

## 对流放电 CO<sub>2</sub> 激光器的饱和特性\*

林光海

(中国科学院力学研究所)

### 提 要

本文从微观的分子模型出发,得到了饱和强度的定量解析表达式。考虑了激励区气压、温度、流速的变化,计算了不同参量下激励区各点的饱和强度和小信号增益。分析讨论了气压、流速、气比、放电比功率对饱和强度及小信号增益的影响。并将饱和强度的计算结果与实验进行了比较,结果符合较好。

### 一、引 言

前几年,对流冷却电激励 CO<sub>2</sub> 激光器已经获得了非常大的进展。对流冷却采用了高速流动技术以除去激光腔体中产生的一部分多余热量,并不断补充经过冷却的“新鲜”气体。这样,对流冷却电激励 CO<sub>2</sub> 激光器就可以在较高的气压下运行,从而得到远比通常扩散冷却高得多的输出功率。

在设计实际的 CO<sub>2</sub> 激光器时,为了达到预定的输出功率,除了要计算不同条件下的小信号增益外,还要知道在不同参量下的饱和强度,以选择最佳的运转条件和达到最大的功率输出。但到目前为止,无论在实验或理论上都没有很好的解决饱和强度的测试及计算。

对于激光器的饱和强度已有过研究。Christensen 等人<sup>[1]</sup>求解了二能级系统的速率方程,得到饱和强度为

$$I_s = \frac{8\pi^2 h \nu t_{sp}(\Delta\nu)}{\lambda^2 \left[ \tau_2 + \frac{g_2}{g_1} \tau_1 \right]} \quad (1)$$

(1)式可以用来研究温度、压力等参量与饱和强度的关系。但是(1)式除了没有考虑流动情况外,即使对于静止的 CO<sub>2</sub> 激光器,用(1)式计算的饱和强度也会带来非常大的偏差。Demaria 等人<sup>[2]</sup>进一步考虑了流动速度对饱和强度的影响,得到了饱和强度的解析表达式为

$$I_s = \frac{h\nu}{\sigma} \frac{1}{\left[ \frac{\tau_2 \tau_F}{\tau_2 + \tau_F} + \frac{\tau_1 \tau_F}{\tau_1 + \tau_F} \right]} \quad (2)$$

从(2)式,可以进一步分析流动速度对饱和强度的影响,但也只能定性分析饱和强度与

\* 1977年12月9日收到。

各个参量的关系,直接代入计算,连数量级的近似都达不到。还有一些作者<sup>[3]</sup>用数值计算方法得到了饱和强度的数值结果。但计算方法较复杂,而且还不能直接得到解析表达式,以便分析比较各参量之间的相互关系。

本文讨论了光束与流动方向垂直的放电流动 CO<sub>2</sub> 激光器的饱和特性。考虑了分子的激励、碰撞弛豫、受激发射和受激吸收,振动能级中的转动能级分布,流动以及 N<sub>2</sub> 分子与 CO<sub>2</sub> 分子振动能级的相互能量转移,列出了一组流动系统的速率方程。在稳态条件下,得到了饱和强度的解析表达式。可以用来定量地分析各参量对饱和强度的影响及计算饱和强度。

为了计算激励区各点的饱和强度,本文考虑了定态一维流动,从质量守恒定律,动量守恒定律,能量守恒定律及状态方程,得到了不同条件下激励区各点的温度、压力、密度及流速的变化,进而计算了激励区各点及激励区终端的饱和强度,并讨论了初始流动速度、初始压力、放电比功率及气体组分对饱和强度的影响。同时,还计算了小信号增益。

由于缺少放电对流激光器饱和强度的实验数据,我们只与 Eckbreth 等人<sup>[4]</sup>的实验工作做了比较,得到了相当接近的结果。

## 二、分子模型及速率方程

在讨论微观的分子模型时,作了以下几个近似:

1. CO<sub>2</sub> 的弯曲振动、对称振动由于碰巧的简并性<sup>[6]</sup>而存在着很强的相互作用。因此,弯曲振动能级和对称振动能级之间的能量转移过程非常迅速。从 Taylor 等人<sup>[5]</sup>整理的理论和实验数据表明,这个过程速率远远大于激光过程中发生的其他能量转移过程。在本文计算中,假定弯曲振动和对称振动迅速平衡,并且在无光强时,这个平衡温度就是气体的平动温度。

2. CO<sub>2</sub> 振动能级中的转动能级迅速平衡,在激光作用下,存在着强烈的竞争效应。因此,本文的模型考虑单一的  $p$  支跃迁  $j$ 。即从 CO<sub>2</sub>(001) 能级的  $(j-1)$  支跃迁到 CO<sub>2</sub>(100) 能级的  $j$  支。

3. N<sub>2</sub> 分子受激态 ( $\nu=1$ ) 的寿命远大于 CO<sub>2</sub> 分子(001)的寿命,从 Taylor 等人<sup>[5]</sup>整理的弛豫数据表明, N<sub>2</sub>( $\nu=1$ ) 到 N<sub>2</sub> 分子基态的弛豫速率比 CO<sub>2</sub>(001) 到 CO<sub>2</sub>(030) 的弛豫速率要小几个数量级。因此,在本文的计算中,忽略 N<sub>2</sub> 分子 ( $\nu=1$ ) 能级的碰撞去激励。

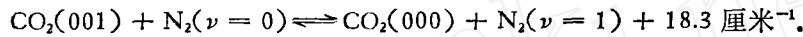
考虑在增益最大的谱线中心上运转的激光器,中心频率为  $\nu$ 。由于粒子的速度分布,不同粒子有多普勒的频谱分布,加宽的宽度为  $\Delta\nu_D$ 。而一个给定粒子发射的频率是在中心频率为  $\nu'$ 、宽度为  $\Delta\nu_c$  的碰撞加宽(包括自然加宽)线型内。

考虑激励区的一个出光区域,光束的宽度为  $d$ ,流动速度为  $v$ ,光强为  $I$ ,频率为  $\nu'$ ,单位频率间隔 CO<sub>2</sub>(001) 及 CO<sub>2</sub>(100) 的粒子数密度分别为  $n_2$  和  $n_1$ ,与  $n_2$  相应的 N<sub>2</sub>( $\nu=1$ ) 的粒子数密度为  $n_3$ ,在出光区外分别用  $n_{20}$ ,  $n_{10}$  和  $n_{30}$  来表示,则三能级的速率方程可以写成

$$\begin{aligned}\frac{\partial n_3}{\partial t} &= R'_3 - T_3 + \frac{n_{30}\nu}{d} - \frac{n_3\nu}{d}, \\ \frac{\partial n_2}{\partial t} &= R'_2 + T_3 - \frac{n_2}{\tau_2} - (f_2\sigma_{21}n_2 - f_1\sigma_{12}n_1) \frac{I}{h\nu} + \frac{n_{20}\nu}{d} - \frac{n_2\nu}{d}, \\ \frac{\partial n_1}{\partial t} &= R'_1 - \frac{n_1}{\tau_1} + (f_2\sigma_{21}n_2 - f_1\sigma_{12}n_1) \frac{I}{h\nu} + \frac{n_{10}\nu}{d} - \frac{n_1\nu}{d},\end{aligned}\quad (3)$$

式中,  $R'_3$  为  $N_2(\nu=0)$  到  $N_2(\nu=1)$  增加  $n_3$  这部分粒子的泵浦速率;  $R'_2$  为  $CO_2(000)$  到  $CO_2(001)$  具有某一频率的泵浦速率;  $R'_1$  为具有某一频率的  $CO_2(100)$  的总激励速率, 它既包括由电子碰撞而使  $CO_2$  从基态激励到 (100) 的速率, 又包括从 (001) 态分子因碰撞而到 (100) 态的速率;  $T_3$  是单位时间、单位体积因碰撞而使能量从  $n_3$  转移到  $n_2$  的纯粒子数;  $\tau_2$  为  $CO_2(001)$  到  $CO_2(030)$  的碰撞弛豫寿命;  $\tau_1$  为  $CO_2(010)$  到  $CO_2(000)$  的碰撞弛豫寿命;  $f_2$  为  $CO_2(001)$  振动能级中  $(j-1)$  支转动能级分数;  $f_1$  为  $CO_2(100)$  振动能级中  $j$  支转动能级分数;  $\sigma_{21}$  是激励频率为  $\nu$  对具有中心频率为  $\nu'$  的粒子的受激发射截面;  $\sigma_{12}$  是激励频率为  $\nu$  对具有中心频率为  $\nu'$  的粒子的受激吸收截面。

受激  $CO_2(001)$  和受激  $N_2(\nu=1)$  之间的碰撞过程为



这样,  $T_3$  可以写成

$$T_3 = K_b N_{CO_2(000)} n_3 - K_f N_{N_2(\nu=0)} n_2,$$

式中,  $K_f$  为正向速率,  $K_b$  为反向速率,  $K_f$  的数据可参阅文献[5],  $N_{CO_2(000)}$  和  $N_{N_2(\nu=0)}$  分别为  $CO_2$  和  $N_2$  的基态粒子数密度. 按照细致平衡原理<sup>[7]</sup>, 有

$$\frac{K_f}{K_b} = \exp(hc\omega/KT),$$

式中,  $\omega$  为  $18.3 \text{ 厘米}^{-1}$ . 如果不存在光强时, 认为  $CO_2(001)$  和  $N_2(\nu=1)$  达到平衡, 则经过一些数学运算, 可以得到

$$\begin{aligned}A = \frac{(n_{30} - n_3)}{(n_{20} - n_2)} &\approx \frac{N \cdot \exp\left(\frac{hc\omega}{KT}\right)}{\prod_{i=1}^2 \left[1 - \exp\left(-\frac{hc\omega_i}{KT}\right)\right]^{g_i}} \\ &\times \left\{ 1 - \frac{1}{1 + \frac{K_f \tau_F N_{CO_2}}{\exp\left(\frac{hc\omega}{KT}\right)} \prod_{i=1}^2 \left[1 - \exp\left(-\frac{hc\omega_i}{KT}\right)\right]^{g_i}} \right\},\end{aligned}\quad (4)$$

式中,  $N$  为  $N_2$  分子与  $CO_2$  分子的克分子比;  $\omega_1$  为弯曲振动能级(010)的波数,  $\omega_1 = 667.3 \text{ 厘米}^{-1}$ ;  $\omega_2$  为对称振动能级(100)的波数,  $\omega_2 = 1388.3 \text{ 厘米}^{-1}$ ;  $g_1, g_2$  分别为 (010) 和 (100) 能级的简并度,  $g_1 = 2, g_2 = 1$ ;  $\tau_F = d/\nu$ ;  $N_{CO_2}$  为  $CO_2$  分子的总粒子数密度.

这样, 如果考虑稳态过程, 则(3)式可以简化为

$$\begin{aligned}(R'_2 + R'_3) - \frac{n_2}{\tau_2} - (f_2\sigma_{21}n_2 - f_1\sigma_{12}n_1) \frac{I}{h\nu} + \frac{(1+A)(n_{20} - n_2)}{\tau_F} &= 0, \\ R'_1 - \frac{n_1}{\tau_1} + (f_2\sigma_{21}n_2 - f_1\sigma_{12}n_1) \frac{I}{h\nu} + \frac{n_{10} - n_1}{\tau_F} &= 0.\end{aligned}\quad (5)$$

解方程(5), 经过一些数学运算, 就可以得到

$$f_2\sigma_{21}n_2 - f_1\sigma_{12}n_1 = \frac{\sigma_{21}f_2(R'_2 + R'_3)\tau_2 - f_1\sigma_{12}R'_1\tau_1}{1 + \frac{I}{h\nu} \left( \frac{\sigma_{21}f_2\tau_2\tau_F}{(1+A)\tau_2 + \tau_F} + \frac{f_1\sigma_{12}\tau_1\tau_F}{\tau_1 + \tau_F} \right)}. \quad (6)$$

由于粒子的速度分布,  $R'_2$ ,  $R'_3$ ,  $R'_1$  有多普勒线形,

$$R'_2 + R'_3 = C_2 \exp \left\{ - \left[ \frac{2(\nu' - \nu)}{\Delta\nu_D} \right]^2 \ln 2 \right\};$$

$$R'_1 = C_1 \exp \left\{ - \left[ \frac{2(\nu' - \nu)}{\Delta\nu_D} \right]^2 \ln 2 \right\}.$$

设激光上能级(包括 CO<sub>2</sub>(001)及 N<sub>2</sub>( $\nu = 1$ ))的总激励速率为  $R_2$ , 下能级的总激励速率为  $R_1$ , 则

$$\int_0^\infty (R'_2 + R'_3) d\nu' = R_2, \quad \int_0^\infty R'_1 d\nu' = R_1.$$

可以得到

$$R'_2 + R'_3 = \frac{2(\ln 2)^{1/2} R_2}{\Delta\nu_D \sqrt{\pi}} \exp \left\{ - \left[ \frac{2(\nu' - \nu)}{\Delta\nu_D} \right]^2 \ln 2 \right\}, \quad (7)$$

$$R'_1 = \frac{2(\ln 2)^{1/2} R_1}{\Delta\nu_D \sqrt{\pi}} \exp \left\{ - \left[ \frac{2(\nu' - \nu)}{\Delta\nu_D} \right]^2 \ln 2 \right\}.$$

受激吸收截面可以写成

$$\sigma_{12} = \frac{g_{j-1}}{g_j} \sigma_{21} = \frac{(2j-1)}{(2j+1)} \sigma_{21}, \quad (8)$$

式中  $g$  为统计权重, 而激励频率为  $\nu$  对中心频率为  $\nu'$  的粒子的受激发射截面为<sup>[16]</sup>

$$\sigma_{21} = \frac{h\nu}{c} B_{21} \frac{2(\pi \cdot \Delta\nu_C)^{-1}}{\left\{ 1 + \left[ \frac{2(\nu' - \nu)}{\Delta\nu_C} \right]^2 \right\}}. \quad (9)$$

这样, 增益系数可以写成

$$\alpha = \frac{1}{I} \frac{dI}{dz} = \int_0^\infty (f_2\sigma_{21}n_2 - f_1\sigma_{12}n_1) d\nu',$$

代入(6)至(9)式, 令

$$y = \frac{2(\nu' - \nu)}{\Delta\nu_C}, \quad d\nu' = \frac{\Delta\nu_C dy}{2}; \quad h = (\ln 2)^{1/2} \frac{\Delta\nu_C}{\Delta\nu_D}$$

$$g_0 = \frac{h\nu}{c} B_{21} \left( f_2 R_2 \tau_2 - \frac{(2j-1)}{(2j+1)} f_1 R_1 \tau_1 \right) \frac{2(\ln 2)^{1/2}}{\Delta\nu_D \sqrt{\pi}},$$

$$I_s = \frac{\pi \Delta\nu_C c}{2 B_{21}} \left[ \frac{f_2 \tau_2 \tau_F}{(1+A)\tau_2 + \tau_F} + \frac{f_1 (2j-1) \tau_1 \tau_F}{(2j+1) \tau_1 + \tau_F} \right]^{-1},$$

则  $\alpha$  可以改写成

$$\alpha = \frac{g_0}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp[-(hy)^2] dy}{1 + y^2 + I/I_s} = \frac{g_0}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\exp(-h^2 y) dy}{(1 + y + I/I_s) \sqrt{y}}.$$

从 Bateman<sup>[17]</sup> 多卷集中, 可查得上式的积分, 得到

$$\alpha = \frac{g_0 \exp \left[ \left( 1 + \frac{I}{I_s} \right) h^2 \right]}{\left( 1 + \frac{I}{I_s} \right)^{1/2}} \operatorname{erfc} \left[ \left( 1 + \frac{I}{I_s} \right)^{1/2} h \right]. \quad (10)$$

当多普勒加宽占优势时 (即  $h \approx 0$ ), 则(10)式变为

$$\alpha = \frac{g_0}{\left( 1 + \left( \frac{I}{I_s} \right)^{1/2} \right)}. \quad (11)$$

当气压较高时, 切匀加宽占优势,  $\Delta\nu_C \gg \Delta\nu_D$ , 则  $h$  变得很大, 这时

$$\alpha \approx \frac{g_0}{\sqrt{\pi} h \left( 1 + \frac{I}{I_s} \right)} = \frac{\left( \frac{g_0}{\sqrt{\pi} h} \right)}{\left( 1 + \frac{I}{I_s} \right)}. \quad (12)$$

所以由(11)和(12)式可以看到, (10)式中的  $I_s$  即为饱和强度. 而当  $I = 0$  时, 得到小信号增益  $\alpha_0$  为

$$\alpha_0 = g_0 \exp(h^2) \operatorname{erfc}(h).$$

受激发射系数  $B_{21}$  可以写成

$$B_{21} = \frac{c^3}{8\pi h\nu^3\tau},$$

式中,  $\tau$  为自发辐射寿命,  $\tau = 5.38$  秒<sup>[8]</sup>. 振动能级中的转动分布, 可以看成是热平衡的, 就有

$$f_2 = \frac{2hcB'}{KT} (2j-1) \exp\left(-\frac{hcB'j(j-1)}{KT}\right),$$

$$f_1 = \frac{2hcB''}{KT} (2j+1) \exp\left(-\frac{hcB''j(j+1)}{KT}\right),$$

式中,  $B'$ ,  $B''$  分别为上下振动能级的转动常数, 从文献[6]查得  $B' = 0.3866$ ,  $B'' = 0.3897$ . 如果令  $j = 20$ , 即考虑  $p(20)$  支, 则小信号增益  $\alpha_0$  为

$$\alpha_0 = \frac{\lambda^2 S}{4\pi^2 \tau \Delta\nu_C} \left[ \frac{43.5 R_2 \tau_2}{T} \exp\left(-\frac{212}{T}\right) - \frac{43.8 R_1 \tau_1}{T} \exp\left(-\frac{236}{T}\right) \right], \quad (13)$$

常数  $S$  由加宽决定, 当  $h$  由 0 到  $\infty$  变化时,  $S$  由 0 变到 1.

$$S = \sqrt{\pi} h \cdot \exp(h^2) \operatorname{erfc}(h). \quad (14)$$

饱和强度可以写成

$$I_s = \frac{4\pi^2 hc \tau \Delta\nu_C}{\lambda^3} \left\{ \frac{43.5 \tau_2 \tau_F}{T[\tau_F + (1+A)\tau_2]} \exp\left(-\frac{212}{T}\right) + \frac{43.8 \tau_1 \tau_F}{T(\tau_1 + \tau_F)} \exp\left(-\frac{236}{T}\right) \right\}^{-1}. \quad (15)$$

增益系数  $\alpha$  为

$$\alpha = \frac{\alpha_0}{\left( 1 + \frac{I}{I_s} \right)^{1/2}} \frac{\operatorname{erfc} \left[ \left( 1 + \frac{I}{I_s} \right)^{1/2} h \right]}{\operatorname{erfc}(h)} \exp\left(\frac{I}{I_s} h^2\right). \quad (16)$$

在通常放电对流激光器工作条件下, 压力加宽大于多普勒加宽. 这时,  $S$  可以简化为

$$S \approx 1 - \frac{1}{2h^2}. \quad (17)$$

(16)式可以简化为

$$\alpha \approx \frac{\alpha_0}{1 + \frac{I}{I_s}} \frac{1 - \frac{1}{2h^2 \left(1 + \frac{I}{I_s}\right)}}{1 - \frac{1}{2h^2}} \approx \frac{\alpha_0}{1 + \frac{I}{I_s}} \left(1 + \frac{\frac{I}{I_s}}{2 \left(1 + \frac{I}{I_s}\right) h^2}\right). \quad (18)$$

$\Delta\nu_D$  可以写成

$$\Delta\nu_D = \frac{2}{\lambda} \left(\frac{2KT}{m_{\text{CO}_2}} \ln 2\right)^{1/2}. \quad (19)$$

$\Delta\nu_C$  可以写成<sup>[8]</sup>

$$\Delta\nu_C = \frac{1}{\pi} \sum_i N_i \sigma_i \left[ \frac{8KT}{\pi} \left( \frac{1}{m_{\text{CO}_2}} + \frac{1}{m_i} \right) \right]^{1/2}, \quad (20)$$

式中,  $N_i$ ,  $\sigma_i$  和  $m_i$  分别为种类  $i$  分子的粒子数密度、碰撞截面和粒子质量. 截面的数据为<sup>[8]</sup>

$$\sigma_{\text{CO}_2} = 1.30 \times 10^{-14} \text{ 厘米}^2, \quad \sigma_{\text{N}_2} = 0.87 \times 10^{-14} \text{ 厘米}^2, \quad \sigma_{\text{He}} = 0.37 \times 10^{-14} \text{ 厘米}^2.$$

CO<sub>2</sub>(001) 到 CO<sub>2</sub>(030) 及 CO<sub>2</sub>(010) 到 CO<sub>2</sub>(000) 的弛豫寿命  $\tau_2$ ,  $\tau_1$  分别可以写成

$$\frac{1}{P\tau_2} = \sum_i \frac{x_i}{(P\tau_2)_i}, \quad \frac{1}{P\tau_1} = \sum_i \frac{x_i}{(P\tau_1)_i}, \quad (21)$$

式中,  $x_i$  为  $i$  种分子的克分子分数,  $(P\tau_2)_i$  和  $(P\tau_1)_i$  为  $i$  种分子分别对上、下能级碰撞弛豫的贡献. 一般来说,  $(P\tau_2)_i$  和  $(P\tau_1)_i$  是温度的函数, 可由文献[10]查得<sup>1)</sup>.

系数  $A$  有明确的物理意义, 它代表了在激光过程中 N<sub>2</sub> 的受激态 ( $\nu = 1$ ) 分子到 CO<sub>2</sub> 受激态(001)分子之间的能量转移. 所以, 对维持系统粒子数反转的能力是个重要的量. 因此, 它直接影响饱和强度的数值.  $A$  表达式(4)中括号内一项代表了 N<sub>2</sub> ( $\nu = 1$ ) 态和 CO<sub>2</sub>(001) 态之间偏离平衡的程度. 如果这项为 1, 就相当于二态的振动温度相同, 处于热力学平衡. 从(4)式可以看到, 如果流速较低, 或者甚至不流动, 就可以认为 N<sub>2</sub> ( $\nu = 1$ ) 和 CO<sub>2</sub>(001) 态的振动温度相同, 对高速流动激光器, 振动温度相同这种处理方法会带来较大的偏差.

这样, 知道了气比及激励区各点的温度、压力和速度, 就可以从(15)式计算饱和强度.

由本文方法得到的饱和强度与(2)式相比, 主要多了两部分. 一部分是  $f_2$ ,  $f_1$ , 代表了振动能级中的转动分布; 另一部分是  $A$ , 代表了 N<sub>2</sub> 分子和 CO<sub>2</sub> 分子振动能量的相互转移. 而小信号增益的计算公式(13)与通常的计算公式并没有本质的区别. (16)式可用来计算两种加宽存在时的增益系数.

1) 文献[10]中  $(P\tau_1)_{\text{CO}_2}$  (300—460K)数据有误, 经与文献[5]的数据比较, 应为  $(P\tau_1)_{\text{CO}_2} = 2 \times 10^{-7} \exp(24 - 1/3)$  大气压·秒.

### 三、激励区状态参量的计算

从上一节的结果可以看到,饱和强度以及小信号增益与激励区各点的状态参量有关,在计算激励区各点状态时,进一步假定:

(1) 激励区气体的流动可以看成是一维的,完全忽略边界层的影响.

(2) 不考虑气流与腔体壁的摩擦压力损失及摩擦能量损失,并且假定放电能量均匀的注入到腔体中.

(3) 因为混合气体的热传导率很小<sup>1)</sup>,因此可以忽略气体的热传导.

(4) 假定混合气体的比热比  $\gamma$  为常数. 对于不同的气比,计算了不同温度下混合气体的  $\gamma$  值,在激光气体的工作范围 (300—600K),  $\gamma$  值的变化不大于 1%, 在以下的计算中,就取 500K 时混合气体的  $\gamma$  值为相应气比的  $\gamma$  值.

如果考虑腔体是等截面的,则在稳态情况下,连续性方程为

$$\rho V = \rho_1 V_1 = \text{常数}, \quad (22)$$

$\rho, V$  分别为激励区各点的密度及气体速度.  $\rho_1, V_1$  为初始密度和初始流动速度.

动量守恒定律为

$$\rho_1 V_1^2 + P_1 = \rho V^2 + P = P_0 = \text{常数}, \quad (23)$$

$P$  为腔体各点的静压,  $P_1$  为初始气压,  $P_0$  为滞止压力.

能量守恒定律为

$$\frac{1}{2} V^2 + c_p T + \frac{P_E(1-\eta)(L-x)}{L} = \text{常数}, \quad (24)$$

式中,  $c_p$  为  $x$  点的混合气体比热,  $T$  为温度,  $x$  的零点取激励区的起端;  $P_E$  为输入比功率,即单位质量流量的注入能量;  $\eta$  为激光效率,可取  $\eta = 10\%$ ;  $L$  为激励区长度.

状态方程可以写成

$$P = \frac{R}{m} \rho T, \quad (25)$$

$m$  为混合气体分子量,  $R$  为气体常数

$$R = 8.314 \text{ 焦耳/克分子} \cdot \text{°C},$$

解联立方程(22)一(25),经过一些数学运算,得到

1) 对于混合气体,导热系数不能由相加定律得到,按文献[9]导热系数  $\lambda$  为

$$\lambda = \frac{15}{4} \mu \frac{gc_p}{\gamma} \left[ \frac{4}{15} + \frac{3}{5} (\gamma - 1) \right] \times 3600,$$

式中,  $c_p$  为定压比热,  $\gamma$  为比热比,  $\mu$  为粘滞系数,混合气体的粘滞系数  $\mu$  可以写成

$$\mu = \sum_{i=1}^3 \mu_i \left[ 1 + \sum_{K \neq i}^3 G_{iK} \left( \frac{x_K}{x_i} \right) \right]^{-1},$$

$$G_{iK} = \frac{1}{2\sqrt{2}} \left( 1 + \frac{m_i}{m_K} \right)^{-1/2} \left[ 1 + \left( \frac{\mu_i}{\mu_K} \right)^{1/2} \left( \frac{m_K}{m_i} \right)^{1/4} \right]^2,$$

式中,  $x_i$  为  $i$  种分子的克分子分数;  $\mu_i$  为  $i$  种分子的粘滞系数;  $m_i$  为  $i$  种分子的分子量. 这样计算得出,  $\lambda \approx 10^{-4}$  卡/厘米·秒·°C. 因此激光气体的热传导相对于产生的热量来说可以忽略. 当然如果流速低到扩散冷却为主时,就不能忽略.

$$\frac{V}{V_1} = \frac{\rho_1}{\rho} = 1 - \frac{1}{\gamma + 1} \left[ \left( 1 - \frac{\gamma P_1}{\rho_1 V_1^2} \right) + \sqrt{\left( 1 - \frac{\gamma P_1}{\rho_1 V_1^2} \right)^2 - 2 \frac{x P_E (1 - \eta)}{L V_1^2} (\gamma^2 - 1)} \right], \quad (26)$$

$$\frac{P}{P_1} = 1 + \frac{\rho_1 V_1^2}{P_1 (\gamma + 1)} \left[ \left( 1 - \frac{\gamma P_1}{\rho_1 V_1^2} \right) + \sqrt{\left( 1 - \frac{\gamma P_1}{\rho_1 V_1^2} \right)^2 - \frac{2 x P_E (1 - \eta)}{L \cdot V_1^2} (\gamma^2 - 1)} \right], \quad (27)$$

$$\frac{T}{T_1} = \frac{P}{P_1} \frac{\rho_1}{\rho}. \quad (28)$$

这样,由激励区入口处的状态  $P_1, V_1, T_1$ , 气比,输入比功率,就可以从(25)~(28)式计算激励区各点的  $P, V, T, \rho$ .

#### 四、计算结果及讨论

将上一节得到的激励区各点的状态参量代入(15)式,并设  $d = 2$  厘米,就可以计算饱和强度. 为了计算小信号增益,就要知道  $R_2, R_1$ . 一般来说,  $R_2, R_1$  可以从研究微观粒子的弛豫过程、电子激励的速率常数、电子能量分布、电子能量方程的数值计算来得到<sup>[3]</sup>. 在本文中,为了得到解析的结果,可以将  $R_2$  近似写成

$$R_2 = \frac{P_E \rho_1 V_1 \eta_2}{L h c \omega_3}, \quad (29)$$

式中  $\eta_2$  为电激励效率. 对于 CO<sub>2</sub> 激光器,电激励效率很高,一般可取  $\eta_2 = 0.75$ ;  $\omega_3$  为 CO<sub>2</sub> (001)能级的波数,  $\omega_3 = 2349.3$  厘米<sup>-1</sup>. 从(5)式,可以得到

$$R_1 \tau_1 = \int_0^\infty n_{10} d\nu' = N_{10},$$

$N_{10}$  为无光强时, CO<sub>2</sub>(100) 能级的总粒子数密度,所以,在激光作用的范围内,

$$\begin{aligned} R_1 \tau_1 &= N_{\text{CO}_2} \exp\left(-\frac{h c \omega_2}{K T}\right) \prod_{i=1}^3 \left[ 1 - \exp\left(-\frac{h c \omega_i}{K T}\right)^{g_i} \right] \\ &\approx N_{\text{CO}_2} \exp\left(-\frac{h c \omega_2}{K T}\right) \prod_{i=1}^2 \left[ 1 - \exp\left(-\frac{h c \omega_i}{K T}\right)^{g_i} \right]. \end{aligned} \quad (30)$$

这样由(13),(29),(30)式就可以计算小信号增益  $\alpha_0$ .

##### (1) 饱和强度及小信号增益与初始流动速度 $V_1$ 的关系

计算了不同条件下激励区终端的饱和强度、小信号增益与初始气体流速的关系,计算的结果示于图 1 和图 2,随着流动速度的增加,从出光区外已经反转分布的粒子补充给出光区激光上能级的也增多. 因此,系统维持粒子数反转的能力增加. 也就是随着流动速度的增加,饱和强度增加.

在一定的放电比功率下,增加流动速度,注入腔体的能量也增加,而终端的温度则由于流动速度的增加而稍许减少. 这样,正如预期的那样,小信号增益随流速的增加而增加.

这里应该指出的是,对于小信号增益来说,实际上起作用的参量不仅是流速,而是流速与激励区长度的比  $V_1/L$ . 如果忽略由于速度不同而带来的激励区终端的温度及气压



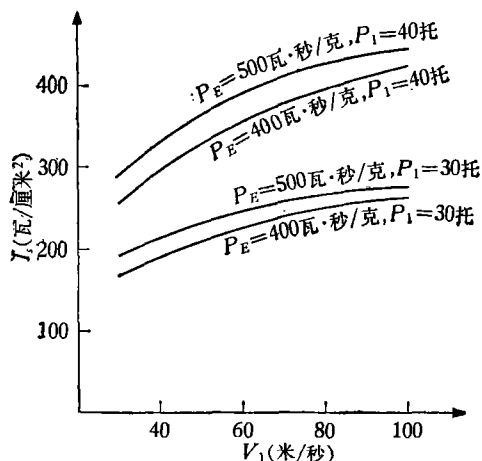


图1 激励区终端的饱和强度与初始气体速度的关系  
气比  $\text{CO}_2:\text{N}_2:\text{He} = 1:7:12$

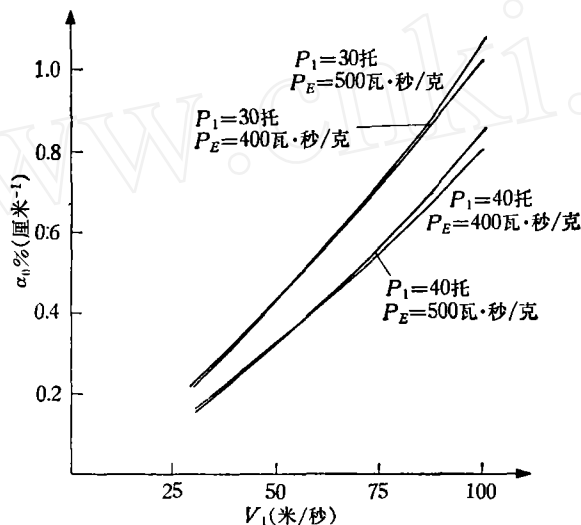


图2 激励区终端的小信号增益与初始气体速度的关系  
气比  $\text{CO}_2:\text{N}_2:\text{He} = 1:7:12$ ,  $L = 46$  厘米

的某些差别, 则减少放电长度  $L$  与增加流动速度  $V_1$  对小信号增益所起的作用是完全相同的. 这样, 激光系统流速较低可以由缩短激励区长度得到部分补偿. 当然,  $L$  的减少并不能增加饱和强度.

还计算了单位体积最大可能的输出功率  $\alpha_0 I_s$  与初始流速的关系. 结果表明,  $\alpha_0 I_s$  近似与初始流速的 1.8 次方成正比. 流速越大, 方次愈低.

放电长度的变化并不影响总的最大可能输出功率. 总的最大可能输出功率  $W_{\max}$  可以写成

$$W_{\max} = SL\alpha_0 I_s, \quad (31)$$

$S$  为激励区的横截面积. 从(13)式的计算中, 发现只要温度不是很高, 也就是在通常的  $\text{CO}_2$  激光器的运转范围内, 有

$$\frac{43.5}{T} \exp\left(-\frac{212}{T}\right) R_2 \tau_2 \gg \frac{43.8}{T} \exp\left(-\frac{236}{T}\right) R_1 \tau_1. \quad (32)$$

即可得到  $\alpha_0 \propto \frac{V}{L}$ . 由(31)式有

$$W_{\max} \propto I_s V S. \quad (33)$$

所以, 在同一放电比功率下, 缩短放电长度  $L$ , 可以增加小信号增益, 但并不增加总的最大可能输出功率. 当然对于实际设计的 CO<sub>2</sub> 激光器来说, 小信号增益的变化, 改变了增益与损耗的比例. 因此, 实际的输出功率并不相同. 这在实际设计对流冷却电激励 CO<sub>2</sub> 激光器时, 就要根据具体的流动条件等因素全面考虑, 选择最佳的放电长度.

## (2) 饱和强度及小信号增益与初始气压的关系

从(15)式可以看到, 如果流动速度趋向零, 因为半宽度  $\Delta\nu_c \propto P$ , 而弛豫寿命  $\tau_1, \tau_2 \propto$

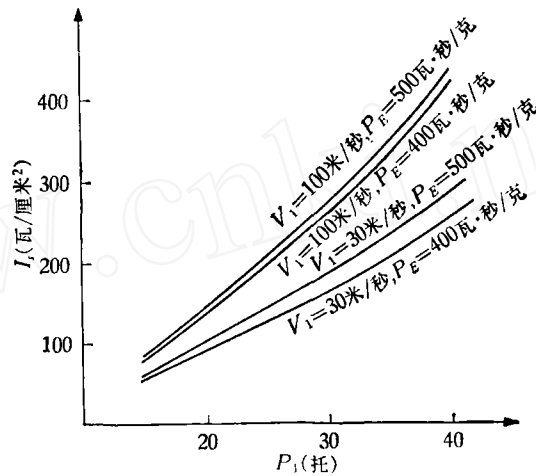


图3 激励区终端的饱和强度与初始压力的关系  
气比 CO<sub>2</sub>:N<sub>2</sub>:He = 1:7:12

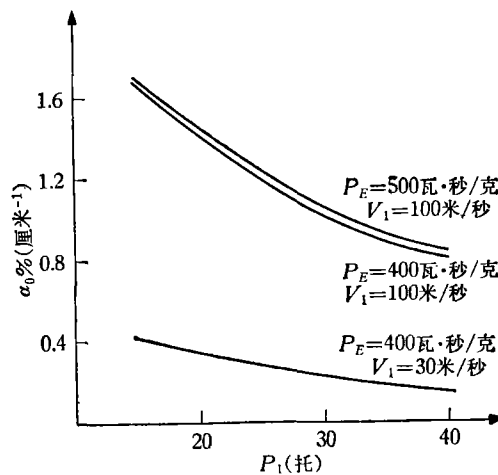


图4 激励区终端的小信号增益与初始压力的关系  
气比 CO<sub>2</sub>:N<sub>2</sub>:He = 1:7:12, L = 46 厘米

$\frac{1}{P}$ , 所以饱和强度与气压的平方成正比. 而如果  $V$  变得很大, 则 (17) 式的分母项就逐渐变成一个只与流动速度有关的量. 所以当流动速度很大时,  $I_s \propto P$ .

在一般的情况下, 计算了不同条件下激励区终端的饱和强度与初始压力的关系, 计算的结果示于图 3,  $I_s$  随着初始压力的增加而增加.

对于小信号增益, 由于  $\tau_2 \propto \frac{1}{P}$ ,  $\Delta v_c \propto P$ ,  $R_2 \propto P$ , 所以预期小信号增益将近似与压力成反比. 计算了不同条件下激励区终端的小信号增益与初始压力的关系, 计算的结果示于图 4. 正象预期的那样, 随着初始压力的增加, 小信号增益减少.

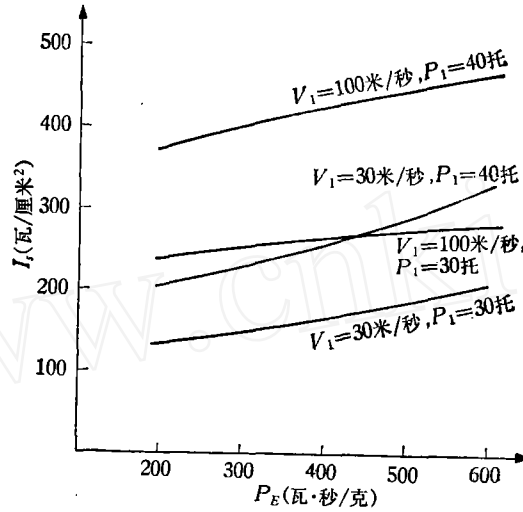


图 5 激励区终端饱和强度与放电比功率的关系  
气比  $\text{CO}_2:\text{N}_2:\text{He} = 1:7:12$

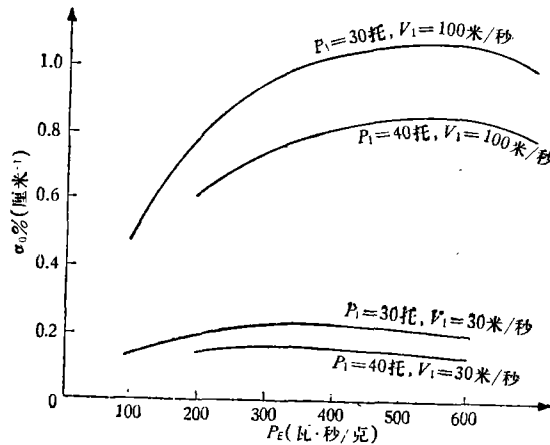


图 6 激励区终端的小信号增益与放电比功率的关系  
气比  $\text{CO}_2:\text{N}_2:\text{He} = 1:7:12$ ,  $L = 46$  厘米

还计算了单位体积最大可能的输出功率  $\alpha_0 I_s$ 。发现  $\alpha_0 I_s$  随气压增加而增加,但在气压高时,曲线变平。流速高可以使变平发生在更高的气压下。所以,较高的流速可使系统运转在较高的气压下。

### (3) 饱和强度及小信号增益与放电比功率的关系

计算了激励区终端的饱和强度及小信号增益与放电比功率的关系,计算的结果分别示于图 5 和图 6。结果表明,随着放电比功率的增加,饱和强度稍有增加。这主要由温度升高所引起。小信号增益开始随放电比功率增加而增加,随后出现一个极大值,继续增加放电比功率,小信号增益反而减少。这主要由于温度的升高,开始引起热阻塞现象。增加流速(或更确切些,增加  $V/L$ )可以使增益的极大值出现在较高的放电比功率下,也就是流速增加可以使系统在较高的功率水平下运转。

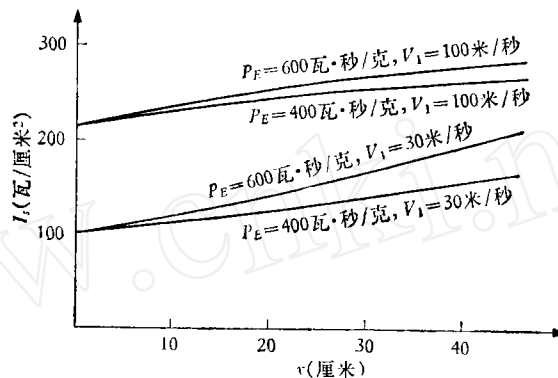


图 7 饱和强度沿激励区长度方向的分布  
初始气压 30 托,气比 CO<sub>2</sub>:N<sub>2</sub>:He = 1:7:12

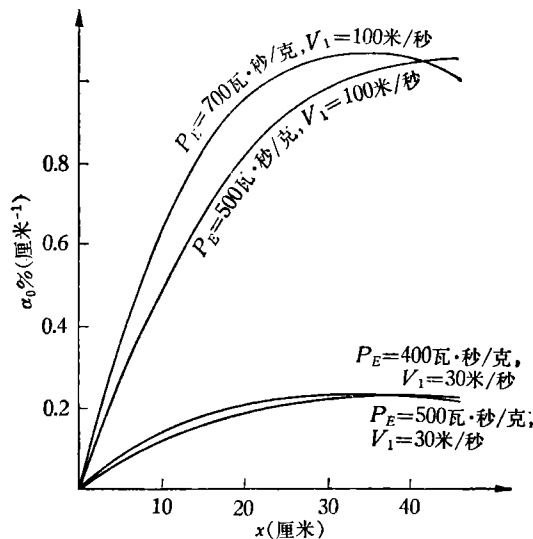


图 8 小信号增益沿激励区长度方向的分布  
初始气压 30 托,气比 CO<sub>2</sub>:N<sub>2</sub>:He = 1:7:12

这里应该指出的一点是,在计算小信号增益时,实际上作了电激励效率不变的假定,在放电比功率不大的情况下,这个假定是正确的.而对于较大的放电比功率,激励区终端的温度可以达到 600 K 或更高.这样,粒子数密度  $N$  就会减少一倍或更多一些.因此,由于  $E/N$  比的增加而大大地减少了电激励效率.可以预计,在较高的放电比功率下,小信号增益将比按(13), (29), (30)式计算的结果减少得更快.而且,放电比功率越大,计算的误差亦越大.更精确的数值计算可以解决近似计算小信号增益带来的误差.

#### (4) 饱和强度和小信号增益沿流动方向的分

在本文考虑的模型中,放电功率是均匀地加入到激励区中.因此,在激励区不同位置

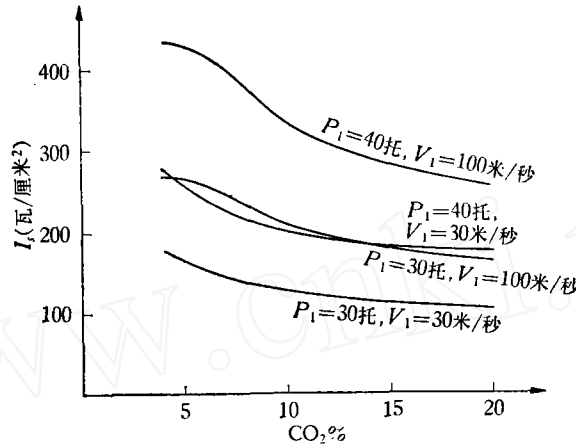


图9 激励区终端饱和强度与  $\text{CO}_2$  克分子分数的关系  
He 占 60%,  $P_E = 400$  瓦·秒/克

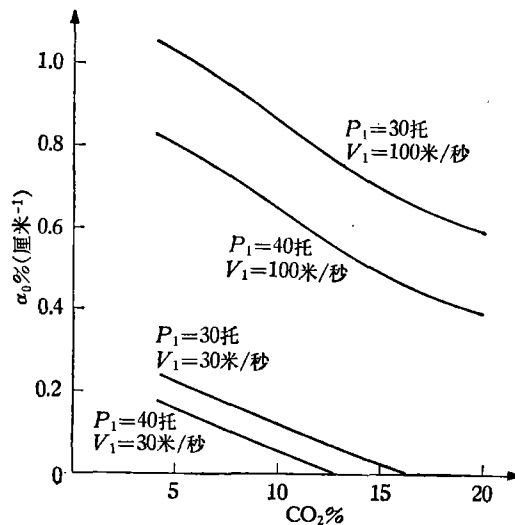


图10 激励区终端小信号增益与  $\text{CO}_2$  克分子分数的关系  
He 占 60%,  $P_E = 400$  瓦·秒/克,  $L = 46$  厘米

就相当于有不同量的放电比功率注入到腔体中。因此,沿流动方向饱和强度和小信号增益的分布与图 5 和图 6 就完全相似。不同参量下饱和强度和小信号增益沿激励区长度方向的分布示于图 7 和图 8。可以看到,由于温度的不断增加,饱和强度沿流动方向略有增加。而小信号增益则与放电比功率有关。对于较低的放电比功率,小信号增益沿流动方向不断增加;增加放电比功率,则小信号增益在激励区长度方向会出现一个极大值,放电比功率越大,极大值点越移向上游。增加流动速度(应该说,增加  $V/L$ )可以使小信号增益在较大的放电比功率下也不减少。

由于电激励效率的降低,下游的实际小信号增益应该比计算值小,特别当放电比功率较大时更是这样。

### (5) 饱和强度及小信号增益与气比的关系

对于固定的 He 的比例(占 60%)计算了不同比例的 CO<sub>2</sub>, N<sub>2</sub>对激励区终端饱和强度及小信号增益的影响,计算的结果分别示于图 9 和图 10。从图可以看到,在一定的 He 的比例下,随着 CO<sub>2</sub>克分子分数的增加,饱和强度减少,继续增加 CO<sub>2</sub>的比例,曲线变平。CO<sub>2</sub>比例增加,小信号增益亦减小,而且在较低的流速下,当 CO<sub>2</sub>达到一定的比例时,小信号增益出现截止现象。对于较高的流动速度,增加 CO<sub>2</sub>比例,虽然也减少小信号增益,但不出现截止现象。这就得到一个有趣的结论,对于较低的流速(应该说对于较低的  $V/L$ ),CO<sub>2</sub>的比例不能太多。否则就会得不到增益。当然减小 CO<sub>2</sub>的比例,也不会无限的增加增益,它最终将由于 CO<sub>2</sub>粒子数的减少,而使增益变小。

还计算了固定 CO<sub>2</sub>:N<sub>2</sub>的比例(1:1),而改变 He 的克分子分数对饱和强度和小信号增益的影响。计算的结果示于图 11 和图 12。在同样的放电比功率下,增加 He 的比例,可以使饱和强度减少,而小信号增益则增加。这主要是由于 He 的热容量较大,因此,在同样的放电比功率下,降低了激励区的温度。

也计算了不同 He 比例下,单位体积最大可能输出的功率。发现在较低的流动速度下,如在 30 米/秒,He 增加一直到 90%, $\alpha_0 I_s$ 不断增加,而在较高的流动速度下(100 米/秒),He 比例在 80% 左右, $\alpha_0 I_s$ 出现极大值。

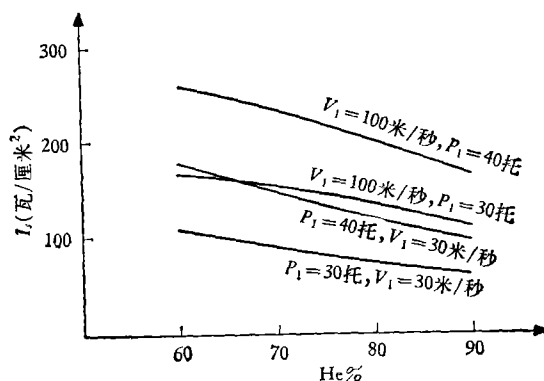


图 11 激励区终端饱和强度与 He 比例的关系  
CO<sub>2</sub>:N<sub>2</sub> = 1:1; P<sub>E</sub> = 400 瓦·秒/克

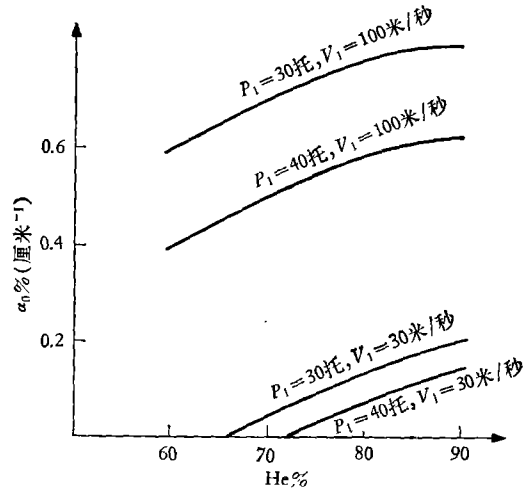


图 12 激励区终端的小信号增益与 He 比例的关系  
 $\text{CO}_2:\text{N}_2 = 1:1$ ,  $P_E = 400$  瓦·秒/克,  $L = 46$  厘米

### (6) 与实验比较

本文得到的小信号增益公式与已有的工作并无本质的不同。所以在这一节，只准备将本文得到的饱和强度与实验进行比较。但非常遗憾的是流动激光器饱和强度的实验数据所见不多。Eckbreth 和他的合作者<sup>[4]</sup>在放电对流激光器的实验中，得到了横束激光器的放大特性。用了 Rigrod<sup>[11]</sup> 增益方程，并考虑了镜片和窗口的损失，在平均小信号增益的条件下，得到了符合实验点的解析配合曲线，得出了等效饱和强度。在电注入功率 14 千瓦，46 托气压，流量 0.08 磅/秒，则  $I_s$  为 600 瓦/厘米<sup>2</sup>；在电注入功率 8.6 千瓦，30 托气压，0.04 磅/秒流量，则  $I_s$  为 400 瓦/厘米<sup>2</sup>。用实验的气比 1:7:12， $L = 37$  厘米，光束直径 1.9 厘米，腔体横截面  $60 \times 2.5$  厘米<sup>2</sup>。代入本文公式中，对两种情况分别得到  $I_s$  为 525 瓦/厘米<sup>2</sup>和 230 瓦/厘米<sup>2</sup>，与 Eckbreth 的结果相当吻合。如果考虑到 Rigrod 增益方程没有计及非均匀加宽的影响，本文结果与实验值更为接近。

## 五、结 语

本文从微观的振动分子模型出发，得到了流动系统饱和强度的定量解析表达式，并且考虑了激励区的温度、压力、流速的变化，计算了不同参量下激励区各点的饱和强度及小信号增益，分析讨论了不同的初始流速，初始压力，不同的放电比功率，不同气比对饱和强度和信号增益的影响，并且计算了饱和强度和信号增益沿激励区的分布，计算符合对流动电激光器的实验数据。

本文的主要结论有：

(1) 较高的流动速度对于增加放电对流  $\text{CO}_2$  激光器的输出是特别重要的，它不但增加了饱和强度和信号增益，而且可以使系统运转在较高的压力和较高的放电比功率下。这也正是对流冷却激光器比起通常扩散冷却激光器的主要优点。

(2) 流速较低, 可以为缩短放电长度所部分补偿。从(33)式可以看到, 为了增加功率输出, 在缩短长度  $L$  的同时就要增加截面积  $S$ 。这正是当前放电对流激光器的两种主要形式。一种是流速较高、放电长度长、放电电压较高、电流相对较低, 如文献[4, 12—14], 另一种流速较低、但放电长度短、放电电压低、放电电流则较大, 如文献[15]等工作。

(3) 对流冷却电激励 CO<sub>2</sub> 激光器的 CO<sub>2</sub> 比例不宜过大, 一般在 5% 左右。流速低, He 的比例要适当多一些。流速高, He 的比例可以少一些, 一般可在 60—80% 范围内选择。

因此, 在设计实际的对流冷却电激励 CO<sub>2</sub> 激光器时, 可用本文的方法计算饱和参量, 进而估计激光系统的输出能力, 同时, 可以选择激光系统运转条件的最佳范围。

### 参 考 文 献

- [1] C. P. Christensen, F. Charles, A. H. Hermann, *J. IEEE QE*, **QE-5**(1969), 276.
- [2] A. J. Demaria, AIAA Paper, No. 71—63.
- [3] R. K. Seals, Jr., AIAA Paper, No. 71—588.
- [4] A. C. Eekbreth, J. W. Davis, *A. P. Lett.*, **19**(1971), 101.
- [5] P. L. Taylor, *et al.*, *Rev. Mod. Phys.*, **41**(1969), 26.
- [6] G. Herzberg, *Molecular Spectra and Molecular Structure (2)*, New York (1957).
- [7] F. A. Williams, *Combustion Theory 1st*, 1965, p. 358.
- [8] J. D. Anderson, AD-718805 (1970).
- [9] 钱学森编, 物理力学讲义, 科学出版社 (1962).
- [10] W. H. Christiansen, AD-751499 (1972).
- [11] W. W. Rigrod, *J. A. P.*, **34**(1963), 2602.
- [12] C. O. Brown, J. W. Davis, *A. P. Lett.*, **21**(1972), 480.
- [13] J. W. Davis, C. O. Brown, AIAA Paper, No. 72—722.
- [14] A. C. Eekbreth, J. W. Davis, *IEEE. QE*, **QE-7**(1971), 280.
- [15] J. D. Foster, U. S. Patent, No. 3772610 (1973).
- [16] A. Maitland, M. H. Dunn, *Laser Physics* (1969).
- [17] H. Bateman *Tables of Integral Transforms. Vol. 1*, McGraw-Hill, New York.



## THE SATURATION CHARACTERISTICS OF ELECTRIC DISCHARGE CONVECTION CO<sub>2</sub> LASER

LIN GUANG-HAI

(*Institute of Mechanics, Academia Sinica*)

### ABSTRACT

Based on a microscopic molecular model, an analytical expression for the saturation intensity is obtained. By taking into account of the changes in gas pressure, temperature and flow velocity, the saturation intensity and small-signal gain coefficient at all points in the active region have been calculated under a variety of parameters. We have analysed and discussed the effects of the changes of pressure, flow velocity, gas composition and the discharge specific power on saturation intensity and small-signal gain coefficient. Finally, the calculated values for saturation intensity are compared with experimental results and good agreements are found.

www.cnki.net