

# 复合材料断裂力学\*

中国科学院力学研究所 张双寅

## 一、前言

纤维复合材料是当前工程结构材料中比强度、比刚度最大的材料。因而它在航空与宇航部门受到极大的重视。近年来,由于能源问题愈来愈严重,要求改善燃料经济性,并且增加纯载重重量,更增加了使用高性能纤维复合材料的迫切性。此外陆上运输行业(包括汽车和火车)、舰船、高速机械、电工器材乃至民用设备等等,都已开始使用复合材料,促使其产量大幅度增加。特别是高性能纤维的生产成本急剧下降,是复合材料应用量增加的最重要原因。以汽车工业为例,可能使用复合材料时第一次费用较贵,但考虑到寿命长,燃料省等因素,其总经济效果是合算的。

复合材料用量的增加,促进了复合材料力学的大发展。为保证复合材料使用的可靠性,必须解决其破坏规律及强度准则问题。因此复合材料断裂力学就成为大家最关心的研究课题之一。

众所周知,线弹性断裂力学对预示均质各向同性材料的断裂规律取得了极大的成功。但是对于纤维复合材料这样的非均质各向异性材料,线弹性断裂力学只对极有限的情况适用,即裂纹处于材料的对称面内,并且裂纹开裂方向必须是共线(或共面)的。对于其他情况,线弹性断裂力学是失败的。这是因为,纤维复合材料的断裂现象是依赖于纤维角度,铺层顺序和组分材料及其界面的本构关系等许多因素,断裂形式极为复杂。十几年来各国复合材料力学工作者作了大量工作。本文对复合材料断裂力学的研究现状和发展趋势进行简要评述,供从事这方面工作的同行们参考。

## 二、断裂力学基本理论概述

### 1. 几个基本概念

断裂力学是研究包括裂纹起始和扩展两个过程的学科。它所依据的基本原理是,在裂纹扩展过程中,给物体施加的外力功,必须抵偿物体应变能增加和产生新裂纹面所需的表面能:

$$dW \geq dU + \gamma_s dA \quad (1)$$

其中  $W$  为外力功;  $U$  是应变能,  $\gamma_s$  是形成新裂纹面时,单位面积所需的能量即表面能;  $dA$  为裂纹表面积增量。

如果假定,除了裂纹顶端附近极小的一区域内发生不可逆形变外,其他整个物体均处于

\* 1980年5月12日收到。

可恢复的弹性形变状态, 则式(1)可改写成为

$$\frac{dW}{dA} - \frac{dU}{dA} \geq \frac{dU'}{dA} + \nu \quad (2)$$

这里 $U$ 是可恢复的应变能;  $U'$ 是不可恢复的变形能, 它只发生于裂纹尖顶很小的区域内。式(2)的左端就是能量释放率 $G$ , 即产生每单位裂纹面时释放的能量; 它是所加载荷、物体几何形状及裂纹开裂方向的函数。方程右端是材料常数, 临界能量释放率 $G_c$ 。式(2)可写成

$$G \geq G_c \quad (3)$$

这就是说, 当裂纹尖顶提供的能量释放率达到材料的临界值时裂纹开裂。能量释放率 $G$ 可以由实验方法测定。对于给定的物体形状和裂纹方向, 在给定的载荷条件下测得无限小裂纹增长时的外力功与应变能改变。这就是Irwin的柔度法<sup>(1)</sup>。

对线弹性各向同性体, 在 $x-z$ 平面内包含一个穿透裂纹, 其 $z$ 向厚度足够大而保证平面应变状态, 垂直裂纹的应力分量的分布为

$$\sigma_y = \frac{K_I}{(2\pi r)^{\frac{1}{2}}} \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \quad (4)$$

$y$ 方向上的位移分布为

$$v = \frac{K_I [2(1+\nu)]}{E} \left( \frac{\nu}{2\pi} \right)^{\frac{1}{2}} \sin \frac{\theta}{2} \left( 2 - 2\nu - \cos^2 \frac{\theta}{2} \right) \quad (5)$$

其中 $K_I$ 是I型应力强度因子,  $E$ 是杨氏模量,  $\nu$ 是泊松比。无穷小共线裂纹扩展所释放的应变能正好与无穷小裂纹表面增量 $\Delta a$ 闭合所增加的应变能相等, 即

$$G_I = \lim_{\Delta a} \frac{2}{\Delta a} \int_{a+\Delta a}^a \frac{1}{2} \sigma_y v dr \quad (6)$$

积分后, 取极限可以得到

$$G_I = \frac{K_I^2}{E} (1 - \nu^2) \quad (7)$$

对于平面应力情况,

$$G_I = K_I^2 / E \quad (7a)$$

许多人对各种载荷型式、裂纹长度和物体形状的应力强度因子进行了研究。最典型的情况是当一个板状物体受均匀拉伸, 在中间有一个长为 $2a$ 的垂直拉伸方向的穿透裂纹, 其应力强度因子

$$K = \sigma \sqrt{a} Y \quad (8)$$

$Y$ 是物体的几何参数, 依赖于试样尺寸与裂纹长度。线弹性断裂力学的一个极大的成功在于它能将裂纹顶端的单一参数——应力强度因子 $K$ 与物体的整体能量平衡参数 $G$ 建立对应关系, 这就是公式(7), (7a)给出的。因此当裂纹顶端的 $K$ 值达到 $K_c$ 时裂纹开始扩展,  $K_c$ 称为断裂韧度。断裂应力由下式给出:

$$\sigma_I = \frac{K_c}{\sqrt{a} Y} \quad (9)$$

对于单裂纹情况,  $Y = \sqrt{\pi}$ ; 对于理想脆性材料,

$$G = 2\gamma. \quad (10)$$

式中  $\gamma$  是每个裂纹面的表面能。由表面能表示断裂应力为

$$\sigma_I = \left( \frac{2E\gamma_c}{\pi a} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (11)$$

## 2. 各向异性断裂力学

纤维复合材料不同于常规各向同性材料, 其一是它的各向异性性质; 其二是它的非均质性, 它是二相材料。作为一种近似, 有人在考虑断裂问题时忽略其第二个特点, 只考虑其各向异性的本构特征, 建立各向异性断裂力学。

均匀各向异性材料的本构关系可以写为

$$\sigma_i = Q_{ij} \varepsilon_j \quad (12)$$

假定我们所研究的对象是单向连续纤维复合材料板, 它有两个主方向, 即平行纤维方向与垂直纤维方向。这是一种特殊的正交各向异性材料, 即横观各向同性材料(在垂直纤维的平面内材料各向同性)。平面应力情况下, 式(12)化为

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{21} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} \quad (13)$$

下标1, 2分别为纤维方向和垂直方向。式(13)中刚度矩阵系数与工程常数之间的关系为

$$\begin{aligned} Q_{11} &= \frac{E_{11}}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} & Q_{22} &= \frac{E_{22}}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \\ Q_{21} = Q_{12} &= \frac{\nu_{21}E_{11}}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} = \frac{E_{22}\nu_{12}}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \\ Q_{66} &= G_{12} \end{aligned} \quad (14)$$

对于一个均质正交各向异性线弹性板, 当裂纹处于一个对称面内时, 其能量释放率<sup>(2)</sup>为

$$\begin{aligned} G = G_I + G_{II} &= \left( \frac{S_{11}S_{22}}{2} \right)^{\frac{1}{2}} \left[ \left( \frac{S_{22}}{S_{11}} \right)^{\frac{1}{2}} + \frac{2S_{12} + S_{66}}{2S_{11}} \right]^{\frac{1}{2}} \\ &\quad \left[ K_I^2 + \left( \frac{S_{11}}{S_{22}} \right)^{\frac{1}{2}} K_{II}^2 \right] \end{aligned} \quad (15)$$

其中  $S_{ij}$  为下式中的柔度系数:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & 0 \\ S_{21} & S_{22} & 0 \\ 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} \quad (16)$$

这里  $S_{11} = 1/E_{11}$ ,  $S_{22} = 1/E_{22}$ ,  $S_{12} = -\nu_{12}/E_{11} = -\nu_{21}/E_{22}$ ,  $S_{66} = 1/G_{12}$  (17)

对各向同性材料,  $S_{11} = S_{22} = 1/E$ ,  $S_{12} = -\nu/E$ ,  $S_{66} = 1/G$ 。

简言之, 对均质正交各向异性线弹性材料, 式(15)建立了共线扩展裂纹的应力强度因子与能量释放率之间的关系。至于应力强度因子表达式(9), 只要对试样尺寸实验标定系数  $Y$  做一点修正即可, 这是由于各向异性引起了裂纹区与自由边界之间的相互作用大小不同造成的。定义

$$H = K_I / (\sigma \sqrt{a} Y) \quad (18)$$

有人对各种对称成角铺层层板，使用数值方法计算了 I 型的  $H$  值。发现对于双边裂纹和中心裂纹的成角铺层试样  $H$  值在 0.945 与 1.164 之间。

尽管有人宣称各向异性断裂力学能用来解决复合材料断裂问题，但实际上复合材料的断裂现象极为复杂。均质模型可以解决的问题极为有限。所以必须考虑不均匀性对断裂行为的影响。

### 三、复合材料的断裂型式

如同金属材料一样，复合材料的断裂首先是由材料中固有的微小缺陷开始的。这些缺陷可能是纤维断口、树脂中的孔洞、树脂富集区、乱排列的纤维或纤维与基体的脱胶界面等。这些缺陷的多少依赖于工艺质量。众所周知，纤维的缺陷是随机分布的，纤维越长，它在某处产生破断的机率就越大。因此，一般来说，复合材料在很低的载荷作用下就会有纤维断裂。在载荷作用下树脂内的孔洞逐渐扩大。随着载荷增加，纤维断头越来越多，与树脂中的空穴逐渐联合，最后导致大尺度的界面破坏，直至断裂。图 1 绘出了发生于复合材料断裂过程中的各种断裂型式：1 是脆性纤维与脆性基体系统的断裂特征；2 是弱结合面情况下，纤维破断后从基体中抽出 (pull-out) 的特征；3 表示主裂纹跨过纤维，而纤维不受损伤，构成裂纹桥的型式，这种情况多发生于纤维的断裂应变大于基体的断裂应变的时候；4 是基体的微裂纹跨过纤维构成微小裂纹桥；5 表示纤维的韧性断裂；6 是纤维在某缺陷处断开，使基体产生微小银纹 (或称塑性应变分布)；7 是主裂纹的顶端由于  $\sigma_x$  引起的基体塑性分布；8 是剪应力  $\tau_{xy}$  影响下塑性剪应变分布；9 是  $\sigma_x$  作用下基体内或界面内的纵向裂纹；最后，虚线 10 表示的范围是一个层间剪切破坏区域，就是图示的这层与相邻的一层偏轴铺层材料之间层间剪切破坏区。

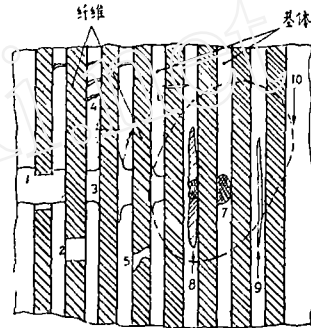


图 1 纤维复合材料的各种断裂型式  
1 脆性断裂 2 抽丝 3 裂纹桥  
4 微裂纹 5 纤维韧性断裂 6 纤维在缺陷处断开 7 主裂纹顶端基体塑性区 8 引起界面破坏的剪应变分布 9  $\sigma_x$  作用下的纵向裂纹 10 层间剪切破坏区

以上这些断裂型式并非所有断裂过程都存在的，而是对于某一特定的复合材料，其占优势的断裂型式只是其中的一种或几种。每种断裂型式对断裂韧度的贡献大小和机制都是不同的。第五节我们将讨论一些断裂过程的能量吸收模型和数学表达式。

### 四、复合材料的断裂表面能

第二节中我们提到，对于纯脆性材料，2 倍断裂表面能与能量释放率相等 [见式 (10)]。可见断裂表面能是表征材料断裂行为的重要物理量。有人试验测定了许多单一和复合材料的断裂表面能<sup>(3)</sup>。表 1 列出了某些单一材料的断裂表面能。

单向纤维增强复合材料很容易沿纤维方向产生开裂。平行纤维的裂纹张开断裂表面能近

似等于或稍微小于表 1 所列的单一基体材料的断裂表面能。对于多层交叉铺层的复合材料，存在层间开裂的倾向，这时的表面能也基本上等于表 1 中的数据。

表1 某些材料的断裂表面能

材 料	表面能 $\gamma_s(\text{J}/\text{m}^2)$	材 料	表面能 $\gamma_s(\text{J}/\text{m}^2)$
杜拉铝	$1.4 \times 10^5$	环 氧	$3.3 \times 10^2$
铜	$5 \times 10^4$	聚 酯	$2.2 \times 10^2$
钢 (Keysteel)	$5 \times 10^4$	碳 (石墨)	50—100
柚 木	$6 \times 10^3$	多晶铝	40
铸 铁	$4 \times 10^3$	多晶镁	10
聚苯乙烯	$1 \times 10^3$	玻 璃	4
有机玻璃	$5 \times 10^2$		

当裂纹横向（垂直纤维）扩展时，照理可以通过混合律算得复合材料的表面能。例如，百分之四十的碳纤维增强环氧树脂的复合材料，根据表 1 中的数据，其表面能应为

$$(0.4 \times 70 + 0.6 \times 330) \text{ J}/\text{m}^2 = 0.23 \text{ kJ}/\text{m}^2$$

然而由于下节要讨论的原因，这个数据却比实测数据小了 1—2 个量级。

表 2 列出了几种常见复合材料的断裂表面能。从表 2 数据可以看出，上述例子的复合材料表面能是 2.5—23 kJ/m<sup>2</sup>。

表2 一些纤维复合材料的表面能 (J/m<sup>2</sup>)

纤维型号	纤维体积比 (%)	基 体	断裂表面能	测试方法	理 论 模 型
碳RAE1型 (高模)表面未处理	40	环氧树脂	$2.3 \times 10^4$	断裂功	抽 丝 (pull-out)
碳RAE1型 (高模)表面处理	40	环氧树脂	$2.5 \times 10^3$	断裂功	抽 丝
碳RAE1型 (高模)表面处理	40	玻 璃	$3 \times 10^3$	断裂功	抽 丝
硼	66	环氧树脂	$1.8 \times 10^4$	断裂功	脱胶(debonding)
			$3.3 \times 10^4$	线弹性断裂力学	应力重新分布
			$7.9-1.8 \times 10^4$	柔度法	
硼	50	铝	$7.8 \times 10^4$	线弹性断裂力学	脱 胶
硅	66	环氧树脂	$1.3 \times 10^5$	断裂功	脱 胶
玻 璃	70	环氧树脂	$1.3 \times 10^5$	断裂功	脱 胶

## 五、几个能量吸收过程

表2中所列的复合材料断裂表面能，比由单一材料表面能根据简单混合律关系算得的表面能大很多。这是由于复合材料是非均匀材料，在断裂过程中发生了一些吸收能量很多的物理过程。

表3中给出了5种能量吸收的理论模型和能量公式。

表3 能量吸收的理论模型

模 型	能量吸收公式	模 型	能 吸 量 收 公 式
抽 丝	$\frac{v_f \sigma_f l_c^2}{12l} \quad (l > l_c)$	应力重新分布	$\leq \frac{v_f \sigma_f l_c}{6E_f}$
	$\frac{v_f \sigma_f l^2}{12l_c} \quad (l < l_c)$	基体裂纹桥	$\frac{2v_f r \sigma_f^2}{\tau_i E_f} \times \frac{(1+v_f)(1-2\nu_f)}{12(1-\nu_f)}$
脱 胶	$\frac{v_f \sigma_f^2 y}{4E_f}$	基体塑性变形	$\frac{(1-\nu_f)^2}{v_f} \times \frac{\sigma_m r}{\tau} \times U$

- $v_f$  纤维体积比
- $\sigma_f$  纤维极限拉伸强度
- $E_f$  纤维杨氏模量
- $\nu_f$  纤维泊松比
- $\tau_i$  纤维与基体界面剪切强度
- $\sigma_m$  基体极限拉伸强度
- $l_c$  临界传力长度 =  $\sigma_f r / \tau_i$ ,  $r$  纤维半径
- $y$  脱胶长度

### 1. 抽丝 (pull-out)

这个理论是Cottrell<sup>(4)</sup>和Kelly提出的。原理是由于纤维断口并不与裂纹面重合，要把埋入基体中的纤维抽出来，试样才会断开。在抽出纤维过程中要消耗能量。假定：(a)纤维断头是随机分布的；(b)在抽丝过程中纤维与基体间的初始剪应力保持不变；(c)忽略在这过程中基体产生的塑性流动。这时断裂比功的公式为

$$R_{\text{抽}} = \frac{v_f \sigma_f l_c}{12} = \frac{v_f \sigma_f^2 d}{24\tau} \quad (19)$$

其中 $v_f$ ,  $\sigma_f$ ,  $d$ 分别为纤维的体积比，断裂强度和直径， $\tau$ 是纤维与基体间的剪切强度。 $l_c$ 是纤维的临界传力长度， $l_c = \sigma_f d / (2\tau)$ 。

这个理论成功地预示了钨丝增强铜复合材料的断裂韧度。

### 2. 脱胶 (debonding)

Outwater与Carnes<sup>(5)</sup>在1967年针对玻璃纤维/树脂体系提出这个理论。由于玻璃纤维的断裂应变比基体的断裂应变大，在基体材料开裂之后玻璃纤维继续拉长，造成纤维与基体脱胶。这个过程一直进行到纤维断裂为止。纤维拉长的附加应变能就是这个脱胶功的来源。其数学公式如下：每根纤维的附加应变能为

$$A = \frac{1}{2} \frac{\sigma^2}{E_f} \left( \frac{\pi d^2}{4} L \right)$$

又根据纤维的体积百分含量的定义  $v_f = N \pi d^2 / (4A)$ ,  $A$  是试样截面积,  $N$  是纤维根数, 于是  $N$  根纤维的附加应变能为  $\sigma^2 L v_f A / (2E_f)$ , 在应力  $\sigma$  达到  $\sigma_f$  时, 单位断裂面上的能量消耗为

$$R_{\text{脱}} = \sigma_f^2 v_f L / (2E_f) \quad (20)$$

表 3 所列之值为上式的 1/2, 是表面能的数值。

### 3. 应力重新分布 (stress redistribution)

Piggott<sup>(6)</sup> 和 Ritz-Randolph<sup>(7)</sup> 提出了另外一个能量吸收机制, 就是在纤维断裂后, 应力重新分布的机制。他们认为在纤维断裂之前, 基体基本上不受力, 在纤维突然断开之后; 纤维所承受之力重新分布在基体上。纤维损失的应变能就是断裂功:

$$R_{\text{重}} = \frac{v_f \sigma_f^2 l_c}{3E_f} = \frac{v_f \sigma_f^3 d}{6E_f \tau} \quad (21)$$

### 4. 裂纹桥 (crack-bridging)

随着基体裂纹的张开, 纤维与基体之间的相对位移克服界面剪应力而做功。这与抽丝的机制相似。此外当纤维突然断裂之时, 储存在纤维中的能量要传到基体中去。这二者结合起来导致表 3 中给出的“裂纹桥”的表面能。

### 5. 基体塑性变形

当脆性纤维粘结在韧性基体中时, 常常在裂纹前缘纤维产生断裂, 基体产生塑性变形, 然后产生局部颈缩到最后全部断开。这样表面能决定于使单位体积的基体产生塑性变形直到断裂所需之功。

以上几个机制只能看成是准定量的, 且只对某些特定复合体系有效。但是有一个共同的特点, 纤维与基体材料结合强度越大, 断裂表面能就愈小。以上理论模型的适用性都有很大局限性, 使用时要特别当心。原因是: (i) 它们都是单纤维模型的一维线性处理的结果, 忽略了裂纹顶端复杂应力状态对纤维、基体及其界面强度的影响; (ii) 表 3 中各公式里出现的材料参数均为从块状试样实测得到的, 它与实际复合材料中的实际值有差别, 这是因为加工过程很不相同造成的; (iii) 总断裂表面能因各断裂型式发生的顺序不同而有差异, 反过来这个断裂顺序又受材料构成、裂纹与载荷方向的影响, 因此不能简单地叠加这些机制所对应的表面能来计算复合材料的总表面能; (iv) 对于多层板, 各种能量吸收机制将主要在某些层内起作用, 它依赖于这些层材料的主方向与载荷型式。

尽管有如上这些问题, 细观力学分析结果还是有价值的, 它主要在于, 提供了关于纤维体积比、纤维直径、纤维和基体及其界面强度等参量对复合材料断裂韧度的贡献。对某些机制占主导的材料, 可以对其断裂表面能给出定量的估计。

## 六、复合材料线弹性断裂力学理论

尽管纤维复合材料具有公认的不均匀性, 还是有不少人发展了关于复合材料的线弹性断裂力学理论, 其主要论据是认为除裂纹顶端存在一个很小的非均匀区之外, 绝大部分材料是均匀的, 各向异性的, 并且具有线弹性性能。于是认为在裂纹以共线扩展的形式开始扩展

时, 由试验测定或分析计算得到的断裂韧度或能量释放率是有意义的材料性质。同时假定裂纹顶端的损伤区足够小, 它不会与自由边互相影响; 另外对于特定的层板试样形状和载荷条件必须使用经验的标定系数。

### 1. 非共线扩展特性

可以认为裂纹的非共线扩展是复合材料裂纹扩展的共同特性。Cook和Gordon<sup>(8)</sup>分析了单向增强材料, 他们注意到材料在横向裂纹顶端有一个剪应力集中区, 它会引起材料从裂纹顶端产生纵向撕裂, 因为材料在平行纤维方向上有弱强度平面。这种撕裂减少了裂纹顶端的应力集中系数。有人把这个趋向说成是对裂纹的不敏感性, 其实这个现象说明材料对于顺纤维方向的裂纹有更加敏感的特性罢了。对于这个撕裂型占主导的材料, 其纵向拉伸强度与层间剪切强度之比必须超过某一特定值, 它依赖于各向异性的程度。例如对于高各向异性材料碳纤维增强树脂, 其比值高达11才能使材料在纵向撕裂<sup>(9)</sup>。Tirosh<sup>(10)</sup>使用J积分方法, 估算了单向玻璃纤维增强树脂的纵向撕裂长度, 其半长度的表达式为

$$R_p = A(\sigma/\tau_0)^2 c \quad (22)$$

其中 $\tau_0$ 是基体剪切强度,

$$A = \frac{G_{12}}{(E_{11}E_{12})^{1/2}} \frac{\pi}{4\sqrt{2}} [(E_{11}/E_{12})^{1/2} + E_{11}/(2G_{12}) - \nu_{12}]^{1/2}$$

这个结果提出撕裂长度与基体剪切强度的平方成反比。

### 2. 集中能量区模型

Waddoups<sup>(11)</sup>等人研究了有孔和裂纹的碳纤维环氧复合材料, 他们假定在裂纹顶端有一个长为 $a$ 的集中能量区, 断裂韧度参数 $K_{Ic}$ 表示为

$$K_{Ic} = \sigma[\pi(L+a)]^{1/2} \quad (23)$$

其中 $L$ 是裂纹的半长度。裂纹扩展的临界应力为

$$\sigma_c = \frac{K_{Ic}}{[\pi(L+a)]^{1/2}} \quad (24)$$

当 $a$ 为零时, 与公式(9)完全相同。

$K_{Ic}$ 与 $a$ 由一些试验数据来拟合。所得公式可以很好地预计其他裂纹尺寸的临界应力 $\sigma_c$ 。

Whitney<sup>(12)</sup>和Nuismer<sup>(13)</sup>利用应力集中的概念研究了无穷大板中有圆孔的情况, 他们得到的结论是对于大孔与小孔有相同的应力集中系数; 二者不同之处在于小孔周围应力分布梯度很大, 高应力区非常靠近孔边缘; 而大孔情况, 应力梯度小, 虽然最大应力二者相同, 都在孔边缘上。这可以解释为什么大孔的情况强度小于小孔的强度。由于大孔附近的材料缺陷有更大的可能与高应力重合。

### 3. 复合型共面扩展裂纹的相关关系

Wu<sup>(14,15)</sup>研究了单向纤维复合材料, 裂纹在纤维方向, 共面扩展情况。他提出当裂纹处于对称面内载荷有对称分量与反对称分量组成的情况或裂纹、是斜裂纹载荷是对称的情况下, 断裂准则满足下式:

$$\left(\frac{K_{Ic}}{K_{Ic}}\right)^2 + \left(\frac{K_{IIc}}{K_{IIc}}\right)^2 = 1 \quad (25)$$



这个式子对于单向玻璃纤维增强树脂材料在混合型载荷作用下裂纹沿纤维方向开裂的试验, 得到证实。对于多层板含有斜裂纹时 Spencer 和 Barnby<sup>(16)</sup> 提出了如下断裂准则表达式:

$$\left(\frac{K_I}{K_{Ic}}\right)^m + \left(\frac{K_{II}}{K_{IIc}}\right)^n = 1 \quad (26)$$

其中  $m, n$  由复合材料断裂试验来决定。

以上叙述的理论都包括两个或多个必须由试验来决定的经验参数。虽然这些参数的物理意义不清楚, 但从实用观点看, 这些理论为设计工作者提供了对于有裂纹材料满足设计容限的设计方法。

#### 4. 多层板能量释放率叠加原理和每层厚度的影响

Cruse<sup>(17)</sup> 提出, 层板复合材料的共面裂纹扩展时的能量释放率是各层断裂时的能量释放率的简单叠加:

$$G_o = \sum_{i=1}^N G_{o,i} t_i / T \quad (27)$$

$G_o$  与  $G_{o,i}$  是层板与每层材料的能量释放率。  $t_i/T$  是每层厚度与总厚度之比。这个理论只被一组实验数据证实。他只实验了碳纤维环氧 (0/±45/90), 复合材料, 其正确性需要更多的试验结果证实。

Mandell<sup>(18,19)</sup> 等人研究了层板复合材料每层厚度与断裂强度因子的关系。他们指出当层数不变时, 断裂强度因子  $K_o$  随着每层材料变厚而增大:

$$K_o[(0)_m/(90)_m] > K_o[(0/90)_m] \quad (28)$$

这个理论与式 (27) 有矛盾。

对式 (28) 的一个解释是每层厚度改变时, 相邻层对该层裂纹顶端损伤区的影响就不同。

#### 5. 断裂曲面 (或称强度向量)

Wu<sup>(15)</sup> 利用连续介质力学方法研究了裂纹非共面开裂的情况, 提出了预示开裂和开裂方向的理论。他指出当材料的断裂曲面  $F$  与外载作用下应力向量曲面  $S$  相交, 决定开裂及其方向。

断裂曲面  $F$  (或称强度向量) 由多项式断裂准则决定, 即

$$F = F_1 \sigma_1 + F_2 \sigma_2 + F_{11} \sigma_1^2 + 2F_{12} \sigma_1 \sigma_2 + F_{22} \sigma_2^2 + F_{66} \sigma_6^2 \leq 1 \quad (29)$$

式 (29) 与各向异性材料的 Mises 屈服准则相似。

应力向量  $S$  由计算得到, 计算距裂纹顶点  $r_c$  处的应力分布,  $r_c$  是裂纹顶端损伤区, 可以看成是材料常数。图 2 给出了一个例子, 说明了单向玻璃纤维环氧材料的裂纹开裂的临界方向并不是  $S$  的最大值的方向。

Sih 和 Chen<sup>(20)</sup> 使用能量密度的概念处理了非共面裂纹扩展的开裂条件与开裂方向问题。他们也假定在裂纹顶端存在一个半径为  $r_c$  的损伤核, 在这个核区之外材料看成是均质正交各向异性连续

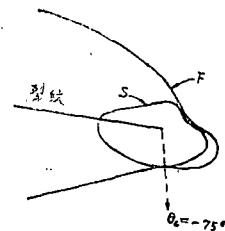


图 2 应力向量与强度向量曲线  
单向玻璃纤维/环氧复合材料  
复合型载荷  $\tau_{\infty}/\sigma_{\infty} = 1$   
裂纹顶端损伤核  $r_c = 2\text{mm}$   
开裂方向并非应力向量最大处

体。在  $r = r_0$  处应变能密度是

$$\bar{S} = b_{11}k_1^2 + 2b_{12}k_1k_2 + b_{22}k_2^2 + b_{33}k_3^2 \quad (30)$$

其中  $b_{11}$ ,  $b_{12}$ ,  $b_{22}$  和  $b_{33}$  是  $\theta$  的函数, 是材料常数。参看图 3。裂纹扩展方向准则是

$$\text{在 } \theta = \theta_0 \text{ 处, } \frac{\partial \bar{S}}{\partial \theta} = 0 \quad (31)$$

开裂条件是

$$\theta = \theta_0 \text{ 时, } \bar{S} = \bar{S}_c \quad (32)$$

$\bar{S}_c$  是临界应变能密度值。

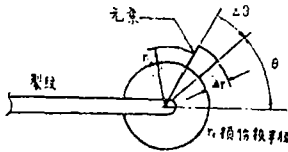


图 3 裂纹、损伤核与核外元素

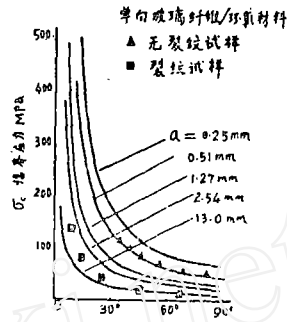


图 4 临界应力与裂纹角关系

Sih 和 Chen 做了一批单向玻璃纤维-环氧复合材料的试验。分析结果与试验结果的对比绘于图 4 上。可以看出裂纹扩展的临界应力之值是外力与纤维方向夹角  $\beta$  的函数。对于无裂纹试样的测试结果, 与有半裂纹长度  $a = 0.51\text{mm}$  的试样分析所得曲线吻合得很好, 说明复合材料总有一些内在缺陷, 例如基体气泡或微裂纹存在。在  $\beta < 30^\circ$  时分析结果与试验结果差别较大。

## 七、复合材料的疲劳特性和疲劳断裂过程

纤维复合材料具有与金属材料非常不同的疲劳性能。Waddoups<sup>(11)</sup> 等人对无缺口和有不同缺口的碳/环氧(0/90)层板复合材料做了疲劳试验, 试验结果列于表 4。可以看出在经过疲劳循环之后缺口试件的剩余强度比未循环时的强度反而提高了。并且可以看出有缺口的材料其静强度有所降低, 但经疲劳循环之后的剩余强度, 有缺口与无缺口情况有大体相同的数值。

表 4 无缺口与有缺口碳/环氧(0/90°)层板疲劳前与疲劳后强度对比

试 样 (尺寸为 mm)	平均静态强度 (Mpa)	平均剩余强度 $5 \times 10^6$ 周后
无应力集中	576	532
1.6 直径圆孔	475	536
1.6 直径 + 0.46 × 0.1 缺口	496	512
1.6 直径孔 + 2.0 × 0.1 缺口	402	548

Prakash<sup>(22)</sup>研究了碳纤维增强塑料试样的疲劳断裂断口，揭示了复合材料的疲劳断裂机制和疲劳断裂过程。碳纤维增强塑料在抗压疲劳载荷作用下的断裂过程可以用图5简要说明。

因为聚合物具有粘弹性性质，在交变载荷作用下有迟滞生热，这在试样的某些缺陷部分（如树脂富集区，纤维断口，层间开胶，孔洞或微裂隙等）产生温度升高，因为这些地方是热的不良导体。温度越高，阻尼越大，升温越快，直到升到玻璃化转变温度。同时温度上升导致基体的剪切模量下降，到某阶段时基体剪切模量小到允许纤维产生局部屈曲而折断。折断的纤维又形成一个小窄缝，它的导热性能也是不好的，这更增加了温升，促成邻近的纤维屈曲而折断，裂纹向横向扩展，其承载面积减小。最后，所剩有效承载面积小到它不再能支持受拉半周疲劳载荷时，材料突然断裂。所以从断口分析中可以看到两种断口形貌，其一表示了材料由纤维局部屈曲到折断而裂纹缓慢前进的断裂过程；其二是拉伸型断裂特征。

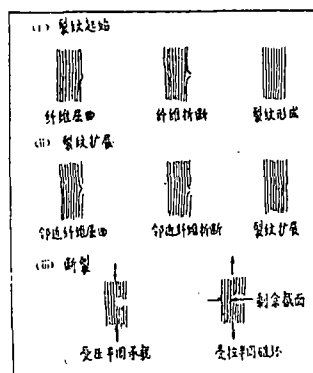


图5 拉压疲劳断裂过程

## 八、复合材料断裂力学的试验方法

由于复合材料断裂力学很不成熟，故尚未建立标准试验方法。但有些人尝试了一些可以供工程设计参考的试验方法<sup>(21)</sup>。

复合材料断裂力学试验是比较难做的，由于它具有很强的各向异性性质，促使裂纹向平行于纤维方向开裂，因此这些方法的一个重要条件是限制（或确保）裂纹向我们需要的方向扩展。这可以通过对试件开槽或预制缺口实现。

### 1. 单向拉伸试验方法

图6绘出了一种试验方法及其测试结果，试样是扁矩形截面，在中腰部分开一个槽，全腰的厚度为 $t$ 。然后在中间打孔，用机械方法在孔的两侧开个狭缝，然后在疲劳机上引出尖裂纹，最后在试验机上拉伸断裂。

断裂表面能可以由柔度方法得到，这包括测下整个试样的柔度（或刚度），它是裂纹尺寸的函数，表面能由下式计算：

$$\gamma = \frac{1}{4} P^2 \frac{\partial(1/K)}{\partial A} \quad (33)$$

其中 $P$ 是断裂载荷， $K$ 是刚度， $A$ 是裂纹面积。很明显，这个方法的可靠性必须在线弹性断裂力学适用的情况下才能保证。

### 2. 三点弯曲方法

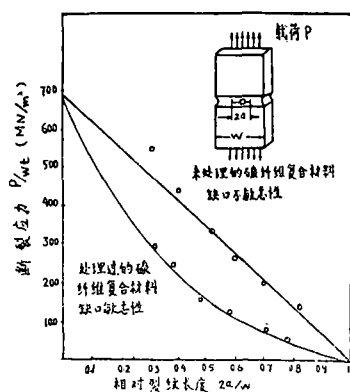


图6 断裂应力-相对裂纹长度曲线

图7给出了另一种试验方法和试验曲线。试样通常加工成三角形截面；用刚性好的试验机。在试验过程中控制加载点挠度，并且自动记录下载荷-挠度曲线。

对载荷-挠度曲线积分可以得到断裂过程吸收的能量。原则上在最大载荷点储存在试样-试验机系统中的弹性应变能全部变成了断裂表面能，这里引入另一个材料性能参量——断裂功 $\gamma_F$ ，它等于所吸收的能量被2倍断裂面积除。对于脆性断裂材料，当载荷达到最大载荷后突然减小。以上方法得到的数值较准（更严格说来，还应考虑动能损失）。若载荷达到最大点后载荷缓慢下降，以至载荷-挠度曲线下的面积与前一半成比例，则必须考虑后半段部分能量对断裂功的贡献，情况比较复杂。

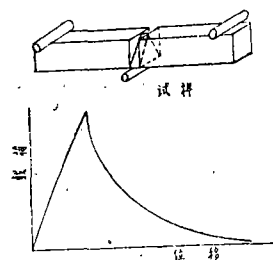


图7 典型的试样形状与测量断裂功的载荷位移曲线

### 3. 冲击试验

通常用于金属材料的摆锤冲击试验也可以用来测定复合材料断裂韧度。这就是记录下使材料断裂所吸收的能量。目前这个试验方法又得到改进，在摆锤上贴上应变片，可以用示波器记录下载荷挠度曲线，断裂时的最大载荷可用来计算表面能 $\gamma$ 值。当然必须是线弹性断裂力学可用的情况下才对。

以上试验方法在线弹性断裂力学适用时是一致的，测试结果是互相有联系。但是当材料塑性变形很大时，这些方法的结果会存在很大差别。这是由于不同的试验方法，消耗能量最多的断裂过程不同。因此对纤维复合材料的断裂韧度进行测量，不同方法会出现大的差别，这不足为奇。这正说明复合材料断裂问题的复杂性，现在的理论和方法离开解决问题还差很远，需要我们从分析到综合，从个别到一般，进行大量的试验和分析研究工作。

## 九、结 束 语

复合材料断裂过程是极复杂的，有很多经典线弹性断裂力学所不能说明的过程和现象。但是对一些共线（或共面）扩展的裂纹，线弹性断裂力学能说明一些问题，可以为设计工作者提供一些工程方法。断裂试验工作困难很大，由于工艺因素，材料缺陷的多少、分布、大小都不尽相同，会使结果出现明显的分散性。因此复合材料的统计强度理论愈来愈重要了。由于断裂问题涉及到裂纹顶端的细观结构，所以用扫描电镜进行细观组织分析和断口分析很有必要。只有通过宏观与细观相结合，唯象论的和物理分析的方法相结合，才能最终解决问题。

### 参 考 文 献

- [1] Irwin, G.R. (1957), *ASME J. Appl. Mech.*, 79: 361.
- [2] Kanninen, M.F., Rybicki, E.F. and Brinson, H.F. (1977), A critical look at current application of fracture mechanics to the failure of fibre-reinforced composites, *Composites*, 8: 17—32.
- [3] Phillips, D.C. and Teleman, A.S. (1972), The fracture toughness

- of fibre composites, *Composites*, 3, 5: 216.
- [4] Cottrell, A.H.(1964), Strong solid, *Proc. Roy. Soc.*, A282; 2—8.
- [5] Outwater, J.O. and Murphy, M.C. (1969), The fracture, energy of uni-directional laminates, 24th Annual Technical Conference, Reinforced Plastics / Composites Division, The Society of Plastics Industry Inc., 1969.
- [6] Piggott, M.R. (1970), Theoretical estimation of fracture toughness of fibre composites, *J. Mater. Sci.*, 5: 669.
- [7] Beaumont, P.W.R., Fitz-Randolph, J., Phillips, D.C. and Teleman, A.S.(1971), *J. Comp. Mater.*, 5: 542.
- [8] Cook, J. and Gordon, J.E.(1958), *Proc. Roy. Soc.*, A282; 508.
- [9] Kelly, A. (1970), *Proc. Roy. Soc.*, A319; 95.
- [10] Tirosh, J. (1973), The effect of plasticity and crack blunting on the stress distribution in orthotropic composite materials, *J. Appl. Mech.*, 40: 785—790.
- [11] Waddoups, M.E., Eisenmann, J.E. and Kaminski, B.E. (1971), Macroscopic fracture mechanics of advanced composite materials, *J. Comp. Mater.*, 5: 446.
- [12] Whitney, J.M. and Nuismer, R.J. (1974), Stress fracture criteria for laminated composites containing stress concentrations, *J. Comp. Mater.*, 18: 253—265.
- [13] Nuismer, R.J. and Whitney, J.M. (1975), Uniaxial failure of composite laminates containing stress concentrations, in *Fracture Mechanics of Composites*, ASTM STP 593; 117—142.
- [14] Wu, E.M. (1969), Application of fracture mechanics to anisotropic plates, *ASME J. Appl. Mech.*, 34: 967.
- [15] Wu, E.M. (1974), Strength and fracture of composites, in *Composite Materials*, vol. 5, Fracture and Fatigue, ed. by Broutman, L.J., Academic Press: 191—247.
- [16] Spencer, B. and Barnby, J.T.(1976), The effects of notch and fibre angles on crack propagation in fibre reinforced polymers, *J. Mater. Sci.*, 11: 83.
- [17] Cruse, T.A. (1973), Tensile strength of notched composites, *J. Comp. Mater.*, 7: 218—229.
- [18] Mandell, J.F., Wang, S.S. and McGarry, F.J. (1975), The extension of crack tip damage zones in fibre reinforced plastic laminates, *J. Comp. Mater.*, 9: 266—287.
- [19] Mandell, J.F., McGarry, F.J., Kashiwara, R. and Bishop, W.O. (1974), Engineering aspects of fracture toughness: fiber reinforced

# 局部应变疲劳分析方法\*

中国科学院力学研究所 伍义生 曾春华

金属结构在循环载荷作用下会发生疲劳破坏。为了确保结构安全使用,常常需要预测结构的疲劳寿命。疲劳破坏是一个从裂纹起始到裂纹扩展,直至最后破坏的过程。近十几年来由于断裂力学的发展,裂纹扩展阶段的寿命已经能够比较好地用断裂力学的方法处理。但是用断裂力学方法了解裂纹起始阶段的寿命还有一定的困难,有待弹塑性断裂力学的进一步发展。近十几年来国外发展起一种新的估算裂纹起始寿命的方法——局部应变疲劳分析方法。利用断裂力学方法解决裂纹扩展寿命,利用局部应变疲劳分析方法解决裂纹起始寿命是当前的两个倾向。本文着重介绍估算裂纹起始寿命的方法。局部应变疲劳分析方法就是根据构件所受的载荷历史确定疲劳破坏部位的局部应力-应变历史,以此应力-应变历史为根据进行疲劳分析,这是因为裂纹形成寿命是由局部应力-应变历史决定的。由于载荷、局部应力和局部应变之间的非线性关系,所以根据构件所受的载荷历史确定局部应力-应变历史是一个十分困难的问题。由于近年来有限元分析和计算技术的发展使这个问题初步得到解决,因而局部应变疲劳分析方法才随之发展起来。

## 局部应变疲劳分析方法梗概

假如我们要确定图1(b)所示的紧凑拉伸试件在受到图1(a)所示的不规则载荷历史重复作用下的寿命,我们可以通过实验测出缺口根部的局部应变历史,如图1(c)所示。然后将该局部应变历史加到图2(b)所示的光滑试件上,并同时把光滑试件的应力-时间历史记录下来,如图2(c)所示。我们可以得到如图2(d)所示的应力-应变时间历史。在缺口试件很薄,缺口处近似为单轴应力状态时,该应力-应变时间历史可以看做缺口处的局部应力-应变时间历史。它是由一系列闭合的应力-应变迟滞回线构成的。从图1和图2我们可以看

\* 1980年2月26日收到。

- 
- ed laminates, Proc. 29th Annual Conference of Reinforced Plastics Society of the Plastic Industry, Paper 17D, 1974.
- [20] Sih, G. C. and Chen, E. P. (1973), Fracture analysis of unidirectional composites, *J. Comp. Mater.*, 7, 230—244.
- [21] Phillips, D. C. and Telelman, A. S. (1972), The fracture toughness of fibre composites, *Composites*, 3, 5: 216.
- [22] Prakash, R. (1979), A fractographic study of fatigue in cfrp, *Composites*, 10, 3: 174.
- [23] Dharan, C. K. H. (1978), Fracture mechanics of composite materials, *Transactions of the ASME, Jour. Eng. Mater. Tech*, 100: 233.