我们还发现：边界层在物体上发展，但没有尾迹，因为边界层在后缘分裂向两个不同方向（阿尔芬方向）造成两个尾巴（图20）。关于这些现象，以及像焦耳加热、电磁力这样的新现象有什么应用，我们并不知道。我们曾经深信，如果我们指出有这么一些现象，那么有人一定会找到有用的应用。但是，很令人失望，经过了10年左右还没有看到有什么应用。其原因在于，如果在空气或气体中有大的电导率σ，你要通过把温度提高到很高的值才行。那么，关于高密度的假设就很有问题了，除非在很大的压力下。典型的情况是像液态金属如汞这样的不可压缩流体。但是，汞动力学看来不会有很重要的工程应用。有一个重要的工程应用是磁流体发电。但是，典型的情况是很小的电导率σ，而这些十分有趣的现象并不出现。实际上，磁流体发电主要是在材料方面碰到很大技术困难的一个工程问题。简单地说，对磁流体发电感兴趣的人主要要关心高温电极和高温绝缘的问题。我相信，大σ的磁流体力学应该叫做磁等离子体动力学，等离子体是不是连续介质是值得怀疑的。当有磁场存在时，流体肯定不是各向同性的。在磁流体发电和托克马克等离子体动力学之间的领域没有什么重要的进展。有些人仍然深信，如果核聚变是可以实现的，那么要用磁流体力学方法取出能量及加以利用。

如果回顾这两讲的内容，你会发现关于方法讲了许多，尤其是数值方法，Adamson的小扰动方法，Hayes的几何光学方法。谈到的新现象是湍流大尺度结构和无激波跨声速混合型流动。但我们要承认，流体力学不像核物理和高能物理，在那里新的粒子、新原理和新的物理现象不断出现。东京的谷一郎（Tani）教授最近被请求做类似于我们这次这样的讲课。他报告了这么一个故事：“有个学生来找我问道：‘在流体力学中还剩下什么问题值得我们研究吗？’我告诉他说：‘我的回答将是否定的，如果你是如此的理想主义，以致你对完全由Navier-Stokes方程控制的现象不感兴趣，否则的话，我的回答将是肯定的：在流体力学中有许多问题值得你去研究。’”

以物理学家的眼光看来，从流体力学没有什么东西可学。我碰到一个物理学家问我：“你们那儿不是任何东西都受Navier-Stokes方程的控制吗？”回答当然是：“是啊！但是我们领域中的已知方程的解中还有许多神秘的东西要我们去研究。”

谢谢大家。

湍流数值计算的最近发展

中国科学院力学研究所　晏名文

湍流是有大量自由度的非线性力学系统，看来是流体的复杂的宏观不规则运动。因此，就是对于最简单的理想湍流——均匀各向同性湍流进行严格的理论分析，也是很困难的。湍流数值计算长期停留在半经验理论阶段。最近十几年来，高速电子计算机的应用，使湍流数值计算发生了巨大变化，根本改变了湍流问题的可解性。现在求出误差在百分之几以内的湍流精确数值结果已变成了现实。相应于计算机的发展，各种计算方法，包括统计平均法，大旋涡模拟，用 Navier-Stokes 方程（简称为N-S方程）求湍流数值解等，都在迅速发展。总之，湍流数值计算不仅是工程计算和天气预报的重要手段，而且和湍流实验，湍流理论相平行，成为湍流研究必不可少的途径，受到了广泛重视。

本文综述最近十几年来不可压缩湍流数值计算的一些主要发展。由于近来国外这方面的文献发表得既多又快，难以找全，本文的内容难免不全面。希望以后有更好的总结综述文章发表。

一、统计平均法

统计平均法是传统的湍流计算方法。其中心问题是假设合理的雷诺应力模型，使雷诺方程封闭。首先，Boussinesq（1877）通过湍流同分子运动的直观比拟，提出旋涡粘性概念，为雷诺应力模型提供了简单的思路。几十年来围绕着这个概念进行了大量工作，在一定条件下获得了满意的结果。但是，已往的湍流模型有一个很大缺点，这就是包含着相当多的经验常数，局限性较大，应用起来不方便。最近十几年来，各国大力发展所谓完全的湍流模型。此种模型的特点是，包含的经验常数或经验函数较少，适用范围较广。迄今发展此类模型的方法是：（一）唯象理

论；（二）以雷诺应力输运方程为基本出发点，采用假设模型。Launder和Spalding（1972），W. C. Reynolds（1976）对这类模型作过全面综述。本文在此基础上，补充最近几年提出的一些新模型。

1、唯象理论

唯象理论一般以物理原理为背景，以实验数据为根据，建立经验和半经验理论。目前使用最广泛的雷诺应力方程，是根据旋涡粘性概念建立起来的线性牛顿本构方程。这个方程包含两个基本假设：（一）雷诺应力张量主轴平行于平均应变率张量主轴；（二）旋涡粘性系数是标量。但是实验证明：湍流涡量脉动使雷诺应力主轴需要一定时间才能调整到新的位置上去，产生弛豫效应。另外，在一般三维湍流中，旋涡粘性系数对方向极为敏感。所以，线性牛顿本构方程仅使用于平均流动变化比较缓慢的二维和接近二维的薄剪切层。对于一般三维流动，平均流线有较大曲率或边界条件迅速变化等复杂湍流，上述简单模型很不准确，不能应用。

为了考虑雷诺应力张量的弛豫效应，Saffman（1974）提出如下微分方程模型。定义τ_{ij}：

$$\tau_{ij}=-\overline{u_iu_j}+\frac{2}{3}e\delta_{ij} \qquad (1)$$

式中右边第一项为雷诺应力张量，e为湍流动能密度脉动的均方值，δ_{ij}为Kronecker δ函数。引入τ'_{ij}，它的定义为

$$\tau'_{ij}=2A\frac{e}{\omega}S_{ij}+\frac{\lambda e}{\omega^2}\left(\varepsilon_{ikm}S_{jk}+\varepsilon_{jkm}S_{ik}\right)\Omega_m-\tau_{ij} \qquad (2)$$

假设τ'_{ij}满足如下方程：

$$\frac{D}{Dt}\tau'_{ij}=2A\frac{e}{\omega}\frac{D}{Dt}S_{ij}+\frac{\lambda e}{\omega^2}\Omega m\cdot\frac{D}{Dt}\left(\varepsilon_{ikm}S_{jk}+\varepsilon_{jkm}S_{ik}\right)-\omega\tau'_{ij} \qquad (3)$$

式中$S_{ij}=\frac{1}{2}(U_{i,j}+U_{j,i})$为平均应变率张量，U为平均流速，$\Omega_m$为平均涡量，ω为类似于涡量密度或角动量密度的拟变量，是时间尺度的倒数，A，λ是普适常数。方程（2）中右边第二项表示平均应变率和平均涡量间的非线性作用，试图模拟伸张变形对旋度的陀螺特性的影响。目前此种模型已初步用于计算Couette流动。结果证明：在这种简单情况下，弛豫模型的结果同旋涡粘性近似相同。对于较复杂的湍流，此种模型正在试用和发展。此外，M.A.Chusov（1974）也在发展弛豫模型。

有大量实验根据证明：湍流对平均流线的曲率效应很敏感。而这种曲率效应在弯曲边界和大旋涡结构中都是十分明显的。因此，提出考虑这种效应的湍流模型是必要的。Knight和Saffman（1977）应用Saffman弛豫模型，计算了二旋转同心圆柱体间的完全发展的湍流。他们采用这样的封闭假设：雷诺应力满足如下弛豫-扩散方程：

$$\frac{D}{Dt}\overline{u_iu_j}=-\theta\omega\left[\overline{u_iu_j}-(\overline{u_iu_j})_E\right]+\frac{\partial}{\partial x_K}\left[\left(A''\frac{e}{\omega}+\nu\right)\frac{\partial}{\partial x_K}\overline{u_iu_j}\right] \qquad (4)$$

式中$(\overline{u_iu_j})_E$是“平衡”雷诺应力，其表达式如下：

$$(\overline{u_iu_j})_E=\frac{2}{3}e\delta_{ij}-2A\frac{e}{\omega}\delta_{ij}+B\frac{e}{\omega^2}S^2{}_{kl}\delta_{ij}+D\frac{e}{\omega^2}(S_{jk}\Omega_{ik}+S_{ik}\Omega_{jk})+F\frac{e}{\omega^2}\Omega^2{}_{kl}\delta_{ij} \qquad (5)$$

此处标量e，ω分别称为湍流的拟能量和拟涡量，并且假定满足如下扩散方程：

$$\frac{De}{Dt}=\alpha''e\left[2S^2{}_{ij}\right]^{1/2}-e\omega\frac{-X}{2}\frac{e}{\omega}\lambda_i\varepsilon_{ijk}\Omega_{kj}+\frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(A''\frac{e}{\omega}+\nu\right)\frac{\partial e}{\partial x_j}\right] \qquad (6)$$

$$\frac{D\omega^2}{Dt}=\alpha'\omega^2\left[(2-\eta)S^2{}_{ij}+\frac{\eta}{4}\Omega^2{}_{ij}\right]^{\frac{1}{2}}-\beta'\omega^3+\frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(A'\frac{e}{\omega}+\nu\right)\frac{\partial\omega^2}{\partial x_j}\right] \qquad (7)$$

此处λ_i是以流体质点的平均速度追踪看到的平均应变率张量主轴的角速度。其他未定符号均为普适常数，可以通过壁面层二经验常数表示。

值得注意的是，此模型方程考虑非线性扩散，可以显示出清晰的湍流与非湍流界面。而且这种模型似乎可以描述湍流的有序结构。通过力矩比较，计算结果与实验数据的偏离程度在15%以内。因此，这个模型获得一定成功，但还有待改进。

2、以雷诺应力输运方程为依据的湍流模型

周培源同志（1944）在湍流计算中重视和采用湍

流输运方程方面，作出了开创性工作。Rotta (1951) 从雷诺应力输运方程出发，对各未知项逐项作出假设。由于这种方法便于与实验对照，一直沿用到现在。在此种模型普遍化方面应该提到如下几个工作。Bradshaw等 (1967) 提出专用于湍流边界层的雷诺应力输运方程。Daly和Harlow (1970) 运用同类模型计算一些实际问题，包括二平板间湍流，尾流，射流等。Hanjalic和Launder (1972) 提出薄剪切流的普遍预估方法，发展了一般雷诺应力模型。但是在解方程时，对雷诺应力进一步作了假设，致使他的模型失去了一定普遍性。Launder等 (1975) 在发展比较普遍的雷诺应力方程模型中取得了重要进展。他们主要成功之点是，在相当广泛的流动条件下，模拟了远离边壁处的流动的传递张量。不过，应该指出，此模型还不能包括各向异性等重要效应，而且在表示近壁效应的相应项中出现了长度尺度和离壁距离之比，使模型受到一定局限。下面介绍近几年发展的，以雷诺应力输运方程为出发点的封闭模型。

Rodi (1976) 以Lauder等人 (1975) 提出的近似雷诺应力输运方程为基础，对对流和扩散等项作出某些近似假设，提出了如下雷诺应力代数方程模型：

$$\overline{u_i u_j} = K\left\{\frac{2}{3}\delta_{ij} + \frac{1-\nu}{C_1}\,\frac{P_{ij}/\varepsilon - \frac{2}{3}\delta_{ij}p/\varepsilon}{1+\frac{1}{C_1}(p/\varepsilon - 1)}\right\} \tag{8}$$

式中K由以下这类输运方程确定：

$$\frac{Dk}{Dt} = Cs\frac{\partial}{\partial x_k}\left(\frac{k}{\varepsilon}\overline{u_k u_l}\frac{\partial k}{\partial x_l}\right) - \overline{u_k u_l}\frac{\partial U_k}{\partial x_l} - \varepsilon \tag{9}$$

而且 $\rho_{ij} = -\left(\overline{u_i u_k}\frac{\partial U_j}{\partial x_k} + \overline{u_j u_k}\frac{\partial U_i}{\partial x_k}\right)$ 为雷诺应力产生项，$P=\frac{1}{2}P_{ii}$，ε 为湍流动能耗散率，C_1，ν，Cs 为经验常数。

方程 (8) 结合湍能和长度输运方程可以构成计算比较复杂流动的湍流模型。它的显著特点是，兼有旋涡粘性的简单性和雷诺应力输运方程的准确性。这种湍流模型主要适用于大雷诺数下完全发展的复杂湍流，但是其应变率应在中等以下，而且流动不大靠近壁面。目前这种模型已应用于平面射流，尾流，平板边界层等简单流动。其结果同实验数据相当符合，但是，尚需进一步在复杂湍流算例中加以检验。

Warsi和Amlicke (1976) 也根据Launder等人提出的近似雷诺应力输运方程，并且采用Rodi的假设，得到如下雷诺应力方程：

$$T_{ij} = \frac{2}{3}\delta_{ij} - \alpha_0^2\,(M_{ij}+M_{ji}) + \frac{3}{2}\alpha_0^4\,[(M_{ik}+M_{ki})\,M_{jk} + (M_{jk}+M_{kj})\,M_{ik} - \frac{2}{3}\times\delta_{ij}\times(M_{kl}+M_{lk})\,M_{kl}] \tag{10}$$

式中 $T_{ij} = -\frac{\overline{u_i u_j}}{e}$，$M_{ij} = \left(\frac{1}{\theta}\right)\left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j}\right)$，

$\theta^2 = \frac{1}{2}\overline{\omega_i\omega_i}$（$\theta$ 为涡量密度），α_0 为经验常量。

此模型的特点是不仅包括了通常的梯度扩散效应，而且包括了对流输运效应。因此，它也可用以预估中等以下应变率的复杂湍流。其准确度如何，还有待检证。

Wilcox (1975) 则根据精确的雷诺应力输运方程，参考Saffman的旋涡粘性模型，提出以下相当复杂的雷诺应力微分方程模型：

$$\frac{\partial\tau_{ij}}{\partial t} + U_k\frac{\partial\tau_{ij}}{\partial x_k} = -\tau_{ik}\frac{\partial U_j}{\partial x_k} - \tau_{jk}\frac{\partial U_i}{\partial x_k} + \frac{2}{3}\beta^*\,[1-\chi+\chi^2]\,e\omega\delta_{ij} - \lambda^*\omega\,[\tau_{ij} + \frac{2}{3}e\delta_{ij}] + 4\frac{e}{\omega}\,[S_{im}S_{mj} - \frac{1}{3}S_{m}S_{mn}\delta_{ij}] + \frac{\partial}{\partial x_k}\left\{\left(\nu+\sigma^*\frac{e}{\omega}\right)\times\frac{\partial\tau_{ij}}{\partial x_k}\right\} \tag{11}$$

式中 $\chi = \sqrt{\frac{2S_{mn}S_{mn}}{\beta^*\omega^2}}$

注意此处 ω 为湍流耗散率，由以下方程确定：

$$\frac{\partial\omega^2}{\partial t} + U_k\frac{\partial\omega^2}{\partial x_k} = \left\{\alpha\sqrt{\frac{\partial U_i}{\partial x_j}\frac{\partial U_i}{\partial x_j}} - \beta\omega\right\}\omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_k}\left\{\left(\nu+\sigma\frac{e}{\omega}\right)\frac{\partial\omega^2}{\partial x_k}\right\} \tag{12}$$

湍流动能e的表达式为

$$\frac{\partial e}{\partial t} + U_k\frac{\partial e}{\partial x_k} = \left\{\alpha^*\sqrt{2S_{mn}S_{mn}} - \beta^*\omega\right\}e + \left\{\tau_{ij} - 2\frac{e}{\omega}S_{ij}\right\}\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_k}\left\{\left(\nu+\sigma^*\frac{e}{\omega}\right)\frac{\partial e}{\partial x_k}\right\} \tag{13}$$

方程（12），（13）中的α，β，α^*，β^*，σ，σ^*均为常数，$\lambda^*=\left(\frac{9}{2}\right)\beta^*$。此模型首先用以计算二维湍流边界层的流线曲率效应。与实验比较，得出如下结论：Wilcox模型在予估近壁区的流线曲率效应时颇为精确，但是离开边壁的预估精度还有待改善。不过为了提高精确度，可能要修改其中的某些常数而损失一定的普遍性。

总的来说，目前对湍流大尺度结构的研究有两种截然不同的发展趋势：（一）用梯度扩散和记忆函数概念，甚至回到旋涡粘性概念来描述雷诺应力输运。这种方法仅仅适用于大旋涡的尺度比流动宽度小的情况；（二）建立拟序结构模型。大旋涡携带着湍流的大部分雷诺应力和能量。它们可以向下游运动到约30倍边界层厚度的距离，寿命颇长。因此，大旋涡本身的特性和相互作用是重要因素。最近Kovasznay（1977）建议采用如下积分形式表示湍流输运：

$$\varphi(x,y,z,t)=\iiiint\varphi(\xi,\eta,\zeta,\tau)K(\xi,\eta,\zeta,\tau,x,y,z,t)\,d\xi d\eta d\zeta d\tau \tag{14}$$

式中K为积分核，须从大尺度结构的形式和出现的统计规律求出。这种表达式可能为大尺度结构的湍流输运计算指出新途径，不过，困难在于如何确定积分核。

现在总结一下各种湍流模型存在的问题。

（1）最近以旋涡粘性概念为基础的模型的推广，受到了批评，因为有限数目的湍流微团的连续交换同大量分子的不连续交换，从物理上讲，不能进行严格的类比。但是，应该指出，旋涡粘性概念和模型的固有优点是计算简单，而且在一定条件下有效。所以，美国，西欧和苏联均还在进一步发展。一些注重工程应用的人，甚至将这种计算模型推广到激波与边界层相互作用的复杂流场中去。目前旋涡粘性仍然是有用的概念，但是，在具体选用模型时，要注意应用范围和精确度。

（2）在发展雷诺应力模型时，唯象理论比较直观，但是，一下作出准确模拟整个雷诺应力的模型却非易事，因为迈的步子太大；而以雷诺应力输运方程为起点，逐步对各未知项进行实验测量和作出模型假设显然比较容易。

（3）雷诺应力输运方程模型被认为是统计平均法中的较好模型，国外正在积极发展中。要解决的主要问题有以下两个：

（a）雷诺应力输运方程可以从N-S方程推导出来，本身是精确的。影响这种高级模型的精确度的是对该输运方程的各未知项所作的假设。遗憾的是，赖以作出假设的实验数据目前是不充分的，有的甚至难以测出。因此，现在发展此种模型的障碍不在计算能力方面，而是在物理方面。所以，今后应该大力加强实验，改进探测仪器，取得必要而充分的精确数据。另外，慎重利用大旋涡模拟和数值模拟的结果，也是应予重视的。

（b）长度尺度方程是薄弱环节，问题是从复杂的湍涡集合中选用什么长度尺度表征含能旋涡。各坐标方向长度尺度似乎并不成比例，需要一个以上长度尺度方程。这些方程的建立必要进一步研究。

（c）最近不少算例证明：原有输运模型在某些情况下失效。这就需要建立在新的物理概念基础上的新的一代封闭方法的组合，确定多时间尺度以代替单一时间尺度。

（4）许多实验证明：真实湍流是空间不连续的间歇性流场，演化过程复杂。因此，统计平均法不仅带来棘手的封闭问题，而且不能描述真实物理过程。要计算真实湍流，自然要寻求更可靠的算法。

二、大旋涡模拟

湍流是尺度范围极广的流体不规则运动，而且Re数愈大，需要考虑的尺度就愈小。用现有的电子计算机求N-S方程的大Re数下全部尺度运动，目前是很不现实的。切合实际的方法是，将湍流分成可解的大尺度运动和不可解的小尺度运动两部份，对前者用N-S方程进行数值模拟，对后者作出假设模型。这样做合不合理呢？我们知道，大尺度运动包含大部分湍能，是湍流输运的主要因素。同时它同流动性质密切相关，显出明显的特殊性。而小尺度则带有普遍性，可以作出合适的模型。大旋涡模拟始于大气研究，原因是大气湍流尺度范围极广，尺度比为$10^5:1$的情况并不罕见，而且，大气运动基本上是二维的，计算工作量较少。以后这种模拟方法推广到工程湍流，例如管流或湍流边界层。发展这种模拟方法的最终工程目的，是用以准确计算复杂气动构形的可压缩湍性绕流。

进行大旋涡模拟，首先要用某种平均方法将大尺度同小尺度分开，定义大尺度场，滤掉小尺度结构。目前用得最普遍的方法是Leonard（1974）的“过滤”方法。其简单概念如下。

和统计平均法相类似，将任意流场物理量f(r)分解为过滤场分量$\bar{f}$和剩余场分量f'，即

$$f=\bar{f}+f'$$

过滤场变量$\bar{f}$的定义是

$$\bar{f}(\underline{r}) = \int G(\underline{r}, \underline{r}') f(\underline{r}') dV \qquad (15)$$

式中G为带特征长度Δ的过滤函数。值得注意的是，$\bar{f}(\underline{r})$是时间的函数，因此它描述的是与时间相依的大尺度过程。现在所选用的过滤函数的形式很不相同。例如，Deardoff和大多数早期研究者采用“盒子”过滤函数：

$$G(\underline{r}, \underline{r}') = \begin{cases} 1, & |x_i - x'_i| < \Delta/2 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

Orszag等采用如下等价过滤函数：

$$G(\underline{r}, \underline{r}') = \prod_{i=1}^{3} \frac{\sin(x_i - x'_i)/\Delta}{(x_i - x'_i)/\Delta}$$

Ferziger (1976) 采用高斯过滤函数：

$$G(\underline{r}, \underline{r}') = (6/\pi\Delta^2)^{3/2} \times \exp[-6(\underline{r} - \underline{r}')^2/\Delta^2]$$

应该指出，实际湍流既非均匀，又是各向异性，因此，过滤函数不一定要均匀或各向同性。

选定过滤函数以后，将此种平均运算施于N-S方程和连续方程，即推导出控制大尺度运动的过滤方程。这里遇到类似于雷诺应力的剩余雷诺应力，它可以R_{ij}表示。它代表小网格中的小尺度对大尺度的影响。考虑小旋涡的主要作用是从大尺度吸收能量并予以耗散，因此，作为第一次小网格近似，可采用旋涡粘性模型：

$$R_{ij} = \frac{1}{3} R_{kk}\delta_{ij} - Z\nu_T \bar{S}_{ij} \qquad (16)$$

而旋涡粘性可以根据雷诺应力的类似模型求出。对于均匀流动，可取常数；对于较复杂流动，可用如下模型：

三维 $$\nu_T = (C\Delta)^2 (\bar{S}_{ij}\bar{S}_{ij})^{1/2} \qquad (17)$$

二维 $$\nu_T = (C'\Delta)^3 \left| \frac{\partial}{\partial x_i} (\nabla \times \vec{V}) \right| \qquad (17-1)$$

或者，$$\nu_T = (C\Delta)^2 (\omega_i\omega_j)^{1/2} \qquad (18)$$

前者是Smagorinsky (1963) 提出的，后者是Kwak等(1975)提出的。经过计算，两种模型并无显著差别。采用高阶差分时，则需另外的旋涡粘性公式。对于大气边界层来说，Deardoff (1973) 发现，过滤特征长度相当大，一些重要物理量的总输运量中很大部份是小网格尺度湍流带走的。因此旋涡扩散型太粗，于是引入剩余雷诺应力输运方程二次近似模型。

过滤场方程通常有两种解法：（一）物理空间方法，即用各种形式的差分格式。目前用得最广的是二阶差分。对这类方法有较大贡献的是Fromm(1963)，Harlow和Welch (1965)，Lilly (1965)，Deardoff (1970) 和Ferziger等。此种方法虽然精确度稍差，但不限于简单的区域几何形状和周期性边界条件，适用于各种工程湍流。（二）谱方法，它在福利哀空间处理变换过的方程。这是半解析方法，精确度较高。不过，它的缺点是，只能严格用于简单的周期性几何形状，因此处理实际问题有困难。另外，谱方法忽略了剩余雷诺应力。至于如何将二者结合起来目前还不清楚。对谱方法有贡献的是Orszag (1969, 1971)，Fox和Orszag (1973) 等人。

应该指出，上述大旋涡模拟属于欧拉方法。类似地，还可用拉格朗日方法模拟湍流，即将涡量场平均成为一系列离散旋涡，然后在时-空中追踪它们。

正如前述，大旋涡模拟始于大气湍流研究。60年代中期，Smagorinsky (1963)，Leith (1965)，Kasahara和Washington (1967) 等气象学家，提出并发展了二维和接近二维的大气湍流运动模拟方法，采用变旋涡粘性系数。Deardoff (1973, 1974) 研究了中性和不稳定的三维行星大气边界层，采用了小网格雷诺应力输运方程。模型改进结果，使对流大气边界层顶部附近和以上的大气运动和热通量的处理大为改善，并且可以计算小网格湍流强度和温度变化。代价是多花1.5倍机时。

Deardoff(1970) 首先将大旋涡模拟应用于三维管道流这种带固壁的工程湍流。直接对网格尺度内某因变量进行平均运算，引入小网格粘性系数使过滤方程封闭。随后Schumann (1973) 作了改进。根据他们的经验，此种计算不能进行到两壁附近。应在离边界适当距离上，使此解同对数速度分布相匹配。这样得到的结果同实验很符合。最近Schumann等(1977) 将旋涡粘性系数取作小网格尺度能量的函数，从而考虑了小尺度对大尺度的影响。

美国航空航天局（NASA）阿姆斯研究中心对大旋涡模拟很感兴趣。在她支持下，斯坦福大学进行积极而又系统的研究，想为模拟全机湍流边界层作准备。斯坦福大学的工作比较仔细，他们想弄清楚大旋涡模拟的数值方法同物理原理，模型检验之间的相互关系。首先，他们研究了较大雷诺数下的均匀各向同性湍流，所用节点并不多。计算了能谱和湍能衰变和较高阶统计量，如重要的偏斜因子。发现前两种计算结果都很好，但是，偏斜因子有差别。其次研究了

均匀应变和剪切的影响。所得结果同实验，解析结果相同。不过$<\bar{u}_i^2(t)>$值（过滤速度分量的平方）在不同湍流结构情况下颇不相同。原因可能是压力再分布的影响。因此，用大旋涡模拟计算压力应变率项所得结果，去检验统计平均方法的各种压力应变模型，很有用处。此外，斯坦福大学正在研究包括固壁和其他非均匀效应的问题。

总之，大旋涡模拟相对于统计平均法有相当大的优越性：（一）不需要对全部湍流尺度去假设模型，计算仔细，既可了解湍流大尺度结构，又可得到湍流流型；（二）除太小的尺度影响以外，计算较严格精确；（三）边界条件和附加力比较容易同数学模型相结合。另外，大旋涡模拟相对于直接数值模拟的优点是，前者不受雷诺数的限制。因此，大旋涡模拟已经显出巨大潜力，在气象预报和湍流模型的检验、发展方面得到了应用。

当然大旋涡模拟目前并不成熟，甚至还有争议。主要问题是还缺乏扎实的理论基础。要进一步弄清楚小网格尺度的物理机理，建立更理想的模型。湍流场的非均匀性和小网格各向异性对模型的影响是最紧迫的问题之一。需要建立压力的小网格模型，考虑大尺度和小尺度运动间的相互物理作用，等等。

目前看来，数值计算中的截断误差的影响，比小网格封闭假设的问题还要大。因此，迫切需要改进网格格式，差分格式和过滤函数等数值方法。

展望未来十年的发展，假如大旋涡模拟的成本能降低一两个量级，它将在各种湍流计算方法中占据重要位置，并且可能成为工程优化设计和校准日常算法的有力工具。

不过，话要说回来，由于湍流形式的多样化，在目前的湍流理论和湍流计算的水平条件下，用统一的方法去计算各种类型的湍流是不现实的。未来也许依然如此。因此，比较策略的做法是将各种方法结合使用，例如，用上节的雷诺应力模型计算近壁区湍流，而用大旋涡模拟计算外区流场，既可充分发挥各种方法的优点，又可获得应有的精确度，节省机时和计算费用。

应该指出，就物理模型而言，上述大旋涡模拟实际上是很粗糙的。最近十多年来，湍流实验工作者抛弃了传统测量方法，发展了真实记录速度、位移和压力的时间过程的新的条件取样技术，改善了定量的流场显示方法。通过大量实验，肯定了如下事实和结论：剪切湍流中普遍存在着有秩序或接近有秩序（拟序）的大尺度结构。不仅过渡流动如此，完全发展的湍流也是如此。这个新概念无疑代表湍流研究的重要发展，为湍流数值计算开辟了新途径，因而受到了世界各国大多数湍流工作者（包括理论工作者）的重视。1974年在英国南安普敦召开了湍流有序结构专题讨论会。从会上宣读的论文和以后发表的文献来看，不少湍流工作者试图绕过湍流经典统计理论的难关，发展湍流的确定性理论。这个问题超出本文范围。这里只着重介绍有序结构的数值模拟。

湍流有序结构数值模拟的基本概念是，湍流剪切流看作是许多相互作用的大尺度有序结构（旋涡或者波动）的集合。基本方程为完整的N-S方程或简化的N-S方程。由于粘性对大尺度运动影响不大，因而采用势流理论。限于篇幅，这里不打算详细综述这方面的工作，仅举数例加以概略说明。

Луговцов（1970）首先提出不可压缩流体中发生的湍流涡环的自相似和传热问题。涡环是在有一定方向的动力脉冲作用下形成的。基本假设是略去体力和粘性力。Капланский和Эпштейн（1976）在此基础上求得湍流涡环附近的流型和温度分布的数值解，对各种变化速率时解的特点进行了分析。

Davies（1973，1974）计算了孤立涡环和圆形射流的发展过程。射流出口处圆柱涡面用一系列周期性分布的涡环元表示。计算表明，涡面卷成涡环，射流扩大是靠邻近的涡环合并成更大的，但仍然是相干的结构进行的。预计此模型可以推广到更真实的三维结构。主要限制恐怕是计算所需机时的经济性。

Leonard（1974）进一步对发生相干作用的三维涡线进行了数值模拟，已经得到初步结果。其最终目的是模拟三维剪切湍流。记录的电影胶卷清楚地显示出涡环、螺旋涡线、尾涡和圆形初始射流的相互作用和不稳定性。为了弄清大旋涡的机理，最近Millinazzo和Saffman（1977）重新研究了Moore以前提出的无界流中有限尺寸单涡的衰变。

此外，对于湍流混合层和边界层的拟序结构的数值模拟也有不少工作。Libby（1975）则借鉴于条件取样技术，对于间歇湍流建立了条件函数和条件方程，并提出了解法。将其应用于二维混合层和边界层外缘时，结果与实验很符合。进一步的改进是，方程中某些项，特别是描述新湍流的产生项，需要找出更合适的模型；应该联立求解无条件方程和条件方程。

总之，湍流拟序结构的理论和数值模拟已经扎扎实实地开展起来了。看来大旋涡模拟同条件采样相结合，可能是最有希望的湍流数值计算方法之一。今后的发展方向是向更加不规则的湍流推广，以便模拟更真实的湍流。与此同时，还应对已经有所了解的结构进行更加深入细致的研究，以便揭示其发生和发展过

程。

三、N－S方程的数值模拟

从数学上讲，湍流是N-S方程的不规则解。给定多组初始条件和边界条件，用计算机对每组条件求N-S方程的数值解，然后对这些解取平均值，则可求得所需的湍流平均特性。这一想法早在30年代Taylor已经提出。Von Neumann（1948）也预见到要用电子解算湍流。实现这种解法的主要障碍是，湍流包含许多尺度的运动，而小尺度变化非常迅速，需取很小的时间步长和巨大的节点数目。显然，在高速电子计算机出现前，这样的计算是不可想象的。现在美国已应用第四代巨型高速计算机，如IlliacⅣ，Cray等。用这种计算机进行湍流数值模拟的可能性如何呢？据估算。解算湍流场的运算次数大约为：

$$\frac{K_2K_1^{3}}{15^{11/4}}R_\lambda^{11/2}\left[K_3\log_2\left(\frac{K_1R_\lambda^{3/2}}{15^{3/4}}\right)+K_4\right] \tag{20}$$

式中R_λ为微尺度雷诺数，K_1，K_2，K_3，K_4为常数。算机所需存贮量为$4K_1^{3}R_\lambda^{9/2}/15^{9/4}$个字。为了获得数量概念，以空气动力学边界层为例加以说明。最小有意义的尺度要求的网格间隔为边界层厚度的10^{-5}。由于流动的三维性，加上小尺度运动，要确定整架飞机的边界层流场，所需的节点量级为10^{17}，而每点包含4个参数。相应的时间步长为1微秒。这个算例所要求的运算次数，运算速度和存贮量，比美国现有运算速度最高的CRAY-1算机（每秒能进行2.4亿次浮点运算）的性能，还要高好几个量级。因此，现在和不久的将来，用计算机进行有实际意义的大Re数下的湍流数值模拟是不现实的。

既然大雷诺数湍流的数值模拟还做不了，那末应取的对策如何？不言而喻，首先应从小雷诺数开始，逐步提高计算的雷诺数。先从标准问题开始，即可与现有理论和实验数据比较的问题（例如均匀各向同性湍流）开始，积累足够的经验，逐步考虑更复杂的物理因素，外推到理论甚至实验得不到结果的范围中去，探求湍流的新现象和新物理本质。湍流一般都是三维的。但是，由三维降到二维，用算机计算的湍流雷诺数可以提高不少。因此，数值模拟中的二维湍流成为一个重要方面。除了可以计算接近二维的大气湍流之外，主要是为了探讨湍流或拟湍流的物理本质。

最近几年，由于第四代高速计算机的使用，国外正在积极直接用N-S方程进行湍流的数值模拟。现在可以解决的湍流问题大致可以归纳如下：

1）对于渠道和管道中的Poisseuille流动以及旋转圆柱体间的Couette流动，了解雷诺数在Re临以上逐渐增加时过渡流动的转换力学过程；

2）对均匀各向同性湍流进行数值模拟，扩大理论对湍流的本质了解；

3）中等Re数下的管道和渠道湍流；

4）大、中Re数下的二维湍流；

5）边界条件问题，如管流可不用无滑移条件，观察其他条件的影响。

边界层湍流的数值模拟还有一些困难，主要是对很远的流动特性要作假定，而计算结果往往可能只反映这些假设而不是正确的物理过程。

迄今数值模拟的方法不外乎差分方法，谱方法和混合方法。

差分方法用得最广泛。它本身可分为“原始”变量（p，V，p）计算法和有关变量计算法，如在二维情况下，流函数和涡量函数用得相当普遍，三维情况下用向量势函数。直接计算原始变量能得到更准确的结果，因为在计算涡量函数时，求迅速变化的变量导数时，容易引起误差。

一般来说，要提高数值模拟的精确度，必须采用大量节点，花费很多机时。但是，如果事先知道小尺度运动特点，则可适当放大坐标尺度。例如，管流中大部分湍流发生于仅离管壁百分之几管径的距离上。因此，计算重点可放在这个小范围内，安排较多数量（例如四分之一）的网格，在其他区域可采用较少节点。有限差分法的缺点是，当采用复杂的高阶差分时，此法显得累赘。

谱方法用一组合适的有限正交函数，将流场的未知变量展开。N-S方程因而转换为展开式诸系数的耦合常微分方程组。此种算法数学上确有优点：对于一定精确度，需考虑的自由度少得多，收敛得也很快（如果收敛的话），例如，从5％精确度提高到1%，只需添加很少几项正交函数。此外，谱方法能很准确地表示象激波这种内部流动的不连续面。此种方法的缺点是，找不出普适的正交函数。一般说，对于周期性边界条件，可用福利哀级数；对于管道和渠道流，可用Чебышев多项式。

实际上，计算时并不一定限于使用某一种方法，最好采用混合方法，即根据需要在某些坐标上用一种方法，而在其他坐标上用另一种方法。

应该强调指出，在进行和发展数值模拟时，不能只注意从数学观点单纯追求精确度而对方程进行离散化，应该在离散化过程中，同时考虑物理因素。可以说，这是一个根本性问题。

尽管近几年湍流的数值模拟刚刚发展，但是已经得出若干重要结论：1）准确的数值模拟必须符合下

面的条件：均方旋度（enstrophy）耗散谱（它支配着大尺度均方旋度的动力过程）的峰值应该在可解的尺度范围之内；2）上述要求表明：现行计算次数较少的数值模拟不能准确研究惯性区，估计要确定该区内的谱幂次律指数至少要进行512×512次谱运算；3）此类模拟可以核验二维湍流理论；4）特别重要的是，发现大尺度运动明显同Re数无关。确切地说，一旦超过Re临，大尺度运动就同Re没有关系。由此可以进一步得出如下重要结论：没有必要去模拟巨大的Re数湍流，大、中尺度湍流运动的有用信息，可以从中等Re数湍流模拟中得到。不过，这种模拟不可能解出所有需要的尺度运动。

综上所述，雷诺应力模型或多或少都要依赖实验。尽管现在拥有各种现代化测试手段，要完全靠实验取得湍流极其复杂多样的结构的全部信息是不现实的。困难不在于过程的非线性，而在于应力张量同变形率张量间的非局部联系。此外，大旋涡模拟对小尺度运动引入了假设，也是不严密的。看来唯一可指望的方法是求N-S方程的湍流数值解。这种解法还有一个很大的好处：边界条件可以变化，而这在实验室是难以实现的。因此，最近十年以来，与湍流理论、湍流实验相平行，湍流的数值模拟紧张而积极地开展起来。例如，Lilly（1969），Deem和Zabusky（1971）等模拟了二维各向同性湍流，Re数范围从几百到几千（$R_\lambda=25—150$）。Orszag和Patterson（1972）模拟了中等Re数下的三维均匀各向同性湍流。Orszag和Pao（1973）模拟了剪切湍流。最近，Herring，Orszag和Kraichnan等（1974），Fornberg（1977），Ferziger等（1977），Schumann（1978）等均进行了各种湍流数值模拟。

至于计算机的能力无疑今后还会极大增长。但是，同过去十年计算能力每两年半增长一倍的速率相比，可能会稍慢一点。这一方面是技术原因，一方面是经济考虑。目前可以改进计算程序，例如将计算矢量化，进行多重处理。总之，湍流数值模拟前景光明的，虽然短期之内未见得会有重大突破。

不过，对于用计算机求N-S方程的湍流数值解持怀疑态度的也不乏其人。他们认为计算机"发明"的湍流在没有得到实验证实以前是不可信赖的。最近几年一些简单算例证明：湍流数值模拟确实有效。例如，Clark等（1977）计算了$R_\lambda=35$的均匀湍流结构，结果看来同Stewart和Townsend（1951）的数据相符合。至于进一步在理论处理和实验测量无法实现的范围内进行数值模拟，即外推问题的解决，不仅取决于数值计算方法本身的发展，更重要的是，通过各种途径弄清湍流的物理本质，并将计算方法的发展紧密地同物理因素结合起来，积累足够而又成熟的知识，即发展计算湍流动力学。这门科学一旦形成，湍流数值模拟的可靠性将会不断提高。这个任务的完成有待应用数学工作者和湍流工作者的共同努力。

四、结　语

70年代，工业上可以载入史册的大事之一是设计革命，就是运用高速电子计算机计算各种复杂过程，选择整个系统优化设计方案。这里遇到的最困难问题是湍流模拟。最近的将来单凭湍流理论解决这个难题是不现实的。唯一可以指望的方法是湍流数值模拟。这是后者获得迅速发展的主要动力。当然，人类对于湍流物理本质的了解，也远没有达到满意的地步。通过湍流实验、湍流计算和理论研究的相互结合，相互促进，才可以逐步达到这个目标。因此，无论从那个角度来看，我国湍流工作者应该十分重视湍流数值计算，这一点是无庸置疑的。

从前面可以看出，具有实际意义的大雷诺数湍流模拟一般都需要模型，而比较普遍的模型的建立，有赖于对湍流的某些共同物理本质的了解。这就需要重视湍流基本实验，而不是只注意局限性很大的工程性实验。当然，无论是对雷诺方程，还是对N-S方程求数值解，都需要研究和发展数值计算方法。

此外，各种湍流计算方法都有其特点，不宜偏废。结合我国实际情况，特提出如下浅见以供参考：

1.所谓完全模型实际上并不完全（即还不能避免经验常数或经验函数），更不应脱离我国计算机条件，盲目追求模型的普遍性。重要的是，明确湍流模型的应用范围，使之用得其所。

2.用N-S方程解算复杂湍流是必然趋势。我国不能坐等条件而贻误时机，让差距继续扩大。应该积极掌握大旋涡模拟和全尺度数值模拟的基本原理和发展动向。有条件的单位可以使用这类算法，并且进行发展工作。

3.大尺度相干结构是新概念新方向，应该予以足够重视。为此，应该积极创造条件，发展条件采样技术，开展实验研究。针对各种类型湍流，提出合理的物理模型。

总之，湍流数值计算正在从一种艺术变成一门科学。我国湍流工作者应当以积极姿态掌握这个有力工具，为攻克湍流这个顽固堡垒而努力！

参考文献

〔1〕Bradshaw, P., Turbulence research ——Progress and problems, Proc. of the 1976 Heat Transfer and Fluid Mechanics Institute (1976).

[2] ——, Understanding and prediction of turbulent flow, *Aeronautical J.*, 76, 403 (1972).

[3] Case, K. M., et al, Numerical simulation of turbulence, AD-774161 (1973).

[4] Cebeci, T., Smith, A.M.O., Analysis of turbulent boundary layers, *Applied Mathmatics and Mechanics*, 15, N.Y., Academic (1974).

[5] Chorin, A. J., Computational aspects of the turbulent problems, Proc. of 2nd Intern. Conf. on Numerical Methods in Fluid Dynamics (1970).

[6] 周培源 (Chou, P. Y.): On velocity correlations and the solution of the equations of turbulent fluctuation, *Quarterly of Applied Mathmatics*, 3 (1945), 35—54, 198—209.

[7] Chusov, M. A., The relaxation mechanism of turbulent frictional stress, *Atmosphiric and Oceanic Physics*, 10, 10 (1974), 633.

[8] Daly, B.J., Harlow, F. H., Transport equations in turbulence, *Physics of Fluids*, 13, 11 (1970), 2634.

[9] Davis, P.O.A.L., Yule, A.J., Coherent structures in turbulence, *JFM*, 69, 3 (1975), 513.

[10] Deardoff, J.W., The use of subgrid transport equation in a three-dimensional model of atmospheric turbulence, *J.Fluid Eng.* (Sept.1973), 429.

[11] ——, On the magnitude of the subgrid scale eddy coefficient, *J.Computational Physics*, 7 (1971), 120.

[12] ——, A numerical study of three-dimensional turbulent channel flow at large Reynolds numbers, *JFM*, 41 (1970), 453.

[13] Ferziger, J.H., Large eddy numerical simulations of turbulent flows, AIAA 76—347 (1976).

[14] ——, McMillan, O.J., Testing of turbulence models by exact numerical solutions of the Navier-Stokes equation, Nielsen Eng.& Res. Inc.Tech. Rep.NEAR TR 155 (Nov.1977).

[15] Fornberg, B., A numerical study of two-dimensional turbulence, *J.of Computational Physics*, 25, 1 (1977), 1.

[16] Fox, D. G., Lilly, D. K., Numerical simulation of turbulent flows, *Rev. Geophys.and Space Phys.*, 10, 1(1972), 51.

[17] Fox, D. G., Numerical procedure for studying imcompressible two-dimenssional turbulence, AIAA 72—152 (1972).

[18] Herring, J. R., Orszag, S. A., Kraichnan, R.H. and Fox, D.G., Decay of two-dimensional homogeneous turbulence, *JFM*, 66 (1974), 417.

[19] Huffman, G. D., Optimization of turbulent models by means of a logical research algorithm, *Applied Science Research*, 27, 5 (1973), 321.

[20] Irwin, H.P. A. H., Prediction of the effect of streamline curvature on turbulence, *Physics of Fluids*, 18, 6 (1975), 624.

[21] Kwak, D., Reynolds, W. C.——, Three-dimensional time-dependent computation of turbulent flow, Stanford Univ., Depart.Mech.Eng., Rep.TF-5 (1975).

[22] Kline, S.T.et al, ed., Proc., Computation of Turbulent Boundary Layers —1968 AFOSR-IFP-Stanford Conf., Vol.1 (1969).

[23] Knight, D. D. and Saffman, P.G., Model equation calculation of turbulent flow between rotating cylinders and the structure of a turbulent vortex, Structure and Mechanisms of Turbulence, I, ed. by Fiedler, H., Springer-Verlag (1978), 136.

[24] Kovasznay, L.S.G., Large scale structure in turbulence: A question or an answer? Structure and Mechanisms of

Turbulence, I, ed. by Fied er, H., Springer-Verlag (1978), 1。
〔25〕 Kubo, I., Gouldin, F. C., Numerical calculafion of turbulent swirling, flow, *J. Fluid Eng., Tran. of ASME*, Ser. I, 97, 3 (1975), 310。
〔26〕 Launder, B.E., Spalding, D.B., Mathmatical Models of Turbulence, London, Academic (1972)。
〔27〕 Launder, B.E., Spalding, D.B., The numerical computation of turbulent flows, *Computer Methods in Appl. Mech. and Eng.*, 3, 2 (1974), 269。
〔28〕 Launder, B.E., et al, Progress in the development of a Reynolds-stress turbulence closure, *JFM*, 68, 3 (1975), 537.
〔29〕 Laufer, J., New trends in experimental turbulence research, *Ann. Rev. of Fluid Mechanics*, 7 (1975), 307.
〔30〕 Leith, C.E., Numerical simulation of two-dimensional turbulence, *Physics of Fluids*, Suppl. II (1969), 240.
〔31〕 ——, Atmospherical prediction and two-dimensional turbulence, *J. of Atmosphere Science*, 28 (1971), 145.
〔32〕 Libby, P. A., Prediction of intermittent turbulent flows, *JFM*, 68 (1975), 273。
〔33〕 Lilly, D.K., Numerical simulation of developing and decaying two-dimensional turbulence, *JFM*, 45, 2 (1971), 395。
〔34〕 ——, Numerical simulation studies of two-dimensional turbulence, Part 2, *Geophysieal Fluid Dynamics*, 4, 1 (1972), 1。
〔35〕 Lumley, J. L., Toward a turbulent constitutive relation, *JFM*, 41, 2, (1970), 413。
〔36〕 Lumley, K. H., Computational modeling of turbulent transport, *Advances in Geophysics*, 18A (1974), 169。
〔37〕 Лущик, В. Г., и др., Модель сдвигавой турбулентности, IV Всесоюзный Съезд по Теор. и Прик. Мех. (1976)。
〔38〕 Новожилов, В.В., Rheology of study turbulent flows of an imcompressible fluids, *Fluid Dynamics*, 8, 3 (1975), 357; Изв. АН. СССР, МЖГ, 8, 3 (1973), 17。
〔39〕 Orszag, S. A., Numerical methods for the simulation of turbulence, *Physics of Fluids*, Suppl. II (1969), 250。
〔40〕 Orszag, S. A. & Patterson, G. S., Numerical simulation of three-dimensional homogeneous isotropic turbulence, *Physics Rev. Latters*, 28, 2 (1972), 76。
〔41〕 Orszag, S.A. & Pao, Numerical simulation of turbulent shear flow, Proc. Sec. IUTAM-IUGG Symp. on Turbulent Diffusion in Environmental Pollution (1973)。
〔42〕 Orszag, S.A., et al, Numerical simulation of viscous imcompressible flows, *Ann. Rev. Fluid Mechanics*, 6 (1974), 281。
〔43〕 Orszag, S.A., Turbulence and transition: A progress report, Proc. of the 5th Intern. Conf. on Numerical Methods in Fluid Dynamics, Ed. by Vooren, A.I., Van de, et al, Springer-Verlag (1976), 32。
〔44〕 Rodi, W., A new algebraic relation for calculating the Reynolds-stresses, *ZAMM*, 56 (1976), 219。
〔45〕 Roshko, A., Structure of turbulent shear flows: A new look, *AIAA J.*, 14, 10 (1976), 1349。
〔46〕 Rubesin, M. W., Subgridor Reynolds stress-modeling for three-dimensional turbulent computations, Aerodynamic Analyses Requiring Advanced Computers, Part I (1975), 317。
〔47〕 ——, Numerical Turbulence Modeling, AD/A—039688 (1977)。
〔48〕 Saffman, P. G., Model equation for turbulent shear flow, *Study of Applied Mathmatics*, 53 (1974), 17。
〔49〕 ——, Problems and progress in the theory of turbulence, Structure and

Mechanisms of Turbulence, Ⅱ, ed. by Fiedler, H., Springer-Verlag (1978), 273。

〔50〕Reynolds, W. C., Computation of turbulent flows, *Ann. Rev. of Fluid Mechanics*, 8 (1976)。

〔51〕Rodi, W., A new algebraic relation for calculating the Reynolds stresses, *ZAMM*, 56 (1976), 7219。

〔52〕Schumann, U., Patterson, G. S., Numerical study of pressure and velocity fluctuations in nearly isotropic turbulence, *JFM*, 88, 4 (1978), 685。

〔53〕Shaanan, S., Ferziger, J.H. and Reynolds, W. C., Numerical simulation of turbulence in the presence of shear NASA-CR-143349 (1975)。

〔54〕Vollmers, H., Rotta, J.C., Similar solution of the mean velocity turbulent energy and length scale equations, *AIAA J.*, 15, 5 (1977), 714。

〔55〕Warsi, Z. U. A. and Amlicke, B.B., Improved algebraic relation for the calculation of Reynolds stresses, *AIAA J.*, 14, 12 (1976), 1779。

〔56〕White, F. M., Viscous Fluid Flow, McGraw-Hill, N.Y. (1974)。

〔57〕Turbulent Shear Flows, I, (Sel. Papers from 1st Intern. Symp. on Turbulent Shear Flows), Durst, F., et al, ed., Springer-Verlag (1979)。

〔58〕Numerical Methods in Laminar and Turbulent Flow, Taylor, C., et al, ed., Pentech Press (1978)。

关于物理化学流体力学

上海化工学院　戴干策

一

物理化学流体力学研究有化学变化发生、有热量传递、物质传递现象存在时的流体流动规律，是一门边缘学科。研究的内容既涉及流体运动对化学或物理化学变化的影响，也包括物理-化学因素对流体运动的影响。

伴有传热、传质、化学变化的流动，在航空、动力、化工、冶金等生产技术部门大量存在。举例来说，飞行器高速飞行时，气体分子在高温下离解发生化学反应；发动机（包括火箭发动机）和工业炉中燃料均相和非均相燃烧；黑色和有色金属冶炼；各种化学产品的制造则更是离不开均相或非均相流中的化学反应。

对上述现象的各个方面分别进行研究，在物理或化学的范围内早就开始。但联系起来考察彼此间的影响，进行综合分析，找出主要影响因素，不仅定性，而且力求定量，以此作为研究对象，形成物理化学流体力学，建立起现代力学中一个新分支，是从50年代开始的。

古典流体力学假定流体质点处于热力学上的平衡状态，但有化学反应的系统，热力学上是不平衡的，存在所谓弛豫过程。流体流动中的弛豫，在物理化学中进行过广泛的研究，但着重弛豫过程的机理，而未考察弛豫过程对流体流动特别是气体流动的影响。随着高速飞行的发展，在古典流体力学领域工作的科学家，日益对弛豫过程影响流体流动感到兴趣，主要目的在于定量地搞清楚弛豫现象对流场的影响。正是在高速飞行技术发展的推动下，物理化学流体力学开始发展起来。50年代初期，美国力学家卡门提出空气热化学（aerothermochemistry）的名称，并认为火焰传播、爆震、点火、火焰稳定和冷熄等问题也都可以包括在这一范围内。60年代以来，研究更趋广泛，在历次国际燃烧会议上，在一些主要的航空科学，流体力学和燃烧学学术刊物上，反应流动规律的研究成果大量涌现，并有专门的书籍出版。如W.H. Dorrance：Viscous Hypersonic Flow；F. A. Wil-