

扰动引力场对星系激波解的影响

胡文瑞

(中国科学院力学研究所)

星系的螺旋结构可能是一种气体现象,因而应该和能够建立气体理论来解释它。用数值的方法讨论星际气体的自引力星系激波的维持^[1]和起源机制以后^[2],有必要再分析地定性研究扰动引力场对星系激波解的影响。而且,一般星系激波的研究多用数值方法^[3-5],也有必要进行一些分析讨论。

星系激波的局部方程组为^[4,6]

$$\left. \begin{aligned} \frac{(w_\eta + w_{\eta 0})^2 - a^2}{w_\eta + w_{\eta 0}} \frac{\partial w_\eta}{\partial \eta} &= 2\Omega r w_\xi + f_\eta, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} (w_\eta + w_{\eta 0}) \frac{\partial w_\xi}{\partial \eta} &= - \left(\frac{\kappa^2}{2\Omega} \right) r w_\eta, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$$(\sigma_0 + \sigma_1)(w_\eta + w_{\eta 0}) = \sigma_0 w_{\eta 0}. \quad (3)$$

方程组(1)–(3)的解是 (w_ξ, w_η, η) 三维空间的积分曲线。在文献[6]中曾普遍地把 η 看成是 w_ξ, w_η 的某种函数,定性地讨论了扰动引力场的影响。而文献[7]中对文献[6]进行讨论^[7]。他认为,空间曲线 $w_\xi = w_\xi(\eta)$ 和 $w_\eta = w_\eta(\eta)$ 的第一个关系意味着 w_η 与 η 无关,而第二个关系说明 w_ξ 与 η 无关,所以得出 η 只能是常数。把一条空间曲线论证为平面,这种结论肯定是不成立的。这种讨论的错误在于,他们把相关函数当做是独立的了。

用类似的分析方法^[6],取一类简单的引力分布来模拟气体的自引力。根据自引力激波的计算结果^[1,2],假设扰动引力与扰动密度的关系为

$$f_\eta = -\alpha(r, \theta) \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_0} \right), \quad (4)$$

其中 $\alpha(r, \theta)$ 为缓变函数,求局部解时看成常数。分布(4)大体描述了星系激波中星际气体自引力的趋势,与计算结果的趋势类似^[1,2]。利用(3)和(4)式得到

$$f_\eta = -\alpha \frac{w_\eta}{w_\eta + w_{\eta 0}}. \quad (5)$$

将(1)、(2)式相除,导出速度平面上的方程

$$\frac{dw_\eta}{dw_\xi} = - \left(\frac{2\Omega}{\kappa} \right)^2 \frac{(w_\eta + w_{\eta 0})^2 w_\xi - \left(\frac{\alpha}{2\Omega r} \right) (w_\eta + w_{\eta 0}) w_\eta}{w_\eta (w_\eta + w_{\eta 0} + a)(w_\eta + w_{\eta 0} - a)}. \quad (6)$$

方程(6)为 Abel 微分方程, $\alpha = 0$ 时可积分得到

$$w_\eta^2 - 2a^2 \ln |w_\eta + w_{\eta 0}| - \frac{2a^2 w_{\eta 0}}{w_\eta + w_{\eta 0}} + \left(\frac{2\Omega}{\kappa} \right)^2 w_\xi^2 = c; \quad (7)$$

一般情况下没有简单的积分关系。由微分方程的定性理论得到,(6)式的奇点如表 1 所示。可

本文 1979 年 9 月 1 日收到。

表 1 奇点分布表

| 奇点 $P(\omega_\xi, \omega_\eta)$ | 速度平面上奇点附近的方程 |
|---------------------------------------|---|
| $P_1(0, 0)$ | $\frac{d\omega_\eta}{d\omega_\xi} = -\left(\frac{2Q}{\kappa}\right)^2 \frac{\omega_{\eta 0}^2}{\omega_{\eta 0}^2 - a^2} \frac{\omega_\xi - A_1 \omega_\eta}{\omega_\eta}$ |
| $P_2(\omega_2, a - \omega_{\eta 0})$ | $\frac{d\omega_\eta}{d\omega_\xi} = 2\left(\frac{Q}{\kappa}\right)^2 \frac{a}{\omega_{\eta 0} - a} \frac{(\omega_\xi - \omega_2) - A_2(\omega_\eta + \omega_{\eta 0} - a)}{\omega_{\eta 0} + \omega_\eta - a}$ |
| $P_3(\omega_3, -a - \omega_{\eta 0})$ | $\frac{d\omega_\eta}{d\omega_\xi} = -2\left(\frac{Q}{\kappa}\right)^2 \frac{a}{a + \omega_{\eta 0}} \frac{(\omega_\xi - \omega_3) - A_3(\omega_\eta + \omega_{\eta 0} + a)}{\omega_\eta + \omega_{\eta 0} + a}$ |

| 特征根 | 奇点类型 | 备注 |
|---|--|--|
| $\lambda_{1,2}^{(1)} = \frac{1}{2}(A_1 \pm i\sqrt{4k_1^2 - A_1^2}), w_{\eta 0} > a,$ | $A_1 = 0$, 中心奇点; $A_1 \neq 0$, $\begin{cases} 2k_1 > A_1, \text{焦点;} \\ 2k_1 < A_1, \text{结点.} \end{cases}$ | $A_1 = \frac{a}{2Qr\omega_{\eta 0}},$ $k_1^2 = \left(\frac{2Q}{\kappa}\right)^2 \frac{\omega_{\eta 0}^2}{\omega_{\eta 0}^2 - a^2},$ $k_2^2 = -k_1^2.$ |
| $\lambda_{1,2}^{(2)} = \frac{1}{2}(A_1 \pm i\sqrt{A_1^2 + 4k_1^2}), w_{\eta 0} < a,$ | 鞍点 | |
| $\lambda_{1,2}^{(3)} = \frac{1}{2}(-A_2 \pm i\sqrt{A_2^2 + 4k_2^2}), w_{\eta 0} > a)$ | 鞍点 | $w_2 = \frac{\alpha}{2Qr} \frac{a - \omega_{\eta 0}}{a},$ $A_2 = \frac{\alpha\omega_{\eta 0}}{2Qra^2},$ |
| $\lambda_{1,2}^{(4)} = \frac{1}{2}(-A_2 \pm i\sqrt{4k_2^2 - A_2^2}), w_{\eta 0} < a)$ | $A_2 = 0$, 中心奇点; $A_2 \neq 0$, $\begin{cases} 2k_2 > A_2, \text{焦点;} \\ 2k_2 < A_2, \text{结点.} \end{cases}$ | $k_3^2 = 2\left(\frac{Q}{\kappa}\right) \frac{a}{\omega_{\eta 0} - a},$ $k_4^2 = -k_3^2.$ |
| $\lambda_{1,2}^{(5)} = \frac{1}{2}(-A_3 \pm i\sqrt{A_3^2 + 4k_3^2}), w_{\eta 0} + a > 0)$ | $A_3 = 0$, 中心奇点; $A_3 \neq 0$, 焦点 | $w_3 = \frac{\alpha}{2Qr} \frac{a + \omega_{\eta 0}}{a},$ $A_3 = \frac{\alpha\omega_{\eta 0}}{2Qra^2},$ $k_5 = 2\left(\frac{Q}{\kappa}\right) \frac{a}{a + \omega_{\eta 0}}$ |

以讨论(6)式积分曲线的走向。有三条奇异线:

$$\omega_\eta + \omega_{\eta 0} = 0, \quad \omega_\eta + \omega_{\eta 0} = a, \quad \omega_\eta + \omega_{\eta 0} = -a. \quad (8)$$

沿积分曲线跨越此奇异线时,走向改变方向。典型的速度平面积分曲线如图 1 所示。

$|w_{\eta 0}| < a$ 时,所有积分曲线都不能光滑地跨过声速奇异线,不存在稳定的定常周期解。

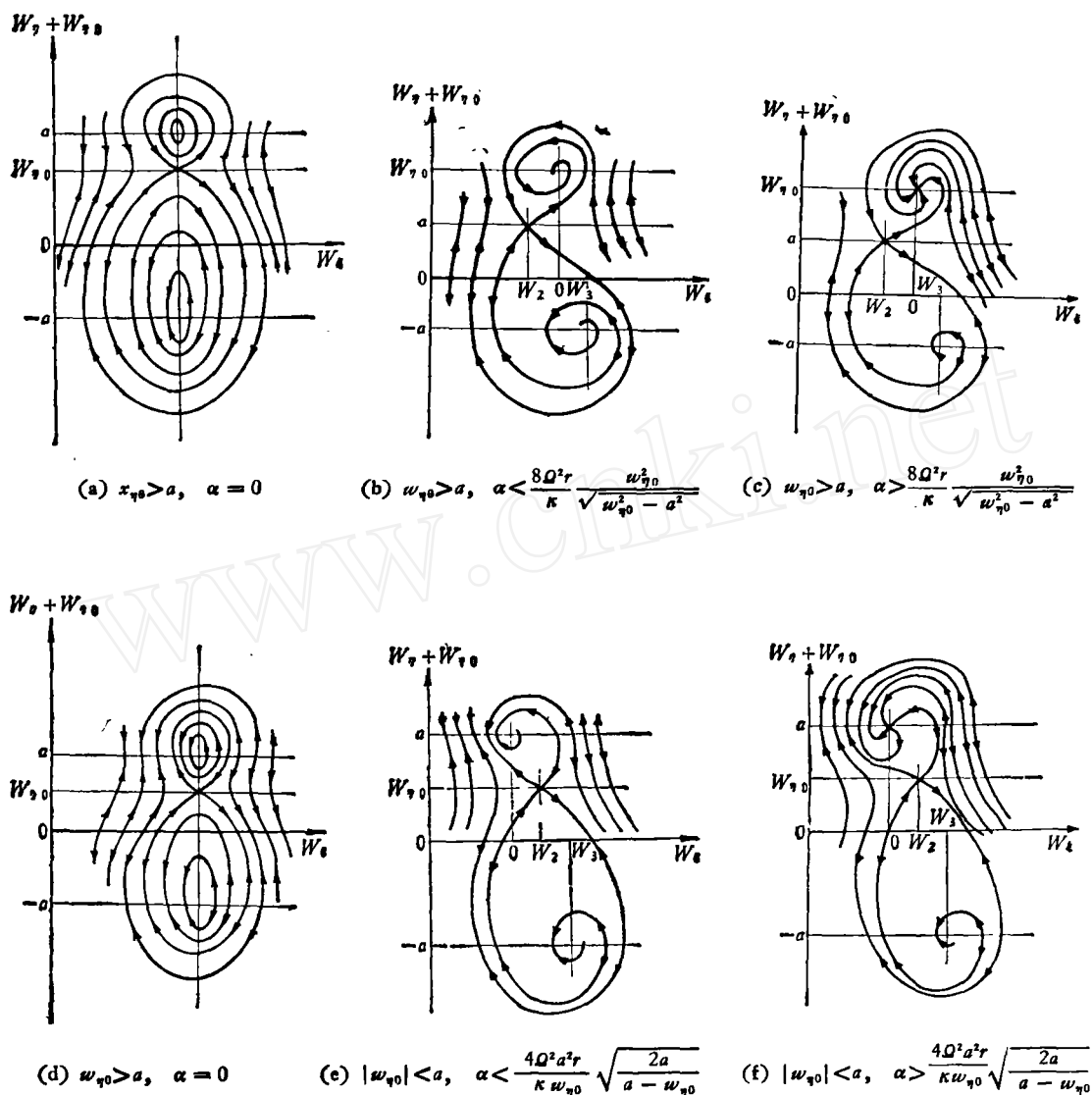


图1 速度平面上典型的积分曲线族

对 $|\omega_{\eta 0}| > a$ 的情况,图 2 给出了通过鞍点的积分曲线,以及可能的激波间断(图 2a, b)。当扰动场较强时(图 2c),可能不存在激波解,但存在跨声速流。这些定性分析的结果与计算结果^[2,2]很类似。另一方面, $\alpha = 0$ 时得到的是准确解,是近似关系(5)的极限情况。这些都表明,近似假设(4)是比较合理的。

回到物理平面,可求出完整的激波解。 $\alpha = 0$ 时,经过 P_1 点的积分曲线为

$$\omega_{\xi} = \pm \left(\frac{\kappa}{2\Omega} \right) \left[(\omega_{\eta 0} - a)^2 - 2a\omega_{\eta 0} - \omega_{\eta}^2 + 2a^2 \frac{\omega_{\eta 0}}{\omega_{\eta} + \omega_{\eta 0}} + 2a^2 \ln \left| \frac{\omega_{\eta 0} + \omega_{\eta}}{a} \right| \right]^{1/2}. \quad (9)$$

再由(1)或(2)就求出 η 与 ω_{ξ} 和 ω_{η} 的关系,如图 3 所示,有引力场时与图 3 定性相似。由此可见,扰动引力场并不是产生星系激波的必要条件。不少密度波理论认为,扰动恒星引力场有一

个阈值,只有大于此阈值后才可能存在星系激波的双周期解^[4,5]。这个计算结果是对固定的图样速度而言的。事实上,图样速度 Ω_p 也有一个阈值。对于固定的扰动引力场,只要图样速度小于该阈值,就存在双周期的星系激波解。在扰动引力场为零时,临界图样速度约为7公里/秒·千秒差距。可以证明,只要星际气体密度在旋臂内外的反差足够大,就只能和必定会存在这种星系激波解。

人们还用星系激波方程去研究恒星密度波解的稳定性^[5,6,8]。分析^[6,8]和计算^[9]都发现,恒星密度波有非常迅速增长的不稳定性。我们可以把无扰动引力场时的解看做是扰动引力场很弱时的极限情况。由于恒星的等效声速很高,在星系盘的主要区域中都满足条件

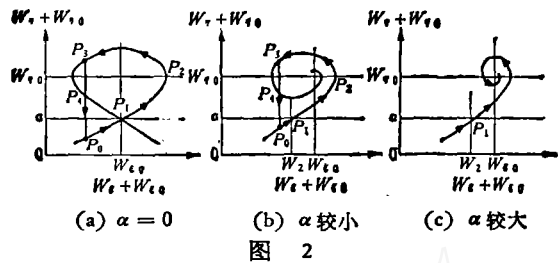


图 2

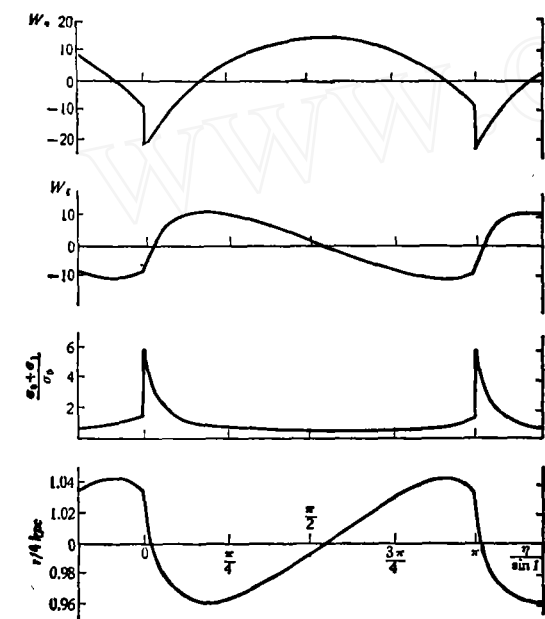


图 3

$|w_{\eta 0}| < a$, 即图 1d 的情况。这时的基态点 $(w_{\xi}, w_{\eta}) = (0, 0)$ 为鞍点,它周围的周期解是不稳定的。我们可以特别去讨论中性密度波,但不能认为这种波必然是稳定的,因为人们已经广泛地研究了不稳定的离散波,其发展速率都相当快。最近,有的数值计算得到与渐近分析方法相当一致的结果^[10]。但是,这些计算是线性的,而且对方程和引力势都作了许多限制。因而得到与完整的二维不定常计算结果^[9]不同的结论。

本文用分析的方法讨论了气体扰动引力场对星系激波的影响。当然,激波会耗散能量,必须有能量不断补充。由于激波后面气体压缩,触发年青的恒星形成,并释放大量的能量。所以,星系激波相当于有热源不断供应的爆震波。年青恒星提供的热能足以补偿激波的耗散。

这些结果表明,可以用气体理论来解释星系螺旋结构现象。它认为螺旋结构实质上是星际气体自引力星系激波的宏图。这种理论没有缠卷困难,而且是自持和稳定的^[11]。

参 考 文 献

- [1] 胡文瑞、敖超, 1977 年全国天文学会议文集, 科学出版社(即将出版)。
- [2] 胡文瑞、敖超, 中国科学, 1980, 1: 40。
- [3] Fujimoto, M., in *Non-stable Phenomena in Galaxies, IAU symp.*, 29 (1968), 453.
- [4] Robert, S. W. W., *Astrophys. J.*, 158 (1969), 123.
- [5] Shu, F. H. et al., *Astrophys. J.*, 183 (1973), 819.
- [6] 胡文瑞, 科学通报, 22 (1977), 76。
- [7] 戴德成, 天文学报, 20 (1978), 144。
- [8] 秦元勋、王联、王慕秋、胡文瑞, 科学通报, 24 (1979), 746。
- [9] 秦元勋、刘尊全、胡文瑞, 科学通报, 24 (1979), 606。
- [10] Pannatoni, R. F. & Lau, Y. Y., *Proc. Natl. Acad. Sci. USA*, 76 (1979), 4.