

计算机在振动频率分析中的应用

中国科学院力学研究所 张玉东

由于现代科学技术的发展,很多科学实验往往在很短时间内得到的实验数据就多到惊人的数目。如在各种随机振动(飞机、各种车辆的运行等产生的振动都属随机振动)的测试中,每次实验就有大量的信号记录下来,要随时进行分析判断。我们在东方红—40轮式拖拉机的随机振动测试这项工作中,对不同路面、速度等各种情况下,进行了几十个工况实验,而每个工况的实验就有3000~5000个数据,这样,数据就有十几万个要进行分析。这些数据要求的二次处理部分复杂,往往牵涉到系统固有频率的计算,由此判断结构在动载荷下的安全及对其它结构的影响。例如,在车辆系统中路面对驾驶员的影响,这就是一个计算共振频率的问题,这些工作以前是用模拟仪器分析,而且依赖于使用者的技术水平,速度慢精度低。而对于大量数据的重复处理,是不能全部靠人来完成的。利用计算机时,由于是由程序完成,不依赖于使用人员的技术,对大量的数据能迅速处理。

结合工作任务,我们在随机振动信号处理中,做了频谱、功率谱、互功率谱、频率响应、功率谱累积等工作。下面概括说明利用计算机在处理这类问题时的概况。

一、系统框图

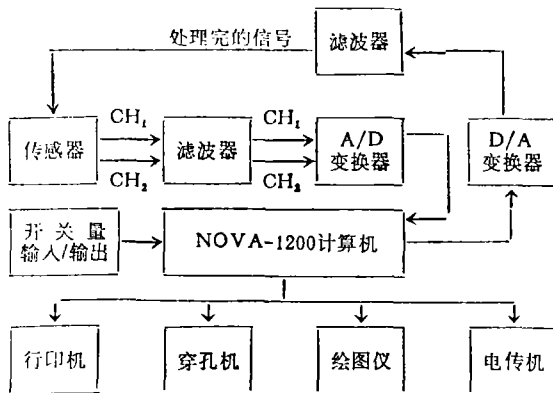


图1 系统框图

二、预处理

1. 录制信号的要求:

比例尺作用:用于从最后电信号转化为物理量和检查数据的可靠性(参见图2)。

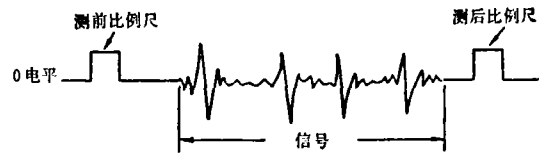


图2

2. 由于模数转换和速度的要求,信号必须预先作如下处理:

输入信号电压的绝对值(对于13位的模数转换器) $|V_{max}| \leq 4000$ 毫伏(满刻度) $|V_{min}| \geq 10$ 毫伏,(模数转换器分辨的最小值),并且 V_{max} 、 V_{min} 相差越小越好。

3. 根据用户实际经验,把信号频带利用滤波器滤去不必要频带,信号为 $f_{min} \sim f_{max}$ 的一个有限频带,而感兴趣的频带尽量位于滤波器的平坦部分。

例如:在东方红-40拖拉机的分析中,信号由三个频带组成:

- ① 0~15 赫是路面不平的影响。
- ② 发动机的基频 37 赫及其各次谐波。
- ③ 50~1000 赫机械传动的噪声。

由于我们只研究路面的影响,因此滤去(②③),留下①,根据实际的经验除去0.5赫以下的信号,只剩下0.5~15赫的频带。

三、数字化

1. 由于要用计算机处理电压信号,因此首先要将电压信号转变为等值数字,这一过程叫做数字化,

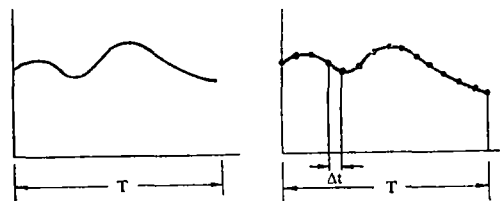


图3 其中, T 是采样长度, Δt 是采样周期

完成这一功能的设备叫做 A/D 转换器。

Δt 一般为 $1/(2-10) \cdot f_{max}$, f_{max} 为信号所含最高频率(见图 3)。

模数转换器的选择:

① 由信号频率和滤波器特性, 选择 A/D 的速度。

对低通的要求(见图 4):

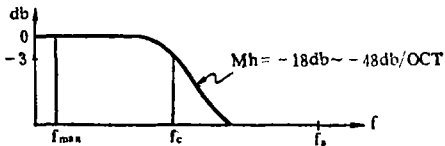


图 4

为了防止折选, 由 $\Lambda_d = M_n \log_2 \left(\frac{f_s}{f_c} - 1 \right)$ 选择 $f_s \geq 2f_c$ 。而信号 f_{max} 又要尽量位于低通的平坦部分, 所以 f_c 要大于 f_{max} 。例如: 选 $f_c = 5f_{max}$, 则采样频率 $f_s = 10f_{max}$ 。

由于要对频率的变换处理, 这里选用了 A/D 变换器。例如 20 千赫的 A/D 变换器最高处理 1 千赫~2 千赫的信号。

② 由信号的动态范围选择 A/D 字长。设 n 为字长, A/D 字长同动态范围的关系。

$$DB = 20 \lg \frac{V_{max}}{V_{min}} = 20 \lg \frac{V_{max}}{V_{max}/2^{(n-1)}} \approx 6.02(n-1) \quad (1)$$

其相应量化噪音 $V_q = 0.29 \frac{V_{max}}{2^{n-1}}$ 。例如信号动态

范围要求 60 分贝时, 则选 12 位的模数转换器, 因其动态范围由上式算出约为 66 分贝。

2. 时域信号检验:

数字化后计算出信号的均值、方差、利用绘图机绘出时间历程图, 以观察信号特性, 察看是否有明显趋势项, 或进行概率密度检验等。

由于传感器的温度漂移使记录信号如图 5a, 实际上是温度漂移与实际信号的叠加(见图 5)。

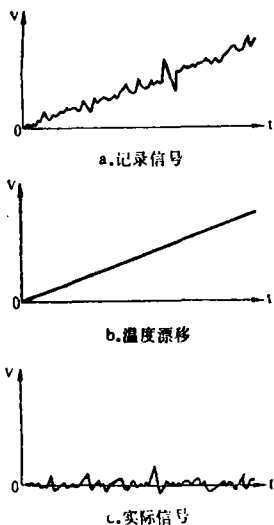


图 5

3. 加窗函数:

由于考虑到泄漏效应, 在付氏变换前, 要首先把数字化后的数据中心化, 并加适当的窗函数, 加窗后改善了泄漏效应, 但产生了如下影响:

① 加窗后要引起均方差的变化。

如输入为 $X(t)$, 则原均方值为 $\int_0^T [X(t) \cdot W(t)]^2 dt$

为使总能量相等, 则要进行修正。

$$\int_0^T X^2(t) dt = K \int_0^T X^2(t) \cdot W^2(t) dt \quad (2)$$

要想精确决定 K 是不容易的, 一般选取

$$K = \frac{T}{\int_0^T W^2(t) dt} \quad (3)$$

② 加窗后引起带宽变化, 这影响到最终分析带宽。

$$\text{例如噪声带宽 } B_n = \frac{\int_0^\infty |W(f)|^2 df}{|W_{max}|^2}$$

对于采样长度为 T 的信号, 矩形窗的噪声

$$\text{带宽 } B_n = \frac{1}{T}, \text{ 而对于哈宁窗则为 } B_n = \frac{1.5}{T}。$$

4. 为了充分利用小型计算机对内存所采取的措施:

① 对数据采取覆盖处理来提高自由度数目, 设原始数据为 T_0 等于 $4T$ (见图 6)。

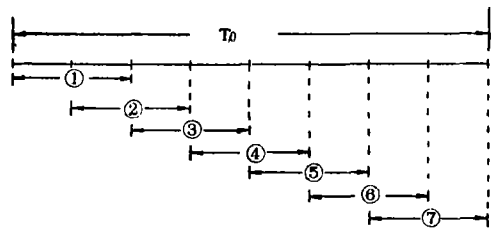


图 6

上面的使用方法, 相当加如下的窗(见图 7)。

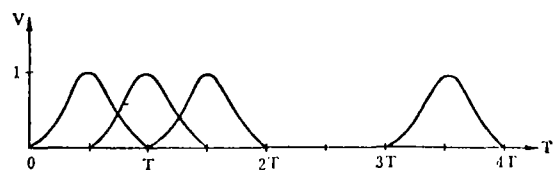


图 7

参考数据如表 1:

表 1

T _i	原自由度	覆盖	矩形窗	哈宁窗
4T	8	50%	9.8	11.3
8T	16	50%	20	29
16T	32	50%	41	58

图 8 覆盖和自由度之间的定性关系

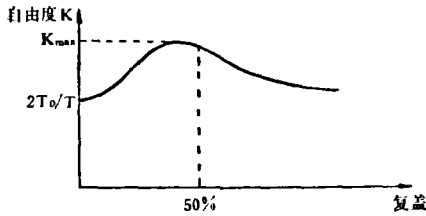
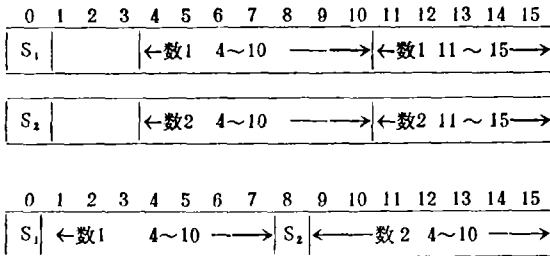


图 8

通过上述方法可以适当地提高自由度。

② 在精度允许时,采用 A/D 全字长变换,而存放时采用一个字存于一个字节中,即 8 位,来提高存储量。对于一个精度不高的测试中是可用的。



四、计算频谱

在计算机上进行频谱分析时,有的采用付氏变换硬件,有的采用付氏变换软件,硬件造价高速度快,软件造价低速度慢一些。对于振动分析我们采用软件方法,利用 FFT 软件按下面公式算出频谱:

$$S_x(m \cdot \Delta f) = \Delta t \sum_{n=0}^{N-1} X(n \cdot \Delta t) \cdot \text{EXP}(-j \cdot 2\pi \cdot m \cdot \Delta f \cdot n \cdot \Delta t) \quad (4)$$

$$S_y(m \cdot \Delta f) = \Delta t \sum_{n=0}^{N-1} Y(n \cdot \Delta t) \cdot \text{EXP}(-j \cdot 2\pi \cdot m \cdot \Delta f \cdot n \cdot \Delta t) \quad (5)$$

五、计算功率谱和互功率谱

未平滑谱采用如下公式计算,其中 * 表示共轭复数。

$$G_x^*(f) = S_x^*(f) \cdot S_x(f) \quad (6)$$

$$G_y^*(f) = S_y^*(f) \cdot S_y(f) \quad (7)$$

$$G_{yx}^*(f) = G_x^*(f) \cdot G_y(f) \quad (8)$$

为了达到指定的统计精度,还要对上式进行平滑处理,即采用时域平均或频域平均,为了不降低分辨率,我们只采用时域平均。

$$\hat{G}_x(f) = \sum_{k=1}^M G_x^k(f) / M \quad (6')$$

$$\hat{G}_y(f) = \sum_{k=1}^M G_y^k(f) / M \quad (7')$$

$$\hat{G}_{yx}(f) = \sum_{k=1}^M G_{yx}^k(f) / M \quad (8')$$

其中 M 由 $\Sigma = \frac{1}{\sqrt{M}}$ 来决定, Σ 为指定统计精度。

当输入信号是高斯,则频谱也为高斯。

功率谱密度是一个卡埃平方变量,功率谱密度函数 G(f) 的 (1~ α) 置信区间为:

$$\frac{n \hat{G}(f)}{X_{\alpha/2}^2; \alpha/2} \leq G(f) < \frac{n \hat{G}(f)}{X_{1-\alpha/2}^2; 1-\alpha/2} \quad (9)$$

其中: n 为自由度

六、计算频率响应函数

$$H(f) = \frac{G_{yx}(f)}{G_x(f)} \quad (10)$$

有了频率响应以后就可以对系统的振动特性进行分析判断。

七、计算凝聚函数

$$r(f) = \frac{|G_{yx}(f)|^2}{G_x(f) \cdot G_y(f)} \quad (11)$$

利用来判断系统的线性程度,有无噪音。

八、按比例尺转化电量为实际物理量单位

例如由 mV 转化为加速度 G 或 $\mu\epsilon$ 等。

九、结 语

我们利用小型计算机,在拖拉机,车辆乘员舒适性分析中,以及脉搏规律分析中,感到利用小型计算机为中心的数据处理系统,具有灵活机动的特点。因为处理程序可以按不同用户的要求随意改变,特别是二次处理比较复杂时。如各种平均处理、相关处理、多路数据同时处理,或是对方法要进行探索时就更为有利了。这种系统不但可以处理随机振动信号,而且也可以处理周期信号,冲击信号。如果小型计算机外围设备比较齐全, A/D 变换器是直接数据通道时,就能做更复杂的处理。如车辆或转动机械中的坎贝尔图等。

由于我们工作做的很少,还存在不少问题,有待进一步研究。

附录一: 关于程序的编制

由于NOVA机具有丰富的软件系统,所以我们采取混合语言方式编制程序。即标准部分用FORTRAN-4来编制,非标准部分采用浮动汇编语言来编制,有的部分则采用标准程序库。例如:

- 主程序:功能输入参量信息,用FORTRAN-4编。
- 处理程序:具体处理方法用FORTRAN-4式浮动汇编编出。
- 输出程序:输出中间或最终结果用。
- 绘图程序:绘输入信号时间历程图,频谱、功率谱、频响函数等图,用FORTRAN-4调一组标准程序库方程编出。
- 采样程序:功能采取一个时间历程,用浮动汇编编制,其具体接口方式,参看FORTRAN-4运行时期程序库说明。
- 控制采样程序:控制时间历程采样的开始和结束。以浮动汇编编出。
- FFT程序:快速傅里叶变换程序库,要是以浮动汇编形式编出,特点见附录2。
- DATAPLT:绘图程序库,是浮动汇编方式写出,划坐标轴,曲线,写字用。

附录二: DACQ-2CTM 随机软件 FFT 简介

由于工作需要,我们分析了随机软件FFT-快速傅里叶变换,该程序以程序库方式提供,是配合FORTRAN-4使用的,稍加修改也可用于汇编语言。该程序为了加快FFT的速度,采用了如下措施:

- 增加了乘除硬部件,乘法3.95微秒,除法4.05微秒。
- 应用自动变址单元。
- 全部运算利用定点方式,比例因子采用2幂的方式,以左移或右移来完成比例因子的乘除。

d. 对于三角函数,软件上采用一个灵活的三角函数表,对三角函数每次采用查表方式。在NOVA机上计算一次三角函数是要用几个毫秒,而查一次表只用几十微秒,这可以节约运算时间。本FFT的函数表适合于 $N=2^M, 4 \leq M \leq 10$ 的情况,表长为(400)。单元,对应于 $\cos 0^\circ \sim \cos 90^\circ$,即 $N=1024$ 时,如果要用于 $M > 10$ 时,则只须修改一下函数表就可适合任何的M值。

计算公式:采用实数方式

$$F(K, Q) = \frac{1}{NUM} \sum_{n=0}^{NUM-1} X(n, T) \cdot \exp(-j \cdot Q \cdot T \cdot n \cdot K) \quad (1)$$

$$X(L, T) = \sum_{n=0}^{NUM-1} F(K, Q) \cdot \exp(j \cdot Q \cdot T \cdot n \cdot K) \quad (2)$$

其中: $j = \sqrt{-1}$

$$Q = 2\pi / (NUM \cdot T)$$

NUM是时间序列长度, $NUM = 2^M \leq 1024$ 。

使用方式:在源程序中使用

CALL TFFT(IS, INOM, I(1), IS(NT, P))

其中: IS是变换开关,正变换 $\langle \phi \rangle$,反变换(1)。

INOM是时间序列采样点数。

I(1)是采样数据首地址,存放方式为:变换前数I的前一半存时间序列,后一半无用。变换后数组I的前一半存频谱的实部,而后一半存虚部。在FORTRAN-4中,使用时要十分注意,因其同标准算法语言的存放方式不一致。

ISCNT:是比例因子。

P是错返标号,当 $P \neq 0$ 时,FFT发生错误时返回到标号P。如果 $P=0$ 时,则印出错误信息。

程序长度:约0.8K。

速度:1~10秒。

附录三:

FFT粗框图(见图9)。

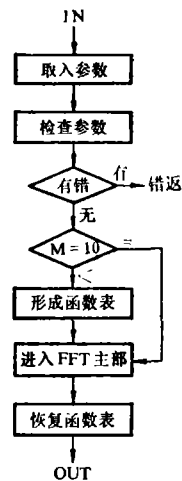


图9

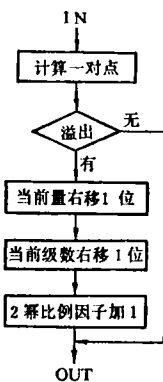


图11

函数表以 $a^{14} \cdot \cos \theta$ 的整数形式存放, $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ FFT主部(见图10)。

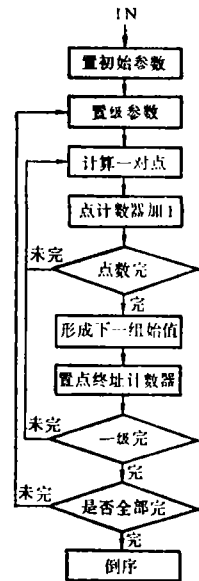


图10

计算一对点(见图11)。

由此可以看出软件FFT的计数时间不固定,它取决于在各级中有无溢出,即比例因子也是随FFT的进程具体情况产生。