-degree of freedom. The power spectrum density and mean square value of acceleration at every output position including the driver's seat are computed by means of solving the frequency response function, so as to show the changes of vibration magnitude through parameter-transformation. In addition to the auto-spectrum density of every input point and cross-spectrum density between the front and rear wheels, the cross-spectrum density between the right and left wheels are also considered in calculation based on the relevant road-spectrum data. In the study of comfortability of the seat, some rules for the seat vibration magnitude which changes with parameter-transformation have been obtained. These may be used in the future designing as reference. The calculated result are approximately equal as compared with the experimental values. The experiments were carried out on the auto testing runway at Hot-Humidity Experimental Station of Hainan.