

全息移相干涉技术显示低密度流场的能力*

中国科学院力学研究所 李华煜 徐朝仪
束继祖 胡金铭

提要 本文介绍一个值得注意的高灵敏度全息干涉方法。文献[2]指出,在全息干涉两次曝光间对参考光移相,可以提高灵敏度,并报道了移相 $\pi/2$ 时的实验结果。本文详细分析了移相技术,指出此法在移相 $\pi/2$ 时的分辨率可高达 $1/1500$ 波长左右,比普通两次曝光全息技术(其移相值为0)的灵敏度高25.4倍;并指出,移相值大于 $\pi/2$ 小于 π 时灵敏度可以进一步提高,最佳移相值应在 π 附近。本文附有一个低密度变化流场的实验结果,说明本方法显示低密度变化流场的能力,讨论了应用中的一些问题。

用有限条纹干涉法研究流场时,其分辨率一般为 $1/20$ 波长左右。实际问题中存在着大量远小于 $1/20$ 波长变化量的物态。例如高超声速气流流场研究,各式各样的低速流场研究,小截面管道流研究,等等。因此,提高干涉技术的灵敏度,一直是有重要意义的研究课题。文献[1]的相衬方法,就是这类工作的杰出代表之一。该文应用空间复数滤波原理,发展了一种高灵敏度的显示方法,其中也包括了移相技术的应用。

和只对局部光波移相的空间滤波原理不同,文献[2]提出了对整个光波进行移相的技术,即在全息照相的两次曝光间,用改变参考光相位的办法增加灵敏度;并报道了改变相位 $\pi/2$ 后得到的高灵敏度照片。文献[3]在非全息领域中用类似的原理,控制相互干涉的两光束的初始相位差使其在 $\pi/2$ 附近,在一般干涉法中,也实现了高灵敏度。

本文讨论了全息干涉方法中的移相技术,试图阐明移相技术的物理作用和移相值与测量灵敏度的关系;比较了文献[2,3]的方法,并指出可能的最佳移相值不是 $\pi/2$,而是在 π 附近。文末附有原理性实验结果,讨论了应用时存在的问题。

一、移相技术的分析

1. 观测流场时两次曝光间改变参考光的相位对两次曝光全息图的影响 设第一次曝光时物光波为 $e^{iO(x,y)}$,参考光波为 $e^{iR(x,y)}$,第二次曝光时物光波变为 $e^{i(O(x,y)+\varphi(x,y))}$,参考光为 $e^{i(R(x,y)+c)}$,其中 φ 是流场引起的相位变化, c 是移相值。

假定记录介质对光强进行线性记录¹⁾,按一般理论处理,可得如下结论:处理后的全息图用参考光 $R(x,y)$ 照明再现时,出射的两个物光波分别为 $e^{iO(x,y)}$ 和 $e^{i(O(x,y)+\varphi(x,y)-c)}$ 。 $c=0$ 即是一般两次曝光的情况。这个结论表明,第二次曝光时参考光增加相位 c 等价于:①在普通两次曝光全息干涉中,被测物光波减去该相位 c ;②在非全息干涉时,两个互

* 1978年2月19日收到。

1) 即使记录介质有些非线性,也不影响下面的讨论。因为离轴法全息照相中,非线性的影响只是产生衍射角较大的高阶衍射像,它和要用的一阶像在空间上是分离的。

相干涉的光波在整个干涉平面内有均一的初始相位差 c 。

2. 低密度流场(只引起微小相位变化的流场)干涉图的亮度分布 双光束干涉图亮度分布为

$$I(x, y) = \frac{I_0}{2} \{1 + \cos[\varphi(x, y) - c]\} \quad (1)$$

式中 I_0 为 $c = 0$ 时 $\varphi = 0$ 处亮度, 即 $c = 0$ 时干涉图的背景亮度。后文将略去 (x, y) 字样。

在弱相位变化情况下, 略去 φ^3 以上的项, 得到

$$I(x, y) = \frac{I_0}{2} \left[(1 + \cos c) + \varphi \sin c - \frac{\varphi^2}{2} \cos c \right] \quad (2)$$

由上式知, $c = 0, \pi/2, \pi$ 时, $I(x, y)$ 的分布如下:

$$\left. \begin{aligned} I(x, y) &= I_0 \left(1 - \frac{\varphi^2}{4} \right) \quad (\text{当 } c = 0 \text{ 时}) \\ I(x, y) &= \frac{I_0}{2} (1 + \varphi) \quad (\text{当 } c = \pi/2 \text{ 时}) \\ I(x, y) &= \frac{I_0}{4} \varphi^2 \quad (\text{当 } c = \pi \text{ 时}) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

干涉图的背景亮度可由下式表示:

$$I(x, y)|_{\varphi=0} = \frac{I_0}{2} (1 + \cos c) \quad (4)$$

它是讨论灵敏度时的一个参数, 是 c 的函数:

$$\left. \begin{aligned} I(x, y)|_{\varphi=0} &= I_0 \quad (\text{当 } c = 0 \text{ 时}) \\ I(x, y)|_{\varphi=0} &= \frac{I_0}{2} \quad (\text{当 } c = \pi/2 \text{ 时}) \\ I(x, y)|_{\varphi=0} &= 0 \quad (\text{当 } c = \pi \text{ 时}) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

此外, 我们用下式定义亮度增益 ΔI :

$$\Delta I = I(x, y) - I(x, y)|_{\varphi=0} = \frac{I_0}{2} \left(\varphi \sin c - \frac{\varphi^2}{2} \cos c \right) \quad (6)$$

3. 移相值 c 和观测灵敏度的关系 流场干涉图的对比度由下式定义:

$$M = \frac{\Delta I}{I|_{\varphi=0}} = \frac{\varphi \sin c - \frac{\varphi^2}{2} \cos c}{1 + \cos c} \quad (7)$$

这个函数在 $c < \pi$ 时是单调的, 在 $c = \pi$ 时 $M = \infty$ (但由于衍射、散射等作用而有杂散光存在, $I|_{\varphi=0}$ 总不会成为零, 而出现绝对黑的背景, 所以实际上 $M \neq \infty$)。从对比度角度来考察, 自然是 $c = \pi$ 时灵敏度最高。但是, 实际上亮度增益也应是考虑因素之一, 因为在 φ 很小时 ΔI 也很小, 这就可能记录不了。下面再考察一下 ΔI 与 c 的关系。

由式(6)知 ΔI 在 $c = \text{tg}^{-1}(-2/\varphi)$ 时有极大值(φ 很小时, 此条件相当于 $c \approx \pi/2$), 在 $c = 0$ 和 π 附近最小。其差异由下式看出:

$$\left. \begin{aligned} \Delta I &= -\frac{I_0}{4} \varphi^2 & (\text{当 } c = 0 \text{ 时}) \\ \Delta I &= \frac{I_0}{4} \varphi^2 & (\text{当 } c = \pi \text{ 时}) \\ \Delta I &= \frac{I_0}{2} \varphi & (\text{当 } c = \pi/2 \text{ 时}) \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

综合以上讨论可知, 如果 ΔI 的记录不成问题, 移相值以 π 为最佳。但如果 φ 很小时, ΔI 的记录受式 (8) 指出的事实所制约, 实际最佳移相值就要在 M 最大和 ΔI 极值间取一个折衷; 可能在 $\pi/2$ 和 π 之间, 这将视实验的实际条件而定。随着技术的发展, 移相最佳值将向 π 接近。例如文献 [4] 曾指出, 如果直接用光电元件接收光强, 灵敏度还可增加 1—2 个数量级。

4. $c = \pi/2$ 时所能达到的灵敏度估计

1) 观察灵敏度 人眼直接观察干涉图形能分辨的最小亮度变化, 称为观察灵敏度。一般认为 $M = 1/100$ 是人眼可分辨的极限。据此可得到可分辨的最小相位变化。由式 (7) 知

$$M|_{c=0} = -\varphi^2/4, \quad M|_{c=\pi/2} = \varphi \quad (9)$$

用 $M = \pm 1/100$ 代入, 得

$$\varphi_{\min}|_{c=0} = \frac{2\pi}{31.4} \quad \text{即} \quad \Delta L_{\min}|_{c=0} = \frac{\lambda}{31.4}$$

$$\varphi_{\min}|_{c=\pi/2} = \frac{2\pi}{628} \quad \text{即} \quad \Delta L_{\min}|_{c=\pi/2} = \frac{\lambda}{628}$$

式中 φ_{\min} 为最小可分辨的相位变化, ΔL_{\min} 则是对应的光程差, λ 是波长。由此可见 $c = \pi/2$ 方法的灵敏度为普通两次曝光的 20 倍。

2) 记录灵敏度 用照像方法记录干涉图象时, 胶片上所能分辨的最小密度变化称为记录灵敏度。实际上, 用高反差胶片记录, 可以进一步提高灵敏度。但操作要求较高: 曝光要正确, 冲洗时 γ 值控制严格, 保证记录的线性和应有的 γ 值。从感光胶片的特性曲线 (图 1) 出发, 我们有

$$\begin{aligned} \Delta D &= \gamma [\log(H_0 + \Delta H) - \log H_0] \\ &= 0.434 \gamma \ln \left(1 + \frac{\Delta H}{H_0} \right) \approx 0.434 \gamma \frac{\Delta H}{H_0} \quad (10) \end{aligned}$$

$$\Delta H/H_0 = M \quad (11)$$

式中 D 为胶片密度, H 为胶片曝光量, H_0 为胶片背景曝光量, γ 为胶片冲洗后的反差系数, ΔH 为 ΔI 所对应的曝光量增量, ΔD 为 ΔH 所对应的密度增量。

式 (10) 中的近似是以 $\Delta H/H_0$ 很小为条件的。式 (9)—(11) 联立求解, 得

$$\Delta D|_{c=0} = -0.434 \gamma \frac{\varphi^2}{4}, \quad \Delta D|_{c=\pi/2} = 0.434 \gamma \varphi \quad (12)$$

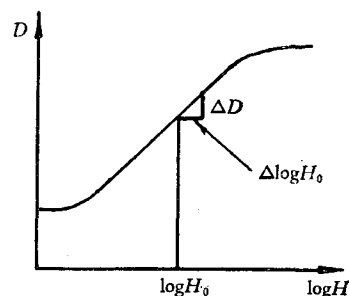


图 1 胶片特性曲线

在 $\Delta D|_{\text{可辨认}} = 1/100^D, \gamma = 4$ 的条件下可得

$$\varphi_{\min}|_{c=0} = \frac{2\pi}{41.3}, \quad \Delta L_{\min}|_{c=0} = \frac{\lambda}{41.3}$$

$$\varphi_{\min}|_{c=\pi/2} = \frac{2\pi}{1090}, \quad \Delta L_{\min}|_{c=\pi/2} = \frac{\lambda}{1090}$$

由此可见 $c = \pi/2$ 方法的灵敏度为普通两次曝光灵敏度的 26.4 倍。在这讨论中, 记录灵敏度高于观察灵敏度的原因在于选用了高 γ 值的胶片 [对照式 (9) 和 (12)], 如果 $\gamma < 1/0.434 = 2.31$, 则记录灵敏度低于观察灵敏度。一般胶片 $\gamma \approx 1$, 故通常认为记录灵敏度较低。

文献 [3] 估计其光学系统记录灵敏度也是用了上述方法, 按估计, 其系统最高分辨率为 $\lambda/500$, 比本文恰低一半。其原因在于该系统采用了互补的双曝光以补偿光学元件的固有误差, 达到使背景亮度均匀的目的。于是, 由于移相值控制在 $\pi/2$ 附近, ΔH 和本文讨论的基本相同, 但 H_0 却增加了一倍, 这样最高分辨率就低了一半。此外, 全息移相技术能使流场中每一点都保持相同的移相值, 文献 [3] 方法则由于加工误差做不到这一点, 因而流场中每点灵敏度都不同, 在这方面全息方法也较为优越。

在理论上, 移相 $\pi/2$ 的灵敏度低于移相 π 的灵敏度。但是, 移相 $\pi/2$ 有两个优点: 1) ΔI 最大, 记录较易; 2) ΔI 和 φ 成线性关系, 便于定量分析。而它的灵敏度亦已相当高, 这就使它在实用上有较大价值。

5. c 接近于 π 时的灵敏度估计 由于本文理论只考虑了主要因素的影响, 因而有 $c = \pi$ 时 $M = \infty$ 的结论。实际上, c 越接近于 π , 理论所未包括的因素的影响也就越大, 例如, 无穷小的 ΔI 在 $M = \infty$ 时也是可以记录的, 此时就需要无穷长的曝光时间, 但是胶片的灰雾度, 再现时的杂光, 等等因素, 都将使记录毫无意义。也就是说, 如果需要记录的 φ 很小, 最佳移相值就得比 π 要小, 要在 ΔI 的极值和 M 的最大值间取个折衷。下面举两个例子, 估计一下记录灵敏度。

1) $c = 150^\circ$ 时的记录灵敏度 利用式 (7), (10) 和 (11), 以 $\gamma = 4, \Delta D = 1/100$ 代入, 得到

$$\varphi_{\min}|_{c=150^\circ} = \frac{2\pi}{5036}, \quad \Delta L_{\min}|_{c=150^\circ} = \frac{\lambda}{5036}$$

在这样小的相位变化时, 亮度增益很小, 兹比较如下:

$$\Delta I|_{c=0, \pi, \varphi=2\pi/5036} = 7.784 \times 10^{-7} \times \frac{I_0}{2}$$

$$\Delta I|_{c=\pi/2, \varphi=2\pi/5036} = 1.248 \times 10^{-3} \times \frac{I_0}{2}$$

$$\Delta I|_{c=150^\circ, \varphi=2\pi/5036} = 6.254 \times 10^{-4} \times \frac{I_0}{2}$$

2) $c = 160^\circ$ 时的记录灵敏度 同样, 可得如下数值:

1) $D = \log O, O = F_0/F$ 称阻光率, F_0 是测 D 时胶片上投射光通量, F 是透过胶片的光通量。 $\Delta D = \log(O/O_0)$ 。当 $\Delta D = 1/100$ 时, $O/O_0 = 1.023$ 。

$$\varphi_{\min}|_{c=160^\circ} = \frac{2\pi}{6195}, \quad \Delta L_{\min}|_{c=160^\circ} = \frac{\lambda}{6195}$$

$$\Delta I|_{c=0, \pi, \varphi=2\pi/6195} = 5.14 \times 10^{-7} \times \frac{I_0}{2}$$

$$\Delta I|_{c=\pi/2, \varphi=2\pi/6195} = 1.014 \times 10^{-3} \times \frac{I_0}{2}$$

$$\Delta I|_{c=160^\circ, \varphi=2\pi/6195} = 3.473 \times 10^{-4} \times \frac{I_0}{2}$$

可见, 移相值向 π 接近时, 灵敏度继续增加, ΔI 下降, 但移相值稍稍离开 π , ΔI 的值就会比 $c = \pi$ 时增长很多, 这就可能达到可用的地步。

二. 实验装置和结果

1. 实验装置 为探讨移相干涉技术在显示低密度流场问题上应用的可能性, 做了下述实验。实验对象为一小股自由空气射流, 在恒总压为 700mmHg 柱的容器中, 经管道送到一个直径 1mm 长 4mm 的圆柱形喷管中射入大气。采用最普通的离轴法全息光路(图 2)。移相则依靠一个放在未扩束的参考光中的相位调节器来实现。

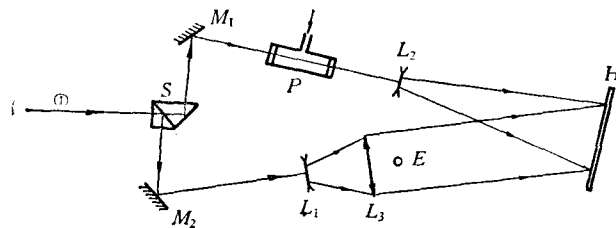


图 2 实验光路图

① 氦氖激光束 H 全息干板 S 分束器 M_1, M_2 全反镜 L_1, L_2 扩束透镜
 L_3 准直透镜 P 相位调节器 E 喷管

相位调节器由一个 $\phi 12\text{mm} \times 100\text{mm}$ 的金属腔体, 两端用光学玻璃密封而成。腔内气压由两级稳压气动元件十分稳定地控制。用控制气压数值的办法方便地实现 $c = 0, \pm\pi/2, \pi$ 等各移相值。移相值的符号则视在第一次或第二次曝光时对相位调节器充气来定。相位调节器的设计应考虑尽量减小两端光学玻璃的变形, 本器件用控制金属腔体的长度来解决。考虑两个因素: 1) 所加气压尽可能小, 本调节器在实现移相 $\pi/2$ 时仅需加压 60mm H₂O 柱左右(在室温 20°C 时); 2) 空气压力应在稳压元件的可靠工作范围内, 因此腔长也不能太大。相位调节器当然也有另外的方案, 例如压电晶体也是可以的。

1) 移相 $\pi/2$ 所需压力可用下式计算:

$$p_{\text{相对}} = \frac{1}{4} \frac{\lambda p_0 T}{KL T_0}$$

式中 $K = 2.94 \times 10^{-4}$, L 是腔长, T 是绝对温度, p_0, T_0 是空气标准状态下压力和绝对温度。代入有关值后, 对本器件有 $p_{\text{相对}} = 0.0204T$, 量纲是 mm H₂O 柱。

2. 实验结果 实验表明,移相技术确实能使观测灵敏度有大幅度的提高。限于条件,本文照片用普通航空微粒胶卷记录, γ 值没有控制,记录灵敏度低于观察灵敏度,更远低于上面讨论的水平。结果参看图版 I 上的照片 1—6。照片 1:普通两次曝光法记录,观察时隐约可辨一很短的黑色射流,照相记录就看不见了。照片 2:有限条纹法两次曝光记录,有限条纹由液楔产生。可以看到在射流喷口处有约 $\lambda/10$ 光程差的扰动,在第二条条纹处的弯曲就很微小了。照片 3,4:用移相 $\pm\pi/2$ 法两次曝光记录,可分别看见一股白色(相当于移相 $\pi/2$)和黑色(相当于移相 $-\pi/2$)射流,在相当长的范围内都清晰可见。比照片 1,2 的显示能力高得多。照片 5:用移相 π 法两次曝光记录,可看到一股在黑背景上的白色射流。照片 6:一些非定常因素干扰了实验,但它刚好使射流所在的区域相当理想地移相为 π ,结果使射流显示得最好。

此外,我们用实时法考核过相位调节器的功能。在连续升压时,条纹连续地扫描,位移量与计算值相符,所以其工作是正常的。

3. 存在问题的讨论 在实际应用中,本方法的一个严重障碍是对环境要求比较苛刻。本文实验共做了 80 多次,仅有少数获得理想的结果,其原因主要是周围的干扰很容易就超过 $\pi/2$ 相位的水平(例如空气流动,热流干扰,微小振动,……),结果使移相值没有实现预定的数值,从而使实验失败或受到或轻或重的干扰。如果把单曝光全息图作光波储藏器来使用,再现时在一个环境较好的地方使用移相方法,或许就会得到成功。这技术是有前途的,它的发展有待于今后的实践。

第二个问题是这一技术作为定量测量还有一定的困难。但如能把误差控制在更小的水平上,利用亮度和相位的线性关系,用显微密度计就可实现定量测量。

三、结 语

本文方法的特点是它的高灵敏度和理论上的简单。关于后者,讨论它的文章并没有见到,其原因可能是实现上的困难。全息照相的出现,理论上已经扫除了实现常数相位差的困难。所以,可以预期,它的高灵敏度优点,一定会在适宜的领域找到它的应用。

参 考 文 献

- [1] Zernike, F., *Z. Tech. Phys.*, **16** (1935), 454.
- [2] Velzel, C. H. F., Small phase differences in holographic interferometer, Application De L'Holographic, Proc. of the Inter. Symp. of Holo. (1970).
- [3] Smeets, G., et al., Interferograms of high optical quality by double exposure, Proc. of the 10th Inter. Congr. on High-Speed Photography (1972), 244.
- [4] Schall, R., New laser high-speed measurement techniques in aerodynamics, Proc. of the 11th Inter. Congr. on High-Speed Photography (1974), 41.

ON THE CAPABILITY OF HOLOGRAPHIC PHASE-SHIFT INTERFEROMETRIC TECHNIQUE IN THE VISUALI- ZATION OF LOW DENSITY FLOWS

Li Hua-yu Xu Chao-yi Shu Ji-zu Hu Jin-ming

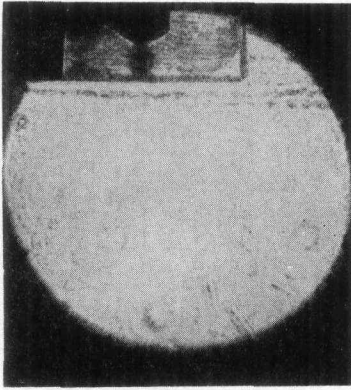
(*Institute of Mechanics, Academia Sinica*)

Abstract

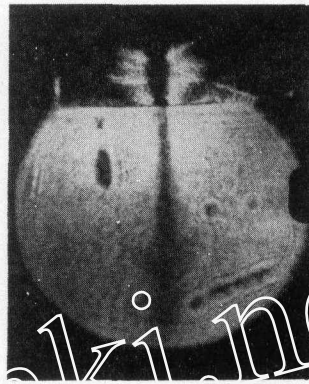
Gas flows at high Mach numbers are usually associate with very low gas density, especially in simulating flight conditions at high altitudes. In visualizing such flows the question usually arises as to how the sensitivity of the optical method may be increased.

Paper [2] has pointed out that, if the reference beam of holography has a certain phase-shift between the two exposures, a higher sensitivity can be achieved. Paper [2] appends an experimental result in which the phase-shift value is $\pi/2$. The present paper analyses the phase-shift interferometric technique in detail. According to this analysis, when the phase-shift value is $\pi/2$, a resolution limit about $\lambda/1000$ can be achieved. This is 25.4 times higher than the common double-exposure holographic method in which the phase-shift value is zero. Furthermore, the present paper points out that when the phase-shift value increases from $\pi/2$ to π , the sensitivity also increase monotonously (for instance, when the phase-shift value is 0.89π , a resolution limit about $\lambda/6000$ can be achieved). The optimum phase-shift value is probably near π .

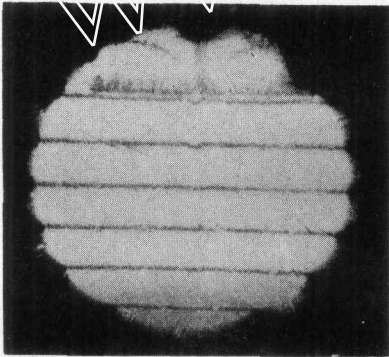
This paper presents some experimental results of a low density flow. Some problems in application of this technique are discussed.



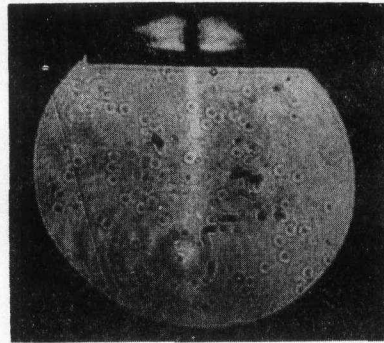
照片1 两次曝光法



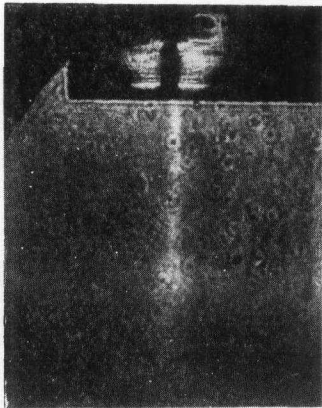
照片2 有限条纹法两次曝光



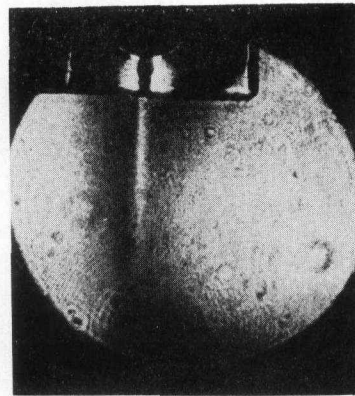
照片3 移相 $-\pi/2$ 两次曝光



照片4 移相 $\pi/2$ 两次曝光



照片5 移相 π 两次曝光



照片6 非定常因素干扰了实验,但它恰使射流所在区域移相为 π