第28卷 第6期 物理学报 Vol. 28, No. 6
1979年11月 ACTA PHYSICA SINICA Nov., 1979

横流放电 CO_2 激光的理论分析*

高智 林烈 孙文超
(中国科学院力学研究所)

提 要

本文提出了横流放电 CO_2 激光器的理论分析模型,导出了稳态发射的基本方程式,得到与熟知的非流动稳态增益饱和及功率理论相同的简单解析关系式. 关系式包含了流动效应及光腔上游泵浦效应的修正项. 根据强度沿流动方向变化的分析, 求得饱和强度等参量在提高流速时的极限值. 本文分析为文献[1—3]建议的选择平均增益系数并利用非流动稳态关系计算流动激光器特性的半经验方案提供了理论证明,同时将文献[4]提出的流动激光器的定性分析发展为定量计算. 由于本文公式的简单性与非流动情况一样, 因而本理论能够取代半经验方案.

一、引 言

近年来,对流放电 CO_2 激光器技术取得了很大的进展[4,5], 其中一些器件已在工业和其它领域成功地得到了应用,而新的流动激光器件仍在进一步探索. 流动技术能够迅速地排除光腔内的废能,并通过循环不断更新光腔内的工作介质,因而能够获得扩散冷却气体激光器件难以达到的高功率输出[4,5].

流动气体激光器的理论分析本质上是一个难于处理的辐射非平衡流问题, 因而尽管非流动稳态理论早已定型(如参见文献[6, 7]), 流动激光器的分析近十年来却一直在进行. 为了计算功率等激光特性,合理选择参量, 发表了许多分析文章, 详尽的数值计算参见文献[8—11],解析分析较多, 如见文献[4, 12—17]. 从这些分析看来,还存在一些值得进一步探讨的问题,譬如饱和强度的简单解析理论与试验结果比较,存在着两个数量级的差异[18],关于流动效应的分析模型并不一致,得到的结果也不相同[4,12—17],有些作者建议选择平均增益系数, 并用非流动稳态公式[1—3]进行计算, 但这样处理的理论根据以及要作哪些修正还没有解决. 事实上,对于流动气体激光器,我们还没有看到简单合理而又与实验结果相符合的定量解析理论.

针对上述情况,本文提出一个横流放电 CO_2 激光器的分析模型 (对纵流情况另作讨论),讨论以上提出的一些问题. 对激光振荡器和放大器两种情况导出增益与强度, 饱和强度及功率输出的简单解析表达式. 利用这些公式定量计算了增益、饱和强度及功率;计算结果与实验[1,19—21]相符合.

* 1978年9月27日收到.

© 1994-2013 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

二、求 解

描述流动、弛豫过程和激光传输过程之间稳态相互作用的基本方程及边界条件为

$$\frac{d}{dx}(\rho u)=0,\quad \rho u\frac{du}{dx}+\frac{dp}{dx}=0,$$

$$\rho u\frac{dh'}{dx}-u\frac{dp}{dx}=Q-\frac{1}{c}\int_0^\infty(B'_{21}f_2N'_2-B'_{12}f_1N'_1)J'd\nu',$$

$$h'=C_pT+\sum_{i=1}^{3}\frac{\varepsilon_iN_i}{\rho},\quad p=\rho\frac{k}{m}T. \tag{2.1}$$

$$u\frac{d}{dx}\left(\frac{N'_3}{\rho}\right)=\frac{1}{\rho}(W'_3-K'_{32}N'_3+K'_{23}N'_2),$$

$$u\frac{d}{dx}\left(\frac{N'_2}{\rho}\right)=\frac{1}{\rho}\left[W'_2+K'_{32}N'_3-(K'_{23}+K'_{21})N'_2-(B'_{21}f_2N'_2-B'_{12}f_1N'_1)\frac{J'}{ch\nu}\right],$$

$$u\frac{d}{dx}\left(\frac{N'_1}{\rho}\right)=\frac{1}{\rho}\left[W'_1-K'_{10}N'_1+(B'_{21}f_2N'_2-B'_{12}f_1N'_1)\frac{J'}{ch\nu}\right],$$

$$N'_0+N'_1+N'_2=\text{常数},\quad N'_3+N'_4=\text{常数}. \tag{2.2}$$

$$cl_1\frac{\partial J'}{\partial x}+cl_2\frac{\partial J'}{\partial y}+cl_3\frac{\partial J'}{\partial z}=(B'_{21}f_2N'_2-B'_{12}f_1N'_1)J'. \tag{2.3}$$

在平面平行镜面边界上:

$$y=0\quad J'^{+}_0=R_1J'^{-}_0,\quad R_1=1-a_1-t_1;$$

$$y=L_2\quad J'^{-}_L=R_2J'^{+}_L,\quad R_2=1-a_2-t_2. \tag{2.4}$$

这里 x, y, z 为座标变数,参见图 1. u, ρ, p, T, h' 和 m 分别是气流的流速、密度、压力、温度、静焓和平均分子质量. C_p 为定压比热, Q 是单位体积电功率输入, c 是光速, k 是玻耳兹曼常数, h 是普朗克常数, N'_0, N'_4 分别是 CO_2 和氮振动基态数密度, N'_3 为氮亚稳态数密度, N'_2 是 CO_2 (001) 能级数密度, N'_1 是 CO_2 对称-弯曲模低振动能级, 即 CO_2 的 (100), (010), (020), (030) 和 (110) 的数密度. K'_{ij} 为 i 能级损失一个量子、j 能级增加一个量子的交换速率, K'_{10} 是 CO_2 (010) 能级的去活化速率. 假定 CO_2 对称和弯曲振动模内部处于热力学平衡,因此 CO_2-N_2 的激光工作能级为五个能级, 见图 2. 但对激光的稳态发射, 布居数很偏离热平衡分布, $K'_{01}N'_0$, $K'_{12}N'_1$ 等项与其它项相比很小,可以忽略,故弛豫速率方程组具有 (2.2) 式的形式. W'_i 为放电体积泵浦速率, ε_i 是 i 能级振动能量, $h\nu=\varepsilon_2-\varepsilon'_1$, ε'_1 为 CO_2(100) 能级的振动能量, ν 是激光频率, $l_i(i=1,2,3)$ 是辐射传输方程的方向余弦, $J'=J'^{+}+J'^{-}$ 为辐射强度, J'^{+} 和 J'^{-} 分别是沿 y 正方向和负方向行进的光子能流. R_i, a_i 和 $t_i(i=1,2)$ 分

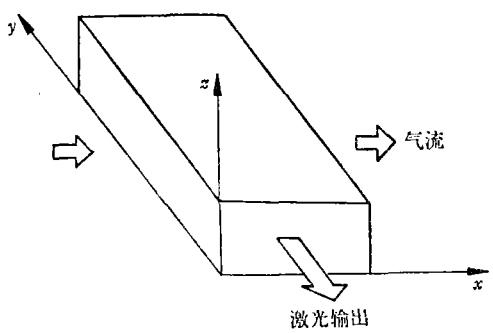

图 1 横流放电 CO_2 激光器示意图及座标系统

© 1994-2013 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

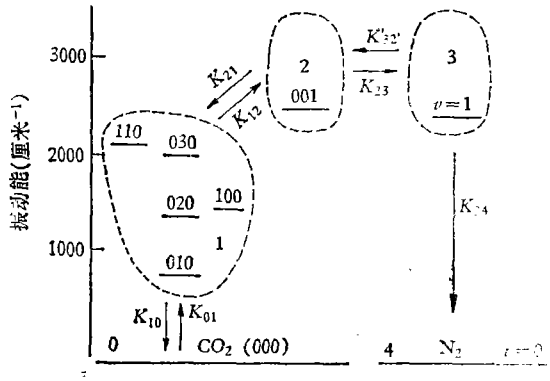

图 2　CO_2-N_2 五能级振动模型

别是 $y=0$，L_2 位置镜子的反射、吸收和透射系数．B'_{21} 是在频率为 ν 的辐射作用下多普勒表观频率为 ν' 的粒子受激发射速率，

$$B'_{21}=B_{21}\frac{2/\pi\Delta\nu_N}{1+\left[\frac{2(\nu'-\nu)}{\Delta\nu_N}\right]^2},\quad g_2B'_{21}=g_1B'_{12},$$

$$B_{21}=\frac{c^3}{8\pi\nu^2}A_{21},\tag{2.5}$$

其中 $g_i(i=1,2)$ 为统计权重，$\Delta\nu_N$ 是均匀加宽线型的半峰值宽度，A_{21} 为 $CO_2(001)$ 能级的自发辐射速率，$f_i(i=1,2)$ 是 N_i 中具有激光作用的粒子数分数．把弛豫方程组(2.2)和辐射传输方程(2.3)对 x 积分，并利用以下近似关系式：

$$\frac{1}{L_1}\int_0^{L_1}K'_{ij}N'_idx\approx\frac{K_{ij}(x^*)}{L_1}\int_0^{L_1}N'_idx=K_{ij}N_i,\quad K_{ij}=K_{ij}(\bar{p},\bar{T})\approx K'_{ij}(x^*),$$

$$0<x<L_1,$$

$$\frac{1}{L_1}\int_0^{L_1}\frac{(B'_{21}f_2N'_2-B'_{12}f_1N'_1)}{c}J'dx$$

$$\approx\frac{B'_{21}(x^*)f_2(x^*)N'_2(x^*)-B'_{12}(x^*)f_1(x^*)N'_1(x^*)}{cL_1}\int_0^{L_1}J'dx$$

$$\approx\frac{(\bar{B}'_{21}\bar{f}_2N_2-\bar{B}'_{12}\bar{f}_1N_1)}{c}J,\quad \bar{B}'_{ij}=\bar{B}'_{ij}(\bar{p},\bar{T})\approx B'_{ij}(x^*),$$

$$\bar{f}_i=\bar{f}_i(\bar{p},\bar{T})\approx f_i(x^*),\tag{2.6$'$}$$

其中 $\bar{p}$，$\bar{T}$ 为光腔内气流参量 p，T 的平均值，于是得

$$W_3-K_{32}N_3+K_{23}N_2+K_f(N'_{30}-N'_{3L_1})=0,$$

$$W_2+K_{32}N_3-(K_{23}+K_{21})N_2-(\bar{B}'_{21}\bar{f}_2N_2-\bar{B}'_{12}\bar{f}_1N_1)\frac{J}{ch\nu}+K_f(N'_{20}-N'_{2L_1})=0,$$

$$W_1-K_{10}N_1+(\bar{B}'_{21}\bar{f}_2N_2-\bar{B}'_{12}\bar{f}_1N_1)\frac{J}{ch\nu}+K_f(N'_{10}-N'_{1L_1})=0,$$

$$\frac{\partial J}{\partial y}=\frac{J}{c}(\bar{B}'_{21}\bar{f}_2N_2-\bar{B}'_{12}\bar{f}_1N_1),\tag{2.6}$$

© 1994-2013 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

其中

$$K_f=\frac{\bar{u}}{L_1},\quad N_i=\frac{1}{L_1}\int_0^{L_1}N'_i dx,\quad J=\frac{1}{L_1}\int_0^{L_1}J' dx,\quad W_i=\frac{1}{L_1}\int_0^{L_1}W'_i dx,\tag{2.7}$$

N'_{i_0} 和 $N'_{iL_1}(i=1,2,3)$ 分别是 $x=0$, L_1 位置处 i 能级的布居数. 方程组(2.6)包含四个方程和七个未知数，七个未知数是 J, N_i 和 $N'_{iL_1}(i=1,2,3)$. 因此需要补充三个关系，三个补充关系应由无激光辐射作用的弛豫方程组提供，当 $J'\equiv 0$ 时与(2.6)式相对应的三个关系式为

$$\begin{aligned}&W_3-K_{32}N_3^0+K_{23}N_2^0+K_f(N'^0_{30}-N'^0_{3L_1})=0,\\&W_2+K_{32}N_3^0-(K_{23}+K_{21})N_2^0+K_f(N'^0_{20}-N'^0_{2L_1})=0,\\&W_1-K_{10}N_1^0+K_f(N'^0_{10}-N'^0_{1L_1})=0.\end{aligned}\tag{2.8}$$

这里右上标"0"表示无激光作用时的参量值. 在微分方程组(2.2)中令 $J'\equiv 0$, 经过运算解出 $N'^0_{iL_1}(i=1,2,3)$,

$$N'^0_{1L_1}=\frac{W_1}{K_{10}}+e^{-\frac{K_{10}}{K_f}}\left(N'^0_{10}-\frac{W_1}{K_{10}}\right),$$

$$\begin{aligned}N'^0_{2L_1}=&\frac{K_{32}(W_3+W_2)}{K_{21}K_{23}}+\sum_{\substack{i=1\ (j\neq i)\\ j=1,2}}^{2}\frac{e^{-\frac{\lambda_i}{K_f}}}{\lambda_i-\lambda_j}\\&\times\left[W_2-(K_{23}+K_{21})N'^0_{20}+K_{32}N'^0_{30}+N'^0_{20}\lambda_j-\frac{K_{32}(W_3+W_2)}{\lambda_i}\right],\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}N'^0_{3L_1}=&\frac{(K_{23}+K_{21})W_3+K_{23}W_2}{K_{21}K_{23}}+\sum_{\substack{i=1\ (j\neq i)\\ j=1,2}}^{2}\frac{e^{-\frac{\lambda_i}{K_f}}}{\lambda_i-\lambda_j}\\&\times\left[W_3-K_{32}N'^0_{30}+K_{23}N'^0_{20}+N'^0_{30}\lambda_j-\frac{(K_{23}+K_{21})W_3+K_{23}W_2}{\lambda_i}\right],\end{aligned}\tag{2.8$'$}$$

其中 $N'^0_{i_0}$ 是取决于光腔上游来流条件的已知量. 比较方程(2.6)和(2.8)可知，与方程组(2.8)相容的(2.6)式的解为

$$N_i+N'_{i_0}-N'_{iL_1}=N_i^0+N'^0_{i_0}-N'^0_{iL_1}\quad(i=1,2,3),\tag{2.9}$$

把(2.9)式代入(2.6)式得

$$\begin{aligned}&A'_3-(K_{32}+K_f)N_3+K_{23}N_2+K_fN_3^0=0,\\&A'_2+K_{32}N_3-(K_{21}+K_{23}+K_f)N_2-(\bar{B}'_{21}\bar{f}_2N_2-\bar{B}'_{12}\bar{f}_1N_1)\frac{J}{chv}+K_fN_2^0=0,\\&A'_1-(K_{10}+K_f)N_1+(\bar{B}'_{21}\bar{f}_2N_2-\bar{B}'_{12}\bar{f}_1N_1)\frac{J}{chv}+K_fN_1^0=0,\\&\frac{\partial J}{\partial y}=\frac{J}{c}(\bar{B}'_{21}\bar{f}_2N_2-\bar{B}'_{12}\bar{f}_1N_1),\end{aligned}\tag{2.10}$$

其中

$$A'_i=W_i+K_f(N'^0_{i_0}-N'^0_{iL_1})\quad(i=1,2,3).\tag{2.11}$$

方程组(2.10)即是我们分析横流激光稳态发射增益饱和方式的基本方程式，(2.10)式与气

© 1994-2013 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

流参量平均值 $\bar{p}$, $\bar{T}$, $\bar{u}$ 的解(参见以下内容)一起给出问题的全部答案.

方程组 (2.10) 是包含了流动效应及上游泵浦效应的稳态发射方程式,由此可以直接导出如下有用的结论: 1) 光腔上游泵浦作用与光腔内的泵浦作用等效,上游泵浦作用与 K_f 及 $N'^0_{i_0}$ 成正比,我们称 $K_fN'^0_{i_0}$ 为上游泵浦项, 激光功率输出与上游泵浦项 $K_fN'^0_{i_0}(i=2,3)$ 成正比, 流出光腔的对流损失 $K_fN'^0_{iL_1}(i=2,3)$ 以及 $K_fN'^0_{10}$ 相当于负的泵浦作用. 2) 上游泵浦项为零,即 $N'^0_i\approx 0(i=2,3)$ 时, K_f 不能太大于 K_{ij} 和 $\frac{W_i}{N_{CO_2}}$ 的最大值, 否则 (2.10)式只有 $N_i\equiv N^0_i(i=1,2,3)$ 的解, 也就是说当 K_f 过分大时, 气流通过光腔期间上能级来不及受到泵浦,下能级来不及被抽空, 激光发射不能维持 $J\equiv 0$. 3) 当 $K_f\approx 0$ 时,(2.10)式简化为非流动气体激光器的稳态发射方程式.

1. 振荡器情况　对(2.10)式作运算后得到振荡器的增益饱和特性

$$g=\int_0^\infty \frac{1}{J}\frac{dJ}{dy}\,\delta(\nu'-\nu)d\nu'$$

$$=\int_0^\infty \frac{\frac{1}{c}\left(\bar{B}'_{21}\bar{f}_2\frac{A'_2+A'_3}{K_{21}}-\bar{B}'_{12}\bar{f}_1\frac{A'_1}{K_{10}}\right)}{1+\frac{J}{ch\nu}\left[\frac{\bar{B}'_{21}\bar{f}_2(K_{32}+K_f)}{(K_{21}+K_f)(K_{32}+K_f)+K_{23}K_f}+\frac{\bar{B}'_{12}\bar{f}_1}{K_{10}+K_f}\right]}d\nu', \tag{2.12}$$

其中 $\delta(\nu'-\nu)$ 是狄拉克函数. 粒子具有 y 方向速度分量在 W_y 到 W_y+dW_y 之间的几率,或具有多普勒表观频率在 ν' 到 $\nu'+d\nu'$ 之间的几率分别为

$$P(W_y)dW_y=\sqrt{\frac{m}{2\pi kT}}\exp\left(-\frac{mW_y^2}{2kT}\right)dW_y,$$

$$P(\nu')d\nu'=\frac{2}{\Delta\nu_D}\sqrt{\frac{\ln 2}{\pi}}\exp\left\{-\left[\frac{2(\nu'-\nu_0)\sqrt{\ln 2}}{\Delta\nu_D}\right]^2\right\}d\nu', \tag{2.13}$$

其中

$$\nu'=\nu_0\left(1+\frac{W_y}{c}\right),\quad \Delta\nu_D=\frac{2\nu_0}{c}\sqrt{\frac{2kT}{m}\ln 2}, \tag{2.13$'$}$$

ν_0 是粒子处于静止状态时所观察到的频率, 即多普勒型线中心频率, $\Delta\nu_D$ 为多普勒型线半峰值处的全宽度. 利用关系式(2.5)和(2.13),(2.12),可化为

$$g=\frac{K_0\Delta\nu_N}{2\pi}\int_0^\infty\frac{\exp\left\{-\left[\frac{2(\nu'-\nu_0)\sqrt{\ln 2}}{\Delta\nu_D}\right]^2\right\}}{(\nu'-\nu)^2+\left(\frac{\Delta\nu_N}{2}\right)^2(1+J/J_s)}d\nu', \tag{2.14}$$

其中

$$K_0=\frac{\bar{B}'_{21}}{c}\frac{2}{\Delta\nu_D}\sqrt{\frac{\ln 2}{\pi}}\times\left[\frac{\bar{f}_2(A_2+A_3)}{K_{21}}-\frac{g_2\bar{f}_1A_1}{g_1K_{10}}\right], \tag{2.15}$$

$$A_i=\int_0^\infty A'_i d\nu',$$

$$J_s=\frac{\pi\Delta\nu_N}{2}\times\frac{ch\nu}{\bar{B}'_{21}}\left[\frac{\bar{f}_2(K_{32}+K_f)}{(K_{21}+K_f)(K_{32}+K_f)+K_{23}K_f}+\frac{g_2\bar{f}_1}{g_1(K_{10}+K_f)}\right]^{-1}, \tag{2.16}$$

© 1994-2013 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

令

$$s=\frac{2(\nu'-\nu_0)\sqrt{\ln 2}}{\Delta\nu_D},\quad ds=\frac{2\sqrt{\ln 2}}{\Delta\nu_D}d\nu',\quad \alpha=\frac{2(\nu-\nu_0)\sqrt{\ln 2}}{\Delta\nu_D}$$

$$\beta=\frac{\Delta\nu_s}{\Delta\nu_D}\sqrt{\ln 2}=\eta\sqrt{1+J/J_s},\quad \Delta\nu_s=\Delta\nu_N\sqrt{1+J/J_s},$$

$$\eta=\frac{\Delta\nu_N}{\Delta\nu_D}\sqrt{\ln 2},\tag{2.17)'$$

把(2.17)′式代入(2.14)式，得

$$g=\frac{K_0}{\sqrt{\pi(1+J/J_s)}}\times Z_i\left[\frac{2(\nu-\nu_0)\sqrt{\ln 2}}{\Delta\nu_D}+i\frac{\Delta\nu_N}{\Delta\nu_D}\sqrt{(1+J/J_s)\ln 2}\right],\tag{2.17}$$

式中 Z_i 是等离子体色散函数[22]

$$Z(\alpha+i\beta)=\frac{2(\alpha+i\beta)}{\sqrt{\pi}}\int_0^\infty\frac{e^{-s^2}}{s^2-(\alpha+i\beta)^2}ds=Z_r(\alpha+i\beta)+iZ_i(\alpha+i\beta)$$

的虚部．对光频与增益型线中心频率一致 $\nu=\nu_0$ 的情况，定义小信号增益系数 g_0 为

$$g_0=\frac{K_0}{\sqrt{\pi}}Z_i(i\eta),\quad \eta=\frac{\Delta\nu_N}{\Delta\nu_D}\sqrt{\ln 2},\tag{2.18}$$

于是有

$$g=\frac{g_0}{\sqrt{1+J/J_s}}\times\frac{Z_i(i\eta\sqrt{1+J/J_s})}{Z_i(i\eta)}.\tag{2.19}$$

对均匀加宽和非均匀加宽的极限得

$$g=\frac{g_0}{1+J/J_s},\quad g_0=\frac{K_0\Delta\nu_D}{\Delta\nu_N\sqrt{\pi\ln 2}},\tag{2.20}$$

$$g=\frac{g_0}{\sqrt{1+J/J_s}},\quad g_0=K_0.\tag{2.21}$$

以上公式与熟知的非流动稳态理论公式[6,7]完全一致，但是这里包含了流动效应以及光腔上游泵浦效应的修正项．这里流动效应的修正包含两层内容：一是单纯流速效应的修正，由含 K_f 的项表示，二是泵浦、辐射和流场耦合作用产生的“隐含”效应，该效应反应为：J_s 和 g_0 中包含的 K_{ij}，$\Delta\nu_N$，$\Delta\nu_D$，$\bar{f}_i$ 等量均是 $\bar{p}$，$\bar{T}$，$\bar{u}$ 的函数．因而以上公式与非流动情况有着本质的区别，$\bar{p}$，$\bar{T}$，$\bar{u}$ 等量事先并不知道，而必须根据流场解和功率公式叠代计算求得，求得 $\bar{p}$，$\bar{T}$，$\bar{u}$ 的同时，J_s，g_0，J_t 等量随即确定．$\bar{p}$，$\bar{T}$，$\bar{u}$ 等量的确定见下节．最后我们指出，当把式中诸量改写成对 y 取平均的量即

$$\bar{g}=\frac{1}{L_2}\int_0^{L_2}gdy=\frac{1}{c}(\bar{B}'_{21}\bar{f}_2N_2-\bar{B}'_{12}\bar{f}_1N_1)=\frac{-1}{2L_2}\ln R_1R_2,$$

$$I=\frac{1}{L_2}\int_0^{L_2}Jdy,\qquad I_s=\frac{1}{L_2}\int_0^{L_2}J_sdy.\tag{2.22}$$

以上所得到的关系式同样成立．

2. *放大器情况* 由方程组(2.10)出发，容易导出激光介质作为放大器使用时的增益特性．考虑一强度均匀的平行辐射光束沿 y 方向射入(通过)增益介质，入射光束强度将被放大，

© 1994-2013 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

这时方程组(2.6)仍适用，但需把它的第四式作如下修正：

$$\frac{1}{J}\frac{\partial J}{\partial y}=\frac{1}{c}(\bar{B}'_{21}\bar{f}_2N_2-\bar{B}'_{12}\bar{f}_1N_1)-b, \tag{2.23}$$

b 是包括吸收、散射等损耗的平均损耗系数．利用(2.6)，(2.23)式并考虑到频率分布，得

$$\frac{1}{J}\frac{\partial J}{\partial y}=\int_0^\infty\frac{1}{J}\frac{\partial J}{\partial y}\delta(\nu'-\nu)d\nu'$$

$$=\int_0^\infty\frac{\frac{1}{c}\left(\bar{B}'_{21}\bar{f}_2\frac{A'_2+A'_3}{K_{21}}-\bar{B}'_{12}\bar{f}_1\frac{A'_1}{K_{10}}\right)}{1+\frac{J}{ch\nu}\left[\frac{\bar{B}'_{21}\bar{f}_2(K_{32}+K_f)}{(K_{21}+K_f)(K_{32}+K_f)+K_{23}K_f}+\frac{\bar{B}'_{12}\bar{f}_1}{K_{10}+K_f}\right]}d\nu'-b. \tag{2.24}$$

与(2.12)式类似，上式可化为

$$\frac{1}{J}\frac{\partial J}{\partial y}=\frac{K_0\Delta\nu_N}{2\pi}\int_0^\infty\frac{\exp\left\{-\left[\frac{2(\nu'-\nu_0)\sqrt{\ln 2}}{\Delta\nu_D}\right]^2\right\}}{(\nu-\nu')^2+\left(\frac{\Delta\nu_N}{2}\right)^2(1+J/J_s)}d\nu'-b, \tag{2.25}$$

其中 K_0 和 J_s 的定义见(2.15)，(2.16)式．对均匀加宽极限得

$$\frac{1}{J}\frac{\partial J}{\partial y}=\frac{g_0}{1+J/J_s}-b,\quad g_0=\frac{K_0\Delta\nu_D}{\Delta\nu_N\sqrt{\pi\ln 2}}. \tag{2.26}$$

令归一化强度 $\Phi=J/J_s$，对放大路径全长度 S 积分上式得

$$(g_0-b)S=\ln\frac{\Phi_2}{\Phi_1}-\frac{g_0}{b}\ln\frac{g_0-b(1+\Phi_2)}{g_0-b(1+\Phi_1)}, \tag{2.27}$$

Φ_1 为归一化输入强度，Φ_2 为归一化输出强度．对于损耗小 $b/g_0\approx 0$ 的情况，上式简化为

$$g_0S=\ln\frac{J_2}{J_1}+\frac{J_2}{J_s}-\frac{J_1}{J_s}. \tag{2.28}$$

输入强度很小，$J_1/J_2\ll 1$ 时，得

$$g_0S\approx\ln\left(\frac{J_2}{J_1}\right). \tag{2.29}$$

以上公式与非流动稳态放大器增益和强度公式[23]一致，区别在于参量 K_0，J_s 和 g_0 都包含了流动效应及上游泵浦效应的修正项，“流动修正”的含义和振荡器相同．因而上述关系可看作是非流动放大器理论[23]对于流动情况的推广．

三、功 率 输 出

利用前节关系式导出功率输出的解析表达式．把方程组(2.6)的第四式对 y 积分，并利用强度边界条件(2.4)式，得

$$\bar{g}I=\frac{1}{L_2}\int_0^{L_2}\frac{1}{c}(B'_{21}f_2N_2-B'_{12}f_1N_1)Jdy$$

$$=\frac{1}{L_2}(J^+_{L_2}-J^+_0-J^-_{L_2}+J^-_0), \tag{3.1}$$

© 1994-2013 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

$$(J_{L_2}^{+}-J_0^{+}-J_{L_2}^{-}+J_0^{-})=\frac{J_0^{-}(\sqrt{R_1}+\sqrt{R_2})(1-\sqrt{R_1R_2})}{\sqrt{R_2}}$$

$$=\frac{J_{L_2}^{+}(\sqrt{R_1}+\sqrt{R_2})(1-\sqrt{R_1R_2})}{\sqrt{R_1}}. \tag{3.2}$$

通过两端镜面的总透射功率 $W=AJ_t$，A 为光束截面积，J_t 是透射辐射强度.

$$J_t=J_0^{-}t_1+J_{L_2}^{+}t_2=\frac{\bar{g}IL_2(t_1\sqrt{R_2}+t_2\sqrt{R_1})}{(\sqrt{R_1}+\sqrt{R_2})(1-\sqrt{R_1R_2})}$$

$$=\frac{t_1\sqrt{R_2}+t_2\sqrt{R_1}}{(\sqrt{R_1}+\sqrt{R_2})(1-\sqrt{R_1R_2})}\times\frac{Ig_0L_2}{\sqrt{1+I/I_s}}\times\frac{Z_i(i\eta\sqrt{1+I/I_s})}{Z_i(i\eta)}. \tag{3.3}$$

对均匀加宽极限得

$$J_t=\frac{(t_1\sqrt{R_2}+t_2\sqrt{R_1})I_s}{(\sqrt{R_1}+\sqrt{R_2})(1-\sqrt{R_1R_2})}\times(g_0L_2+\ln\sqrt{R_1R_2}), \tag{3.4}$$

对非均匀加宽极限得

$$J_t=\frac{(t_1\sqrt{R_2}+t_2\sqrt{R_1})I_s}{(\sqrt{R_1}+\sqrt{R_2})(1-\sqrt{R_1R_2})}\times\left[\frac{-(g_0L_2)^2}{\ln\sqrt{R_1R_2}}+\ln\sqrt{R_1R_2}\right]. \tag{3.5}$$

对于 $R_1=R_2$ 的对称腔，当两镜吸收系数相同 $a_1=a_2=a$ 时，一端镜输出，对均匀和非均匀加宽极限分别得

$$J_t=\frac{t}{2(a+t)}\times\frac{g_0IL_2}{\sqrt{1+I/I_s}}\times\frac{Z_i(i\eta\sqrt{1+I/I_s})}{Z_i(i\eta)}, \tag{3.3$'$}$$

$$J_t=\frac{tI_s}{2}\left(\frac{g_0L_2}{a+t}-1\right), \tag{3.4$'$}$$

$$J_t=\frac{tI_s}{2}\left[\left(\frac{g_0L_2}{a+t}\right)^2-1\right]. \tag{3.5$'$}$$

以上公式与熟知的非流动稳态功率关系[6,7]形式完全一致，不同的是以上诸式中的参量 I_s，g_0 均包含了流动效应和上游泵浦效应的修正项. 因而当用 (2.16) 和 (2.18) 式计算 J_s 和 g_0 时，熟知的非流动稳态功率关系的图表、曲线以及最佳透射率关系均可直接用于横流情况.

四、气流平均参量 $\bar{p}$、$\bar{T}$、$\bar{u}$ 的解

对于常截面通道，积分流体力学方程组(2.1)，得

$$\rho_0u_0=\rho_Lu_L,\quad \rho_0u^2+p_0=\rho_Lu_L^2+p_L,$$

$$\rho_0u_0\left(h_L'-h_0'+\frac{u_L^2-u_0^2}{2}\right)=\int_0^L Qdx-\frac{g_0JL}{\sqrt{1+J/J_s}}\times\frac{Z_i(i\eta\sqrt{1+J/J_s})}{Z_i(i\eta)}, \tag{4.1}$$

其中足标“0”和“L”表示函数在 $x=0$，L 处的值. 第三式右端第二项表示气流能量的辐

© 1994-2013 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

射损失，该项即 gJL 的值能够根据物理的考虑近似求出，若电能馈入激光上能级和氮亚稳态的功率传输分数为 η_T，则 gJL 的值近似等于 $0.41\eta_T\int_0^L Qdx$. 利用 (3.1) 式和状态方程求得

$$\Delta u = u_L - u_0 = \frac{u_0}{2(\gamma+1)}\left\{\left(\frac{\gamma p_0}{\rho_0 u_0^2} - 1\right)\right.$$

$$\left. + \sqrt{\left(1 - \frac{\gamma p_0}{\rho_0 u_0}\right)^2 - \frac{4(\gamma^2-1)}{u_0^2}\left[\frac{1}{\rho_0 u_0}\left(\int_0^L Qdx - gJL\right) - \Delta E\right]}\right\},$$

$$\Delta\rho = -\frac{\rho_0\Delta u}{u_0 + \Delta u}, \quad \Delta p = -\rho_0 u_0 \Delta u, \tag{4.2}$$

其中 γ 为比热比，ΔE 是单位质量气体振动能储藏量的变化量. 由(4.2)式求得气流参量的终端值即可求得气流参量的平均值，如 $\bar{p} = \frac{1}{2}(p_0 + p_L)$，$\bar{T} = \frac{1}{2}(T_0 + T_L)$ 等.

五、辐射强度沿流向 x 的变化

分析辐射强度和饱和强度沿流向的变化，并把它们与积分平均量作比较，可导出一些新的结论.

为了得到强度随 x 变化的特性，把弛豫方程(2.2)和辐射方程(2.3)对 y 积分得

$$\frac{dc_3}{d\xi} = R_3' - K_{32}c_3 + K_{23}c_2,$$

$$\frac{dc_2}{d\xi} = R_2' + K_{32}c_3 - (K_{23} + K_{21}) - \frac{g'I'}{h\nu},$$

$$\frac{dc_1}{d\xi} = R_1' - K_{10}c_1 + \frac{g'I'}{h\nu}, \tag{5.1}$$

$$g' = \frac{1}{c}(B_{21}'f_2c_2 - B_{12}'f_1c_1) = \frac{-1}{2L_2}\ln(R_1R_2), \tag{5.2}$$

其中

$$\xi = \frac{x}{u}, \quad c_i = \frac{1}{L_2}\int_0^{L_2} N_i dy,$$

$$I' = I'(x) = \frac{1}{L_2}\int_0^{L_2} J'dy, \quad R_i' = \frac{1}{L_2}\int_0^{L_2} W_i'dy. \tag{5.3}$$

(5.2)式是激光振荡的阈值条件. 与非流动情况相比，(5.2)式还有如下物理意义：由于流动特征速度 K_f 及弛豫特征速度 K_{ij} 远小于辐射特征速度 c/L_2，故 c_1 和 c_2 满足(5.2)式并作为一个整体参于弛豫过程，因而令

$$c_b = c_1 + c_2, \quad c_1 = s_2c_b - s_0g', \quad c_2 = s_1c_b + s_0g', \tag{5.4}$$

其中

$$s_0 = c/(B_{21}'f_2 + B_{12}'f_1), \quad s_1 = B_{12}'f_1/(B_{21}'f_2 + B_{12}'f_1),$$

$$s_2 = B_{21}'f_2/(B_{21}'f_2 + B_{12}'f_1), \tag{5.5}$$

© 1994-2013 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

对(5.1)和(5.4)式作运算后得

$$\frac{d^2c_b}{d\xi^2}+[K_{32}+s_1(K_{21}+K_{23})+s_2K_{10}]\frac{dc_b}{d\xi}+K_{32}(s_1K_{21}+s_2K_{10})c_b$$

$$=K_{32}\sum_{i=1}^{3}R_i'-s_0(K_{23}+K_{21}-K_{10})\frac{dg'}{d\xi}-s_0K_{32}(K_{21}-K_{10})g',$$

$$\frac{d^2c_3}{d\xi^2}+[K_{32}+s_1(K_{21}+K_{23})+s_2K_{10}]\frac{dc_3}{d\xi}+K_{32}(s_1K_{21}+s_2K_{10})c_3$$

$$=s_1K_{23}\sum_{i=1}^{3}R_i'+(s_1K_{21}+s_2K_{10})R_3'+s_0K_{23}\frac{dg'}{d\xi}+s_0K_{23}K_{10}g'. \tag{5.6}$$

下面考虑镜面反射率为常数 $(dg'/d\xi)=0$ 的情况，(5.6) 式满足初始条件 $x=\xi=0$，$c_b=c_{b0}'$，$c_3=c_{30}'$ 的解为

$$c_b=\frac{K_{32}\sum_{i=1}^{3}R_i'}{\lambda_1\lambda_2}+\frac{s_0gK_{32}(K_{10}-K_{21})}{\lambda_1\lambda_2}+\sum_{\substack{i=1\ (j\neq i)\\ j=1,2}}^{2}\frac{e^{-\lambda_i\xi}}{\lambda_j-\lambda_i}\times\Big\{R_1'+R_2'-\frac{K_{32}\sum_{i=1}^{3}R_i'}{\lambda_i}$$

$$+K_{32}c_{30}'+[\lambda_j-s_1(K_{23}+K_{21})-s_2K_{10}]c_{b0}'$$

$$-\Big[(K_{23}+K_{21}-K_{10})+\frac{K_{32}(K_{10}-K_{21})}{\lambda_i}\Big]\times s_0g'\Big\},$$

$$c_3=\frac{R'}{\lambda_1\lambda_2}+\frac{s_0gK_{23}K_{10}}{\lambda_1\lambda_2}+\sum_{\substack{i=1\ (j\neq i)\\ j=1,2}}^{2}\frac{e^{-\lambda_i\xi}}{\lambda_j-\lambda_i}\times\Big\{R_3'-\frac{R'}{\lambda_i}+(\lambda_j-K_{32})c_{30}'$$

$$+s_1K_{23}c_{b0}'+s_0g'K_{23}\Big(1-\frac{K_{10}}{\lambda_i}\Big)\Big\}, \tag{5.7}$$

其中

$$R'=(s_1K_{21}+s_2K_{10})R_3'+s_1K_{23}\sum_{i=1}^{3}R_i',$$

$$\lambda_{1,2}=\frac{1}{2}[K_{32}+s_1(K_{23}+K_{21})+s_2K_{10}$$

$$\pm\sqrt{[K_{32}+s_1(K_{23}+K_{21})+s_2K_{10}]^2-4K_{32}(s_1K_{21}+s_2K_{10})}\,]. \tag{5.8}$$

(5.7)式给出(5.6)式 $\lambda_1\neq\lambda_2$ 时的解，对于 $\lambda_1=\lambda_2$ 的解，同样可用常规方法求出，这里不再讨论。

由(5.1)和(5.2)式导出

$$\frac{g'I'}{h\nu}=s_2R_2'-s_1R_1'+s_2K_{32}c_3-s_1s_2(K_{23}+K_{21}-K_{10})c_b$$

$$-s_0g[s_2(K_{21}+K_{23})+s_1K_{10}]$$

$$=\frac{2K_0'I_s'(x)}{\pi\Delta\nu_Nh\nu}-\Big(\frac{2}{\Delta\nu_N}\Big)^2\frac{g'I_s'}{h\nu}\Big[(\nu-\nu')^2+\Big(\frac{\Delta\nu_N}{2}\Big)^2\Big], \tag{5.9}$$

其中

© 1994-2013 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

$$\frac{I'_s}{h\nu}=\frac{\pi\Delta\nu_N c}{2B_{21}\left(f_2+\frac{g_1}{g_2}f_1\right)}\left\{\frac{K_{21}K_{10}}{s_1K_{21}+s_2K_{10}}-\sum_{\substack{i=1\ (j\neq i)\\ j=1,2}}^{2}\frac{e^{-\lambda_i\frac{x}{u}}}{\lambda_j-\lambda_i}\left(s_2K_{22}K_{23}\left[1-\frac{K_{10}}{\lambda_i}\right]\right.\right.$$

$$\left.\left.+s_1s_2(K_{23}+K_{21}-K_{10})\left[K_{23}+K_{21}-K_{10}+\frac{K_{32}(K_{10}-K_{31})}{\lambda_i}\right]\right)\right\},$$

$$\frac{2}{\pi\Delta\nu_N}\frac{K'_0I'_s}{h\nu}=\frac{s_2K_{10}(R_2+R_3)-s_1K_{21}R_1}{s_1K_{21}+s_2K_{10}}+\sum_{\substack{i=1\ (j\neq i)\\ j=1,2}}^{2}\frac{e^{-\lambda_i\frac{x}{u}}}{\lambda_j-\lambda_i}\left\{s_2K_{32}\left(R_3-\frac{R}{\lambda_i}\right)\right.$$

$$-s_1s_2(K_{23}+K_{21}-K_{10})\times\left(R_1+R_2-\frac{K_{32}\sum_{i=1}^{3}R_i}{\lambda_j}\right)$$

$$+[s_2K_{32}(\lambda_j-K_{32})-s_1s_2K_{32}(K_{23}+K_{21}-K_{10})]c_{30}$$

$$+[s_1s_2K_{23}K_{32}-s_1s_2(K_{23}+K_{21}-K_{10})$$

$$\left.\times(\lambda_j-s_1K_{23}-s_1K_{21}-s_2K_{10})]c_{b_0}\right\},\tag{5.10}$$

其中

$$R_i=\int_0^\infty R'_i d\nu'(i=1,2,3),\quad c_{b_0}=\int_0^\infty c'_{b_0}d\nu',\quad c_{30}=\int_0^\infty c'_{30}d\nu'.$$

由(5.9)式出发能够导出与(2.17)式相似的关系

$$g'=\int_0^\infty g'\delta(\nu'-\nu)d\nu'$$

$$=\frac{K'_0(x)}{\sqrt{\pi\left[1+\frac{I'(x)}{I'_s(x)}\right]}}Z_r\left(\frac{2(\nu-\nu_0)\sqrt{\ln 2}}{\Delta\nu_D}+i\frac{\Delta\nu_N}{\Delta\nu_D}\sqrt{\left(1+\frac{I}{I_s}\right)\ln 2}\right).\tag{5.11}$$

当 $\nu=\nu_0$ 时，对均匀加宽和非均匀加宽极限分别有

$$g'=\frac{K'_0(x)\Delta\nu_D/\Delta\nu_N\sqrt{\pi\ln 2}}{1+I'(x)/I'_s(x)},\tag{5.12}$$

$$g'=\frac{K'_0(x)}{\sqrt{1+I'(x)/I'_s(x)}}.\tag{5.13}$$

关系式(5.11)至(5.13)分别与(2.19)至(2.21)式相一致，区别在于 K'_0, I' 和 I'_s 是 x 位置的局部参量值，故随 x 而变化，K_0, J 和 J_s 则是对 x 取了平均的参量值．可以证明：$I'_s(x)$ 随 x 增大而单调下降，光腔入口 $(x=0)$ I'_s 取最大值，即

$$\max I'_s(x)=I'_s(0)=\frac{\pi\Delta\nu_N}{2}\times\frac{ch\nu}{B_{21}[f_2+(g_1/g_2)f_1]}$$

$$\times\frac{K_{10}[(s_1^2+s_2^2)K_{21}+s_2^2K_{23}+s_1s_2K_{10}]+s_1s_2K_{21}(K_{22}+K_{21})}{(s_1K_{21}+s_2K_{10})}.\tag{5.14}$$

当 x 约大于 $(2u/\lambda_1)(\lambda_1<\lambda_2)$ 时，I'_s 即与流速 u 或 K_f 无显著关系，并趋向如下的稳态值：

© 1994-2013 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

$$I'_s(x) \xrightarrow[x \gtrsim \frac{2u}{\lambda_1}]{} \bar{I}'_s = \frac{\pi\Delta\nu_N}{2} \times \frac{ch\nu}{B_{21}\left(f_2 + \frac{g_1}{g_2} f_1\right)} \times \frac{K_{21}K_{10}}{(s_1K_{21} + s_2K_{10})}. \tag{5.15}$$

可见 $I'_s(x)$ 的最大值 $I'_s(0)$ 及最小值 $\bar{I}'_s$ 均取决于增益介质的气体组成、热力学状态和受激发射特性，而与流动特征速度无关．但 K_f 的值影响"过渡范围"，即 $I'_s(x)$ 从 $I'_s(0)$ 减小到 $\bar{I}'_s$ 的过渡范围的大小 $(x/L_1) \approx (2K_f/\lambda_1)$．若 $K_f \gg \lambda_1$，"过渡范围" $(x/L_1) \gg 1$，故整个光腔范围 $I'_s(x)$ 接近 $I'_s(0)$ 值，若 $K_f \ll 1$，"过渡范围" $(x/L_1) \ll 1$，故整个光腔范围 $I'_s(x)$ 接近 $\bar{I}'_s$．

把上述结果和第二节结果作比较，可导出如下结论：

$$I_s = \frac{1}{L_2}\int_0^{L_2} J_s dy = \frac{1}{L_1}\int_0^{L_1} I'_s(x)dx \leqslant I'_s(0). \tag{5.16}$$

对给定的介质组成和热力学状态，I_s 随流速增大而单调增加，I_s 增大的极限为 $I'_s(0)$．因而介质流动与不流动相比，I_s 增大的极限倍数由(2.16)、(5.15)和(5.14)式导出：

$$\lim \frac{I_s(\text{流动})}{I_s(\text{非流动})} = \frac{I'_s(0)}{I^0_s} \approx \frac{I'_s(0)}{\bar{I}'_s} \approx \frac{s_2^2(K_{21} + K_{23}) + s_1s_2K_{10}}{K_{21}}, \tag{5.17}$$

其中 I^0_s 为不流动时的饱和强度，另外由(2.16)式得

$$\frac{I_s(\text{流动})}{I_s(\text{非流动})} \approx 1 + \frac{1}{\lambda}, \quad \lambda = \frac{K_{21}}{K_f}\left(1 + \frac{K_{23}}{K_{32} + K_f}\right)^{-1}. \tag{5.18}$$

从(5.17)和(5.18)式可得 $I_s(\text{流动}) \approx I'_s(0)$ 时的 K_{fm} 值：

$$K_{fm} = \left(\frac{\bar{u}}{L_1}\right)_m = \frac{1}{2}\{-[(1 - s_2^2)(K_{21} + K_{23}) + K_{32} - s_1s_2K_{10}] + \sqrt{[(1-s_2^2)(K_{21}+K_{23})+K_{32}-s_1s_2K_{10}]^2 - 4K_{32}[s_2^2(K_{21}+K_{23})+s_1s_2K_{10}-K_{21}]}\}. \tag{5.19}$$

由(5.17)—(5.19)式导出如下结论：

1) 当 $K_f > K_{fm}$ 时，I_s 不再随 K_f 的增大而增大，且仍等于 $I'_s(x)$ 的最大值 $I'_s(0)$，图3中给出 $I'_s(x)$ 与 $(\lambda_1 x/K_f L_1)$ (λ_1 为 λ_1，λ_2 中的小根)以及 I_s 与 λ 的关系曲线．

2) 当 $(\alpha_{N_2}/\alpha_{CO_2}) \geqslant 1$ 时，这里 α_{N_2} 为介质中 N_2 含量，α_{CO_2} 为 CO_2 含量．由(5.17)和(5.19)式导出：

$$\max \frac{I_s(\text{流动})}{I_s(\text{非流动})} = \frac{I'_s(0)}{\bar{I}'_s} \approx \frac{K_{23}}{K_{21}} = \frac{K_{32}\alpha_{N_2}}{K_{21}\alpha_{CO_2}},$$

$$K_{fm} \approx \frac{K_{32}}{2}\left(1 - 2s_1s_2\frac{\alpha_{N_2}}{\alpha_{CO_2}}\right)\left\{1 + \sqrt{1 + \frac{4s_2^2\alpha_{N_2}/\alpha_{CO_2}}{(1 - 2s_1s_2\alpha_{N_2}/\alpha_{CO_2})^2}}\right\}.$$

即当 K_f 约为 K_{32} 大小时，流动与非流动相比，饱和强度 I_s 可提高约 10—10^2 倍．

3) 当 $(\alpha_{N_2}/\alpha_{CO_2}) \ll 1$ 时，

$$\frac{I'_s(0)}{I^0_s} \approx s_2\left(s_2 + s_1\frac{K_{10}}{K_{21}}\right), \quad K_{fm} \approx s_1s_2(K_{10} - 2K_{21}).$$

可见，介质不含氮时饱和强度 I_s 并不因流速加大而显著提高，若 $(K_{10}/K_{21}) \sim 10$，则

© 1994-2013 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

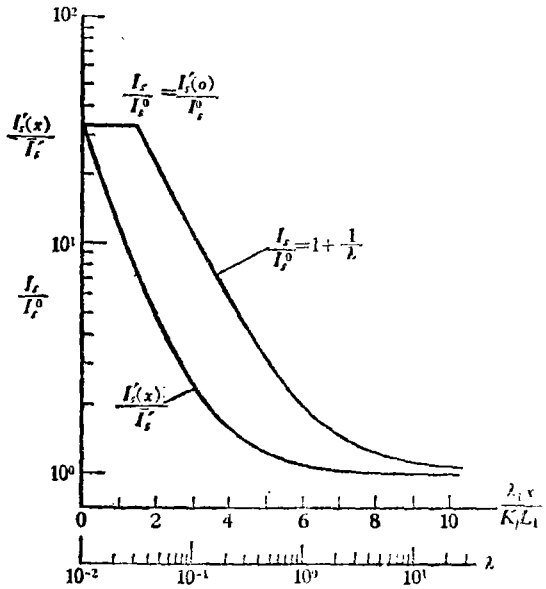

图　3

计算参数 $\alpha_{N_2}/\alpha_{CO_2}=4$，$K_{10}=0.57$，$K_{23}=19K_{21}$，$s_2=0.96$

$(I_s'(0)/I_s^0)\approx 1-2$，$K_{fm}\approx 10^{-2}K_{10}$。图 4 给出了 K_{fm} 随 $(\alpha_{N_2}/\alpha_{CO_2})$ 的变化关系曲线．K_1 及 $(\alpha_{N_2}/\alpha_{CO_2})$ 的大小对饱和强度的量值沿流向的变化特性具有重要的影响．

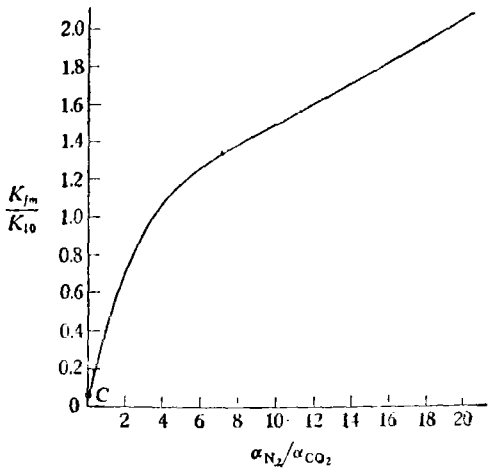

图　4

计算参数 $\frac{K_{32}}{K_{10}}=0.5$，$\frac{K_{10}}{K_{21}}=20$，$s_2=0.96$，$c$ 点：$\frac{K_{fm}}{K_{10}}\approx s_1 s_2\left(1-\frac{2K_{21}}{K_{10}}\right)$

六、理论与试验结果的比较

下面把振荡器和放大器的功率输出及饱和强度的理论计算值与试验结果[1,19—21]作

© 1994-2013 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

比较.

图 5 给出横流放电 CO_2 激光振荡器的功率输出随输入电功率变化的关系曲线. 理论曲线由 (3.4)′ 式计算，计算时假定泵浦项 $k_{pi}n_e n_{CO_2}$ 中的 k_{pi}、吸收系数和透射系数不随输入电功率的变化而变化，n_e 为电子密度. 但考虑了流速和热力学参数随输入电功率的变化. 理论与试验比较时，由于缺乏计算所必需的足够资料，因而只比较功率输出的相对值，图中取输入电功率为 7 千瓦的试验值为理论功率输出，故图中仍画出绝对功率曲线. 计算表明，即使放电处于 k_{pi} 为常数值范围，气流参数的变化仍改变功率输出与电功率输入之间的线性关系，且输出近似与 $\left(1-\frac{\Delta\rho}{\rho}\right)^2$ 成比例. 如果同时考虑均匀和非均匀加宽效应，利用(3.4)′式计算功率，结果将会更好一些.

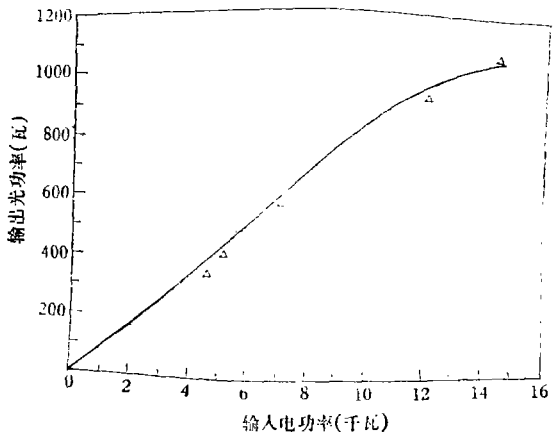

图 5

曲线为本文理论，△为试验点[18]，$u=30$ 米/秒，流量≈1.87×10^6 厘米^3/秒

$p(\alpha_{CO_2},\ \alpha_{N_2},\ \alpha_{He})=(2,\ 11,\ 7)$ 托

图 6 给出横流放电 CO_2 激光放大器的功率输出随输入电功率变化的关系曲线. 考虑到高增益情况，计算由 (2.28) 和 (2.18) 式做出. 计算仍假设 k_{pi} 为常数，g_0 近似随 $T^{-3/2}\exp\left(-\frac{212}{T}\right)$ 而变化. 流速和热力学参数的变化利用(4.1)式计算. 理论和试验值的比较仍对相对功率输出做出，图 6 中取输入电功率为 80 千瓦的试验值作为理论计算值，故图中仍画出绝对功率输出曲线. 如再考虑到损耗情况计算结果将会更好些.

下面把饱和强度的计算值与试验结果作比较. 对于 $CO_2(001,\ j)$ 到 $CO_2(100,\ j+1)$ 的 $P(20)$ 支跃迁 $(j=19)$

$$\frac{g_1}{g_2}=\frac{2j+3}{2j+1},\quad f_2=\frac{2hcB'(2j+1)}{kT}\exp\left[-\frac{hcB'j(j+1)}{kT}\right]$$

$$\approx\frac{43.6}{T}\exp\left(-\frac{212}{T}\right),$$

$$f_1=\frac{N_{100}}{N_{100}+N_{010}+N_{020}+N_{030}+N_{110}}$$

© 1994-2013 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

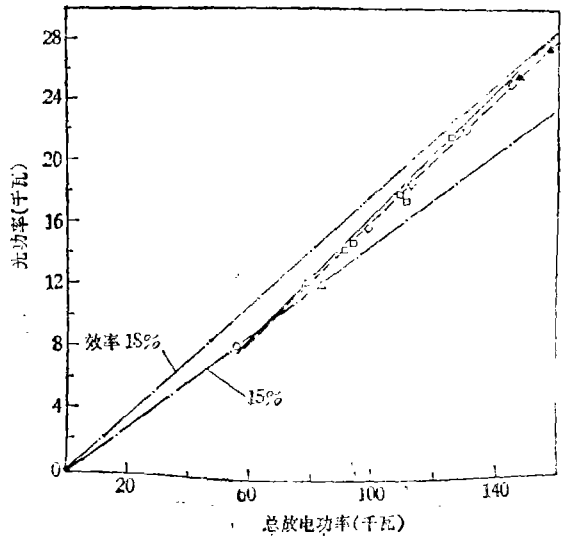

图 6

虚线为本文理论曲线；实线为半经验分析配合曲线[1]；○，△，▲，◇，□ 为试验点[1]，其相应的射频功率为 0，20，40，50，60 千瓦，压力为 30 托，输入光功率 150 瓦，气比：$\alpha_{CO_2}/\alpha_{N_2}/\alpha_{He}=5/32/63$

$$\times \frac{2hcB''(2j+3)}{kT}\exp\left[-\frac{hcB''(j+1)(j+2)}{kT}\right]$$

$$\approx \frac{43.8}{T}\exp\left(-\frac{236}{T}\right)\frac{\exp\left(-\frac{\theta_2}{T}\right)}{2\left[1+2\exp\left(-\frac{\theta_2}{T}\right)+3\exp\left(-\frac{2\theta_2}{T}\right)\right]}$$

$$\times \frac{1}{\left[1-\exp\left(-\frac{\theta_1}{T}\right)\right]^2}, \tag{6.1}$$

其中 N_{010}，N_{020}，N_{030}，N_{100}，N_{110} 分别是 CO_2(010)，(020)，(030)，(100)，(110) 能级粒子数密度，$N_1=N_{100}+N_{010}+N_{020}+N_{030}+N_{110}$，$B'=0.3866$，$B''=0.3897$ 分别是激光上下能级的转动常数[24]，$\theta_2=960$K，是 CO_2 弯曲模的特征温度．由 (2.16) 式得 $P(20)$ 光支的饱和强度

$$J_s=\frac{4\pi^2h\nu^3\Delta\nu_N}{c^2A_{21}f_2}\left[\frac{K_{32}+K_f}{(K_{21}+K_f)(K_{32}+K_f)+K_{23}K_f}+\frac{g_2f_1}{g_1f_2(K_{10}+K_f)}\right]^{-1}$$

$$\approx 2.6\times 10^{-25}\frac{NT^{3/2}}{F}(4.03\alpha_{CO_2}+3.06\alpha_{N_2}+2.8\alpha_{He})\exp\left(\frac{212}{T}\right)\text{瓦/厘米}^2, \tag{6.2}$$

其中

$$F=\frac{K_{32}+K_f}{(K_{21}+K_f)(K_{32}+K_f)+K_{23}K_f}$$

$$+\frac{\exp\left(-\frac{\theta_2}{T}\right)}{2(K_{10}+K_f)\left[1+2\exp\left(-\frac{\theta_2}{T}\right)+3\exp\left(-\frac{2\theta_2}{T}\right)\right]}$$

© 1994-2013 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

$$\approx \frac{1}{(K_{21}+K_f)+\dfrac{K_{23}K_f}{K_{32}+K_f}}.$$

在导出(6.2)式时,已利用了 $A_{21}^{-1}=5.38$ 秒[25]以及 $\Delta\nu_N$ 的如下表达式:

$$\Delta\nu_N = N\sqrt{T}\sum_{i=1}^{3}\frac{\alpha_i\sigma_i}{\pi}\sqrt{\frac{8k}{\pi}\left(\frac{1}{m_{CO_2}}+\frac{1}{m_i}\right)},$$

式中 α_i, m_i 分别为 i 类粒子的模尔分数和粒子质量, σ_i 是 i 类粒子与 CO_2 粒子的碰撞截面积[25], $\sigma_{CO_2}=1.3\times10^{-14}$ 厘米^2, $\sigma_{N_2}=0.87\times10^{-14}$ 厘米^2, $\sigma_{He}=0.37\times10^{-14}$ 厘米^2, N 是粒子总数密度.

利用(6.2)式对文献[19]的试验条件做计算,对电功率输入为 14 千瓦,压力 46 托,流量 0.08 磅/秒的情况,理论饱和强度 $I_s=590$ 瓦/厘米^2,电功率输入为 8.6 千瓦,压力 30 托,流量 0.04 磅/秒的情况,计算值 $I_s=395$ 瓦/厘米^2,这与原作者[19]由试验结果推出的 600 瓦/厘米^{2}和 400 瓦/厘米^{2}数值很相符合.

参 考 文 献

[1] J. W. Davis *et al.*, *AIAA Paper*, No. 72—722.
[2] G. Lee *et al.*, *AIAA J.*, **10** (1972), 65.
[3] 高智, 物理学报, **27** (1978), 383.
[4] A. J. Demaria, *Proc. IEEE.*, No. 4 (1974).
[5] J. R. Reilly, *Astro. Aero.*, **13**(1975), 52.
[6] A. Maitland *et al.*, "Laser Physics" (1969).
[7] D. C. Sinclair *et al.*, "Gas Laser Technology" (1969).
[8] K. Bobert *et al.*, *AIAA Paper*, No. 71—588.
[9] H. A. Hassan *et al.*, *AIAA J.*, **10** (1972), 369.
[10] H. A. Тенералов, *и др.*, *ПМТФ.*, **5** (1972), 33.
[11] H. Y. Jumper *et al.*, "Time Dependent Numerical Prediction of CO_2 EDL Performance" AIAA 11 th Fluid & Plasma Dynamics conference (1978).
[12] 高智、赵庶陶, 高功率快速流气体激光的增益、强度和功率理论, 力学学报, 待发表.
[13] В. П. Пименов *и др.*, *Кван. элек.*, **4** (1977), 355.
[14] А. А. Веденов *и др.*, *Техника высоких температур*, **12** (1974), 952.
[15] A. L. Hoffman *et al.*, *IEEE J.*, **QE-8** (1972), 46.
[16] T. A. Cool, *J. Appl. Phys.*, **40** (1969), 3563.
[17] W. W. Duley, "CO_2 Lasers: effects and applications" (1976).
[18] P. K. Cheo, "Lasers". New York Dekker (1969), Vol. 3, chap. 2.
[19] A. C. Eckbreth *et al.*, *Appl. Phys. Lett.*, **19** (1971), 101.
[20] W. B. Tiffany *et al.*, *Appl. Phys. Lett.*, **15** (1969), 91.
[21] R. Targ *et al.*, *Appl. Phys. Lett.*, **15** (1969), 302.
[22] B. D. Fried *et al.*, "The Plasma Dispersion Function", Academic Press enc New York (1961).
[23] W. W. Rigrod, *J. Appl. Phys.*, **34** (1963), 2602.
[24] G. Herzberg, "Molecular Spectra and Molecular Structure (2)", New York (1957).
[25] J. D. Anderson, *AD-718805* (1970).

© 1994-2013 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

A THEORETICAL MODEL FOR TRANSVERSE-DISCHARGE FLOW TYPE CO_2 LASERS

GAO ZHI　LIN LIE　SUN WEN-CHAO

(Institute of Mechanics, Academia Sinica)

ABSTRACT

A theoretical model is proposed to analyse the transverse-discharge flow type CO_2 lasers. Theoretical expressions are obtained for predicting gain-saturation and output power of flow type gas lasers, these expressions are in agreement with the well-known formulae of non-flowing gas lasers, but the former contains correction terms related to pumping action in the upstream direction of the cavity and the gas flowing effect. Based on the analysis of the variation of intensity in the direction of flow, we derive the limiting values of stauration intensity and other parameters which were attained as the flow speed was being increased. Reliability of the semi-empirical analysis suggested in literature [1—3] for the flow type laser performance predicted by choosing an average gain-coefficient anl adopting the formulae of non-flowing gas lasers has been proved. The qualitative analysis presented in article [4] is developed into a quantitative calculation. The present model should be used in place of the semi-empirical one, since the formulae deduced are as simple as those for the non-flowing gas lasers. The results computed for both amplifier and oscillator cavities using the present model are in agreement with experimental data [1. 18—21].

© 1994-2013 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net