

# 液态金属电磁泵设计理论 中的几个基本问题(二)

中国科学院力学研究所 薛明伦 唐福林

## 三、平面型三相感应式电磁泵的纵向端部效应

纵向端部效应是平面型和圆柱型三相感应式电磁泵的特有问题(直线感应电动机也有这一问题),它本质上是指由于磁场开路所引起的一系列问题,这些问题是:

1. 由于磁场开路,三相绕组处于不对称的地位。在这种情况下,即使各相绕组的匝数和形状相同,它们的自感、互感也都不相等,由此引起在对称电压下三相电流的不对称问题(相位和数值都不对称)和推力的降低问题。

2. 由于磁场开路以及工艺或其他因素,在绕组前后总有一段铁芯存在。这时即使绕组电流是三相对称的,也会产生磁场分布问题,特别是脉动磁场存在问题。

3. 由于磁场开路,同时泵沟中流体是从前向后连续流动的,所以除外加磁场有其本身的上述两种端部问题外,泵沟中感应的电流也有引起流体内焦耳热和效率变化的端部问题。合理处理这一问题而提高性能,称为纵向端部效应的补偿问题。

下面分别对这三个问题进行分析。

(一)三相绕组处于不对称的位置 这时三相电流的相位和数值不对称,例如在星形接法(中线不接地)中,C相电流低,A,B两相的数值近似相等。

现在从空载磁场的情况来分析。对每一相写出电压方程(无中线)

$$\left. \begin{aligned} U_A - U_0 &= I_A R_A + KM \frac{dI_B}{dt} + M \frac{dI_C}{dt} + L_A \frac{dI_A}{dt} \\ U_B - U_0 &= I_B R_B + KM \frac{dI_A}{dt} + M \frac{dI_C}{dt} + L_B \frac{dI_B}{dt} \\ U_C - U_0 &= I_C R_C + M \frac{dI_A}{dt} + M \frac{dI_B}{dt} + L_C \frac{dI_C}{dt} \\ I_A + I_B + I_C &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

其中  $R_A, R_B, R_C$  是各相的电阻;  $L_A, L_B, L_C$  是各相的自感系数;  $M_{AC} = M_{CA} = M_{BC} = M_{CB} = M$  是互感系数;  $M_{AB} = M_{BA} = KM (K < 1)$ ;  $I_A, I_B, I_C$  是各相电流的瞬时值;  $U_A, U_B, U_C$  是各相电压的瞬时值;  $U_0$  是电压零点漂移的瞬时值。

由于在三相交流电路中各相的电流和电压都是周期函数  $L = \dot{L} e^{i\omega t}$ , 其中  $\dot{L}$  为复振幅,代入式(36)后,可解得各相电流及零点电压的复振幅为

$$\left. \begin{aligned} \dot{I}_A &= \frac{(\dot{U}_B - \dot{U}_A)Z_C + (\dot{U}_C - \dot{U}_A)Z_B + 2\dot{U}_A x_m i - 2\dot{U}_B x_m i + (\dot{U}_B - \dot{U}_C)K x_m i}{D} \\ \dot{I}_B &= \frac{(\dot{U}_A - \dot{U}_B)Z_C + (\dot{U}_C - \dot{U}_B)Z_A - 2\dot{U}_A x_m i + 2\dot{U}_B x_m i + (\dot{U}_A - \dot{U}_C)K x_m i}{D} \\ \dot{I}_C &= \frac{2\dot{U}_C K x_m i - 2\dot{U}_C Z_A - (\dot{U}_A + \dot{U}_B)K x_m i + \dot{U}_A Z_B + \dot{U}_B Z_A}{D} \\ \dot{U}_0 &= \frac{1}{D} [\dot{U}_A (-K x_m^2 + Z_B Z_C - Z_C K x_m i - x_m Z_B i) + \dot{U}_B (-K x_m^2 + Z_A Z_C \\ &\quad - K x_m Z_C i - x_m Z_A i) + \dot{U}_C (K^2 x_m^2 - 2K x_m^2 + Z_A Z_B - Z_A x_m i - x_m Z_B i)] \\ D &= 2K x_m Z_C i + 4Z_A x_m i - 2Z_A Z_C - Z_A^2 - K^2 x_m^2 - 2x_m^2 \end{aligned} \right\} (37)$$

其中  $\omega M = x_m$ ,  $Z_l = R_l + i\omega L_l (l = A, B, C)$ 。由此可知:

1. 三相电压对称时, 只有当  $Z_A = Z_B = Z_C$ , 且  $K = 1$  时, 三相电流才会对称。在绕组的漏磁较小时, 只要铁芯的长度为  $2p\tau$ , 这是可以近似做到的。但在大多数情况下电流很不对称。

2. 在电磁泵绕组中感抗要比电阻大得多, 且各相的自感和互感都同  $1/\delta$  成正比, 因此对同一铁芯而言, 各相电流电压间的相位差同磁场间气隙  $\delta$  基本无关。

3. 由于绕组是装在铁芯上的, 不可避免地会产生铁耗, 因此电阻要比绕组线电阻高。计算时可以用当量电阻。但实际上由于电磁泵绕组中感抗总是比电阻大得多, 所以电阻值的差别所引起的误差很小, 只有在计算功率时才会有较大的误差。

对于三角形接法, 只需下列三个方程即可解出  $\dot{I}_A, \dot{I}_B, \dot{I}_C$ :

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_{AB} &= \dot{I}_A Z_A + iK x_m \dot{I}_B + i x_m \dot{I}_C \\ \dot{U}_{BC} &= \dot{I}_B Z_B + iK x_m \dot{I}_A + i x_m \dot{I}_C \\ \dot{U}_{CA} &= \dot{I}_C Z_C + i x_m \dot{I}_A + i x_m \dot{I}_B \end{aligned} \right\} (38)$$

用上法计算同时求出了三相电流的数值、相位和电压零点漂移, 由此可以算出功率。剩下的是如何合理选择三相绕组并确定单相的电阻、自感和相与相之间互感的问题。

**(二) 给定电流分布下铁芯气隙中的磁场分布问题** 这方面已有文献 [3] 的工作。此工作是很多研究工作的基础, 其出发点是假定一个正弦的电流面分布, 然后讨论一个任意长铁芯 ( $\mu$  为有限值) 的气隙中的磁场分布问题。我们准备结合第 (一) 节的结果来分析三相不平衡电流在铁芯气隙中引起的磁场分布, 并且估计由于电流不平衡引起的效应。假定铁芯的  $\mu = \infty$ , 这和实际情况相差甚微, 但却可以大大简化计算 (图 11)。

我们先看通过线圈 A-X 的电流所产生的磁场, 然后把另外两相线性迭加上去。从

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \iint \mathbf{j} \cdot d\mathbf{F} \quad (39)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0 \quad (40)$$

可解得

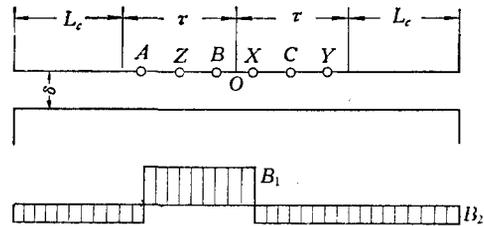


图 11

上图: 磁场绕组

下图: 线圈 A-X 产生的磁场

$$B_1 = \frac{\mu N_A I_A (\tau + 2L_C)}{(2\tau + 2L_C)} \frac{1}{\delta} \quad (41)$$

$$B_2 = -\frac{\mu N_A I_A \tau}{(2\tau + 2L_C)} \frac{1}{\delta} \quad (42)$$

这一磁场分布可以看作是一对称矩形波场加一脉动场,即在  $-\tau \rightarrow +\tau$  时, 矩形场

$$B'_1 = -B'_2 = \frac{\mu N_A I_A (\tau + L_C)}{(2\tau + 2L_C)} \frac{1}{\delta} = \frac{\mu N_A I_A}{2\delta} \quad (43)$$

脉动场

$$B' = \frac{\mu N_A I_A L_C}{2\tau + 2L_C} \frac{1}{\delta} \quad (44)$$

在边缘部分(两端  $L_C$  区域)只有脉动场

$$-B_p = \frac{\mu N_A I_A \tau}{2\tau + 2L_C} \frac{1}{\delta} \quad (45)$$

对于中间部分的矩形波可以用富利叶级数展开而得到

$$B_A = \frac{\mu N_A I_A}{2\delta} \frac{4}{\pi} \sum_{1,3,5}^{\infty} \frac{\sin n\pi \frac{x}{\tau}}{n} \quad (43')$$

由于  $I_A = \bar{I}_A \sqrt{2} \sin(\omega t + \varphi_A)$ , 故第一次谐波为

$$B_{A1} = \frac{4}{\pi} \frac{\mu N_A \bar{I}_A}{2\delta} \frac{\sqrt{2}}{2} \left[ \cos\left(\omega t - \frac{\pi x}{\tau} + \varphi_A\right) - \cos\left(\omega t + \frac{\pi x}{\tau} + \varphi_A\right) \right] \quad (43'')$$

同理,其他两相为

$$B_{B1} = \frac{4}{\pi} \frac{\mu N_B \bar{I}_B}{2\delta} \frac{\sqrt{2}}{2} \left[ \cos\left(\omega t - \frac{\pi x}{\tau} + \varphi_B\right) - \cos\left(\omega t + \frac{\pi x}{\tau} - 240^\circ + \varphi_B\right) \right] \quad (46)$$

$$B_{C1} = \frac{4}{\pi} \frac{\mu N_C \bar{I}_C}{2\delta} \frac{\sqrt{2}}{2} \left[ \cos\left(\omega t - \frac{\pi x}{\tau} + \varphi_C\right) - \cos\left(\omega t + \frac{\pi x}{\tau} - 480^\circ + \varphi_C\right) \right] \quad (47)$$

由此可见,每相电流产生的磁场都可分解为以正波速  $2f\tau$  向前行进及以  $-2f\tau$  向反方向行进的正、反两部分行波磁场。把正向磁场加在一起得

$$B_E = \frac{1.35\mu}{\delta} \sum_{A,B,C} N_i \bar{I}_i \cos\left(\omega t - \frac{\pi x}{\tau} + \varphi_i\right) \quad (48)$$

而反向磁场为

$$\begin{aligned} B_{\bar{E}} = & -\frac{1.35\mu}{\delta} \left[ N_A \bar{I}_A \cos\left(\omega t + \frac{\pi x}{\tau} + \varphi_A\right) \right. \\ & + N_B \bar{I}_B \cos\left(\omega t + \frac{\pi x}{\tau} - 240^\circ + \varphi_B\right) \\ & \left. + N_C \bar{I}_C \cos\left(\omega t + \frac{\pi x}{\tau} - 480^\circ + \varphi_C\right) \right] \quad (49) \end{aligned}$$

在最一般的情况下,三相的匝数、电流有效值、相位各不相同,可以根据上式算出正、反磁场强度,在实用上用向量作图法很方便。

反向磁场的存在引起流体进出口压差的降低。但因压差与磁场强度平方成正比,也

即与安匝数平方成正比,因此即使电流不平衡达30%,在零流量时,反向压差也只约占正向压差的9%。由此可见,虽然三相电流很不平衡,但反向电磁力并不大,相应的焦耳热损失也只有这个比例。所以单纯追求电流平衡,实用意义并不是很大。

用  $\frac{1.35\mu}{\delta} N_{\text{正}} \bar{I}_{\text{正}} \cos\left(\omega t - \frac{\pi x}{\tau} + \phi_{\text{正}}\right)$  及  $-\frac{1.35\mu}{\delta} N_{\text{反}} \bar{I}_{\text{反}} \cos\left(\omega t + \frac{\pi x}{\tau} + \phi_{\text{反}}\right)$  来表示式

(48)及(49)的向量和,可得磁场在空间的分布为

$$B_m = \pm \frac{1.35\mu}{\delta} N_{\text{正}} \bar{I}_{\text{正}} \left[ 1 + k_c^2 + 2k_c \cos\left(2\frac{\pi x}{\tau} - \phi_{\text{正}} + \phi_{\text{反}}\right) \right]^{1/2} \quad (50)$$

其中  $k_c = \frac{N_{\text{反}} \bar{I}_{\text{反}}}{N_{\text{正}} \bar{I}_{\text{正}}}$ 。亦即当三相电流不平衡时,每对极内磁场分布都有一对峰值。实际情况也往往如此。而文献[3]提出的三相电流对称时每对极内磁场分布只有一个峰值的情况,在实际中则比较难做到。

从方程(44)可以看出,如果  $L_c = 0$ ,即如果在平面泵铁芯中除绕组部分外没有多余长度,则脉动磁场为0,所以单纯从消灭外加磁场的脉动量的观点来看,应该尽量缩短  $L_c$  的长度。

在一般情况下,中间区域  $(-\tau \rightarrow +\tau)$  的脉动场为

$$B_{\text{中}} = \frac{\mu L_c}{2\tau + 2L_c} \frac{\sqrt{2}}{\delta} [N_A \bar{I}_A \sin(\omega t + \varphi_A) + N_B \bar{I}_B \sin(\omega t - 120^\circ + \varphi_B) + N_C \bar{I}_C \sin(\omega t + 120^\circ + \varphi_C)] \quad (51)$$

而边缘部分(两个  $L_c$  区域)的脉动场为

$$-B_{\text{边}} = \frac{\mu \tau}{2\tau + 2L_c} \frac{\sqrt{2}}{\delta} [N_A \bar{I}_A \sin(\omega t + \varphi_A) + N_B \bar{I}_B \sin(\omega t - 120^\circ + \varphi_B) + N_C \bar{I}_C \sin(\omega t + 120^\circ + \varphi_C)] \quad (52)$$

**(三)纵向端部效应的补偿问题** 这实质上是流体在外加磁场作用下由于纵向端部效应引起的问题,而不是外加磁场本身的纵向端部效应问题。

我们先从物理图案出发,分析纵向端部效应及补偿方法的本质,然后引进数学方程来描述。

为了简单起见,先分析磁雷诺数  $R_m \ll 1$  的情况。这时可以忽略感生磁场对外加磁场的影响。假定外界有一正规的正弦电磁场,即令  $L_c = 0$ 。如果流体中不存在纵向端部效应,则流体中电场的分布应和旋转感应电动机剖开一样。但是实际上,这样的电场分布图案是不能实现的,这是因为电场的分布应该是连续的,在剖开后,它不可能在端部突然停止,电场必须满足连续的条件,而在磁场区外由于有导电液体的存在,它的电流分布近似于直流电磁泵的端部电流流动图案(图12),即

在  $x = 0$  处,

$$E_y = -\frac{\partial \phi}{\partial y} = E_{y0} \quad (53)$$

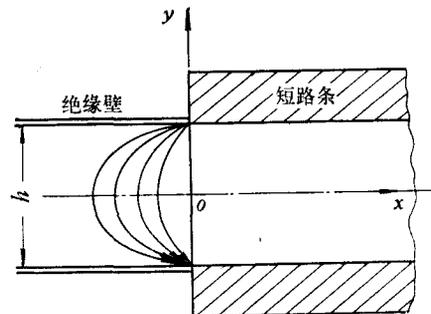


图12 流体中有纵向端部效应时的端部电流分布

在  $x < 0, y = \pm \frac{h}{2}$  处,

$$-\frac{\partial \phi}{\partial y} = 0 \quad (54)$$

在  $x \rightarrow -\infty$  处  $\phi = 0$ , 而方程为

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad (55)$$

但  $E_{y0}$  并不等于旋转电机展开时的  $E_{y0}$ , 因为如果这样的话, 就不能满足总电流等于 0 的条件

$$\int_{-\infty}^{\infty} j_y dx = 0 \quad (56)$$

所以在磁场作用区内必有一脉动电场产生(相应有机脉动电流), 其值的大小由端部的电场连续及  $y$  向电流沿  $x$  向积分总和为 0 这两个条件决定.

现在我们给出这一问题的数学分析.

如外界磁场为

$$B = B_m \sin(\omega t - \alpha x) \quad (57)$$

则由  $\text{rot } \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$ , 在  $SR_m = 0$  的条件下得出

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} = -B_m \omega \cos(\omega t - \alpha x) \quad (58)$$

$$E_y = B_m \frac{\omega}{\alpha} \sin(\omega t - \alpha x) + f(t) \quad (59)$$

在  $x = 0$  处,

$$E_{y0} = B_m \frac{\omega}{\alpha} \sin \omega t + f(t) \quad (60)$$

这一电场将引起进出口的端部电流, 其值为

$$I_{\text{端}} = \frac{E_{y0} \cdot h}{R_{\text{端}}} \quad (61)$$

其中  $R_{\text{端}}$  为端部当量电阻, 相当于并联在线路中, 但必须满足  $\int_{-\infty}^{\infty} j_y dx = 0$  的条件. 故

$$\sigma \cdot f(t) \cdot L = \frac{\left[ B_m \frac{\omega}{\alpha} \sin \omega t + f(t) \right] h}{R_{\text{端}}} \quad (62)$$

其中  $L$  为泵沟有效长度. 解出得

$$f(t) = \frac{-B_m \omega \sin \omega t}{\sigma \frac{L}{h} R_{\text{端}} + 1} \quad (63)$$

对平面泵

$$R_{\text{端}} = \frac{1}{\sigma} \frac{\pi(n+1)}{2 \ln 2} \quad (64)$$

其中  $n$  是绝缘隔板数. 如不装隔板, 则  $n = 0$ . 现讨论如下.

1.  $R_{\text{端}} \rightarrow \infty$ . 这相当于  $n \rightarrow \infty, f(t) \rightarrow 0$ , 即可以用装许多隔板的方式使脉动电场减少. 但这不是经常有利的, 因为隔板会引起附加的水力损失; 且隔板必须足够长, 例如

( $L_{\text{隔板}}/h$ )  $\sim 3$ , 这将使泵沟长度大大增加, 特别当流量较大且  $h$  较大时更是如此。

2.  $R_{\text{端}} \rightarrow 0$ . 这相当于把短路条伸展到磁场外前后无穷远处, 也相当于圆柱泵和有短路条的直线感应电机的情况。这时

$$f(t) = -B_m v_s \sin \omega t \quad (65)$$

也就是有效区脉动电场最大。

平面泵的脉动电场介于上面两种情况之间:

$$E_y = B_m v_s [\sin(\omega t - \alpha x) - K_1 \sin \omega t] \quad (59')$$

其中

$$K_1 = \frac{1}{\frac{L}{h} \frac{\pi}{2 \ln 2} (n+1) + 1}$$

这时, 有效区的电流分布为

$$j = \sigma B_m (v_s - v_f) \sin(\omega t - \alpha x) - \sigma B_m v_s K_1 \sin \omega t \quad (66)$$

$$\text{效率 } \eta = \frac{\text{机械功}}{\text{机械功} + \text{焦耳热}} = \frac{S(1-S)}{S+K_1^2} \quad (67)$$

当  $K_1 = 0$  时, 这相当于  $R_{\text{端}} \rightarrow \infty$ . 此时  $\eta = 1 - S$ , 相当于最理想的情况, 即和旋转电机一样。

当  $K_1 = 1$  时, 这相当于  $R_{\text{端}} = 0$  的情况。此时  $\eta = \frac{S(1-S)}{S+1}$ . 令  $\frac{\partial \eta}{\partial S} = S^2 + 2S - 1 = 0$ , 可得一个使  $\eta$  达到最大值的最佳滑差  $S_{\text{最佳}} = \sqrt{2} - 1 = 0.414$ , 而  $\eta_{\text{最大}} = \frac{3\sqrt{2}-4}{\sqrt{2}} = 17.2\%$ . 即无补偿的圆柱泵和直线感应电动机的最大效率不超过 17.2% ( $SR_m = 0$  或很小的情况)。

脉动电场的存在使流体中焦耳热增加而使效率下降, 但对电磁力不起作用, 因为脉动电流在成对磁场下推力和阻力互相抵消。

曾经提出过几种纵向端部效应的补偿方法, 但都不是完全的补偿。下面我们在  $SR_m = 0$  的假设下进行分析。

第一种补偿方法是一个  $\tau$  补偿法(图 13)。这时, 由于补偿段线圈的安匝数比中间有效区小一半, 所以场强也小一半, 但其行波速度不变。故在补偿段有

$$B_0 = B_C \sin(\omega t - \alpha x) = \frac{B_m}{2} \sin(\omega t - \alpha x) \quad (68)$$

补偿段的电场分析:

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} = \frac{\partial B_0}{\partial t} = \frac{B_m}{2} \omega \cos(\omega t - \alpha x) \quad (69)$$

积分后得

$$E_x = -\frac{B_m}{2} \frac{\omega}{\alpha} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x\right) + C \quad (70)$$

要求当  $x = -\tau$  时,

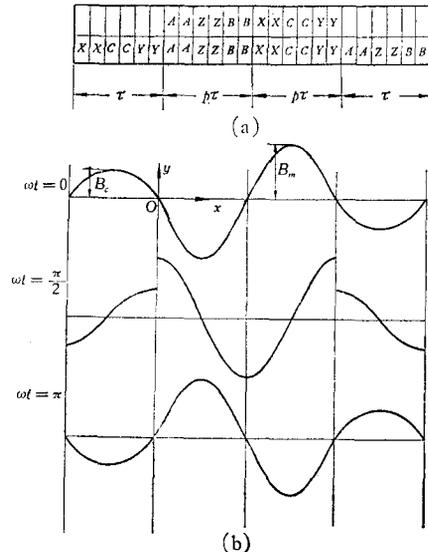


图 13 一个  $\tau$  补偿  
(a) 绕组分布 (b) 外加磁场分布  
(不考虑脉动磁场,  $SR_m = 0$ )

$$E_x = -\frac{B_m \omega}{2 \alpha} \sin(\omega t + \pi) + C = 0.$$

由此得

$$C = -\frac{B_m \omega}{2 \alpha} \sin \omega t.$$

故

$$E_x = -\frac{B_m \omega}{2 \alpha} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x\right) - \frac{B_m \omega}{2 \alpha} \sin \omega t \quad (70')$$

在  $x = 0$  处,  $E_{xx=0} = -B_m \frac{\omega}{\alpha} \sin \omega t$ .

这正好和有效区的电场衔接, 所以从电场的角度看, 除去在补偿段有一脉动量外, 在有效段就没有脉动量了. 但是从图 13(b) 上可以看出, 这样的磁场分布并不能保证完全消除有效区的脉动磁场. 因为在  $x = 0$  和  $x = 2p\tau$  处磁场还不能连续, 而磁场是必须自动连续的, 所以在有效区必定有一脉动磁场产生, 其值显然是

$$B_p = (B_m - B_c) \frac{1}{p+1} = \frac{B_m}{2} \cdot \frac{1}{p+1} \quad (71)$$

可以看出, 当有效区磁场极对数足够多时, 脉动磁场虽然存在, 但其值是足够小的, 例如在  $p = 4$  时, 脉动磁场的振幅只有有效磁场振幅的  $1/10$ . 而在补偿段

$$B_{pc} = \frac{B_m}{2} \frac{p}{p+1} = \frac{4}{10} B_m \quad (72)$$

第二种补偿方法是在有效磁场两端各留下半个  $\tau$  的位置作为补偿线圈安装之用 (图 14). 这时补偿段的场强仍为有效区场强的一半, 但其行波速度也为有效段磁场行波速度的一半. 这时补偿段的外加磁场为

$$B_0 = \frac{B_m}{2} \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{\tau} x\right) \quad (73)$$

由  $\frac{\partial E_x}{\partial x} = \frac{\partial B_0}{\partial t} = \frac{B_m \omega}{2} \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\tau} x\right)$  积分后得

$$E_x = -\frac{B_m \omega \tau}{2 \cdot 2\pi} \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{\tau} x\right) + C \quad (74)$$

当  $x = -\frac{\tau}{2}$  时,  $E_x = 0$ , 由此可得  $C = -\frac{B_m \omega \tau}{2 \cdot 2\pi} \sin \omega t$ , 所以补偿段的电场分布为

$$E_x = -\frac{B_m \omega \tau}{2 \cdot 2\pi} \left[ \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{\tau} x\right) + \sin \omega t \right] \quad (74')$$

而在有效区内(如能完全补偿)的电场分布为

$$E_x = -B_m \frac{\omega \tau}{\pi} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x\right)$$

在  $x = 0$  处, 两个  $E_x$  并不相等, 这就必然引起脉动电场, 其绝对值为  $\frac{B_m \omega \tau}{2\pi} \sin \omega t$ . 同

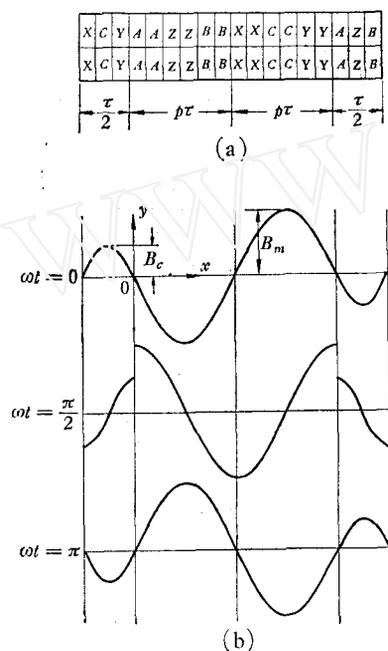


图 14 半个  $\tau$  补偿

(a) 绕组分布 (b) 外加磁场分布  
(不考虑脉动磁场,  $SR_m = 0$ )

样,磁场在  $x = 0$  和  $x = 2p\tau$  处也不连续,所以除上述的脉动电场外,还有脉动磁场,在有效区内其值为

$$B_p = \frac{B_m}{2} \frac{\frac{1}{2}}{p + \frac{1}{2}} = \frac{B_m}{2} \frac{1}{2p + 1} \quad (75)$$

而在补偿段为

$$B_{pc} = \frac{B_m}{2} \frac{2p}{2p + 1} \quad (76)$$

第三种方法是在前后补偿段给定一脉动磁场,从而在补偿段感应出一个电场分布(图 15)。我们的目标是使该电场在有效区进口端和有效区内电场连接起来,而使有效区内电场分布和旋转电机一样。这时补偿段磁场分布为  $B_0 = B_c \cos \omega t$ , 于是

$$(\text{rot } \mathbf{E})_y = -\frac{\partial E_x}{\partial x} = -\frac{\partial B_0}{\partial t} = B_c \omega \sin \omega t \quad (77)$$

积分后得

$$E_x = -B_c \omega \sin \omega t \cdot x + C \quad (78)$$

当  $x = -L_c$  时,  $E_x = 0$ , 得

$$C = -B_c \omega \sin \omega t \cdot L_c.$$

故

$$E_x = -B_c \omega \sin \omega t \cdot (x + L_c) \quad (78')$$

在中心有效区,有

$$B = B_m \sin(\omega t - \alpha x)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} = B_m \omega \cos(\omega t - \alpha x)$$

$$E_x = -B_m \frac{\omega}{\alpha} \sin(\omega t - \alpha x)$$

在  $x = 0$  处,电场相等,故

$$B_c = \frac{B_m \tau}{\pi L_c}$$

这种补偿方法的缺点是磁场在连接点并不连续,因而必然会产生脉动磁场以求连续。

以上三种补偿方法都是在  $SR_m = 0$  的情况下得出的,当  $SR_m > 0$  时,情况将发生下列变化:有效区的电场和合成磁场同相位,和外加磁场则不是一个相位;补偿段和有效区的磁作用参数  $SR_m$  不一定相等,它们的磁场同流体互相作用的程度也不同。所以在这时必须对上述补偿方法作出相应的改变。

下面我们就对  $SR_m > 0$  时补偿的物理图案进行一些分析。由图 16 可以看出,如果平面泵无补偿,则磁场分布和旋转电机展开完全不同(圆柱泵也是这样)。如果我们能在补偿段适当地布置一个磁场,使它和流体相互作用后的合成磁场正好和有效段的合成磁场衔接(图 16 中 A, B 段),则有效区的合成磁场分布就能和旋转电机展开一样,同样流体中电场和电流分布也是一样。

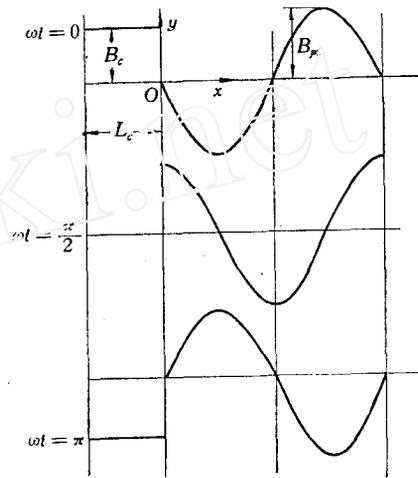
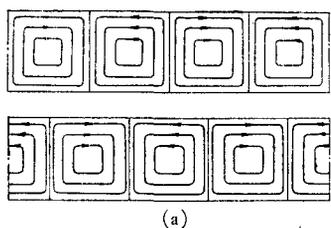
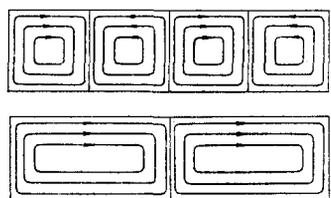


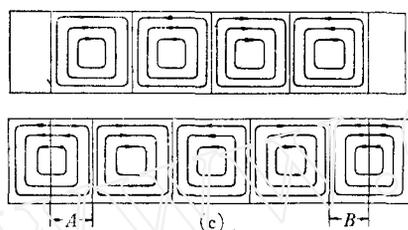
图 15 利用脉动磁场补偿的磁场分布



(a)



(b)



(c)

图 16  
(a) 旋转电机展开 (b) 平面泵(或圆柱泵)无补偿情况 (c) 平面泵(或圆柱泵)完全补偿情况

$$\int_{-\frac{\tau}{2}}^0 B_{cm} dx = \int_{-\frac{\tau}{2}}^0 B_{cm} \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{\tau} x\right) dx = \frac{B_{cm}\tau}{\pi} \cos \omega t \quad (82)$$

所以只要  $B_{cm}$  和  $B_{\Phi}$  相等即可。

因此为了达到补偿的目的,有效区的外加磁场必须由相位各异的两组绕组组成(图 17, 18),  $A'Z'B'$  和补偿段  $X'C'Y'$  实际上为同一线圈,该线圈所产生的磁场在补偿段就是合成磁场,而在有效段也正好和合成磁场重合。外加磁场 II 由  $AZB$  组成,在理想情况下和  $A'Z'B'$  正好垂直,有流体通过时它正好与感生磁场对消。由这两个外加磁场组成的合成外加磁场和有效区合成磁场相差一个相位角  $\theta = \text{tg}^{-1} SR_m$ 。

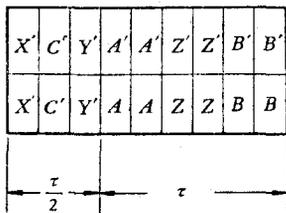


图 17 有隔板,补偿长度为  $\tau/2$  时的绕组分布

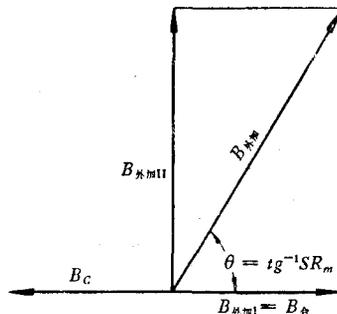


图 18 有隔板,补偿长度为  $\tau/2$  时的磁场相位

我们知道,只要在补偿段有一磁场,其总磁通量时时和  $A, B$  段的总磁通量方向相反而数值相等,即可达到补偿目的。我们还知道,如果在补偿段的流体中适当布置绝缘隔板(理论上其数目趋于无穷大),则流体中产生的感生磁场等于 0,合成磁场即外加磁场。而有效区的外加磁场和合成磁场则相差一个  $\theta$  角(当横向端部效应可忽略时  $\theta = \text{tg}^{-1} SR_m$ )。

下面分析一下补偿为  $\tau/2$  时补偿区的合成磁场场强与有效区合成磁场场强的关系。

设有效区合成磁场为

$$B = B_{\Phi} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x\right) \quad (79)$$

则补偿段需平衡的磁通量为

$$\int_0^{\left(\omega t - \frac{\pi}{\tau}\right) \frac{\tau}{\pi}} B_{\Phi} dx = \int_0^{\left(\omega t - \frac{\pi}{\tau}\right) \frac{\tau}{\pi}} B_{\Phi} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{\tau} x\right) dx = -B_{\Phi} \frac{\tau}{\pi} \cos \omega t \quad (80)$$

补偿段的磁场及磁通量分别为

$$B_C = B_{cm} \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{\tau} x\right) \quad (81)$$

问题是如何简单地得到耦合在同一铁芯内的上下线圈内电流相位相差  $90^\circ$ ，而  $(NI)_{II}/(NI)_I = SR_m$ 。

外加电流相位差为  $90^\circ$ ，意味着上下行波磁场在空间相差半个  $\tau$ ，这从图 19 可以清楚看出。只要按图 19 把上下线圈同相位串联起来，就自然而然可以得到上下两个磁场在空间上相差半个  $\tau$ ，在相位上相差  $90^\circ$ 。由于串联，所以通过的电流为同一值，这样

$$B_{II}/B_I = W_2/W_1 = SR_m.$$

这种补偿方法同时采用补偿磁场和绝缘隔板，因而只适用于能装绝缘隔板的平面泵和圆柱泵。对于不装隔板的最普遍情况 ( $SR_m > 0$ ) 下的补偿问题，其完全补偿的条件和补偿磁场的分布规律，将另文讨论。

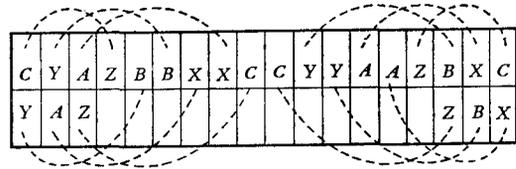
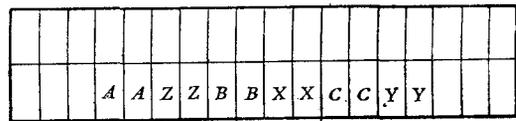


图 19 有隔板, 补偿为  $\tau/2$  时的绕组分布  
 上图  $B_{外加I}$  的绕组分布  
 下图  $B_{外加II}$  和补偿段的绕组分布

#### 四、考虑导电壁面的无补偿直流电磁泵的基本规律

液态金属直流电磁泵,除了极个别的情况(个别介质在低温下工作)可以考虑用非金属材料外,都是采用金属材料作为泵沟材料的。金属壁面和液态金属组成一个并联电路,

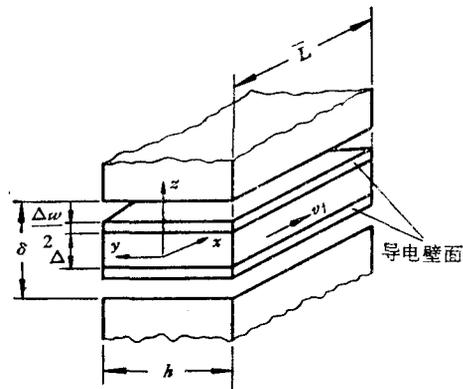


图 20 直流电磁泵示意图

因而有一部分电流流经壁面而产生无用的焦耳热。在电磁泵流量较小的情况下,流经壁面的电流可以占总电流的相当大的比例。这部分电流也通过磁场工作区,因而虽然不产生任何有用功,但却对磁场的畸变产生影响。由于结构上的原因,有时不能做到采用反向电极以补偿磁场的均匀性,因而必须有一套计算公式来考虑这一效应。现在讨论壁面导电时直流电磁泵的基本规律(图 20)。从

$$\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{j} \quad (83)$$

在有铁芯和小气隙的情况下,可以写出

$$-\frac{\partial B_x}{\partial x} = \mu j_y \frac{\Delta}{\delta} + \mu j_w \frac{\Delta_w}{\delta} \quad (83')$$

其中  $j_y$  为流经流体的电流密度,  $j_w$  为流经壁面的电流密度。从  $\mathbf{j} = \sigma(\mathbf{E} + \mathbf{V} \times \mathbf{B})$  可以写出

$$j_y = \sigma(E_y - v_1 B_x) \quad (84)$$

$$j_w = \sigma_w E_y \quad (84')$$

由于壁面和流体是并联的,所以有共同的电场强度  $E_y$ 。合并式 (83'), (84) 和 (84') 后得

$$\frac{\partial^2 B_x}{\partial x^2} = \mu \sigma v_1 \frac{\Delta}{\delta} \frac{\partial B_x}{\partial x} \quad (85)$$

其普遍解的形式为

$$B_z = C_1 + C_2 e^{R_m \frac{x}{L}} \quad (86)$$

其中  $R_m = \mu \sigma v_f L \frac{\Delta}{\delta}$ . 边界条件为[图 21(a)]

当  $x = 0$  时,

$$B_z = B_0 = \frac{\mu(I_{\text{总}} - I_1)}{\delta} + B_{\text{激磁}} \quad (87)$$

当  $x = L$  时,

$$B_z = B_L = \frac{\mu I_2}{\delta} + B_{\text{激磁}} \quad (87')$$

这里  $I_1, I_2$  为进出口的端部电流, 在对称情况下假定  $I_1 = I_2$  是合理的;  $I_{\text{总}}$  为通过有效工作区的总电流, 这包括通过流体和壁面的电流;  $B_{\text{激磁}}$  为通过泵沟的工作电流为零时, 单独用于激磁的电流所产生的在气隙中的场强. 在某种情况下, 如所要求的流体压差不大, 就可以不用单独的激磁电流而直接用通过泵沟的电流来产生所需的场强, 这时

$$B_0 = \frac{\mu(I_{\text{总}} - I_1)}{\delta} \quad (88)$$

$$B_L = \frac{\mu I_2}{\delta} \quad (88')$$

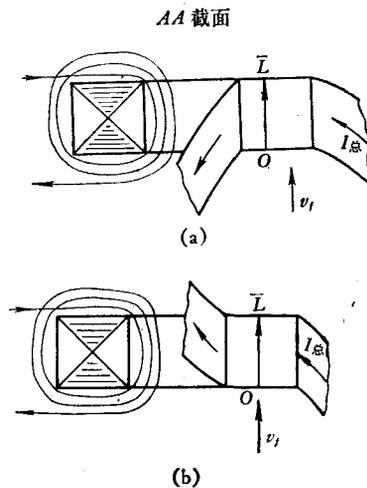
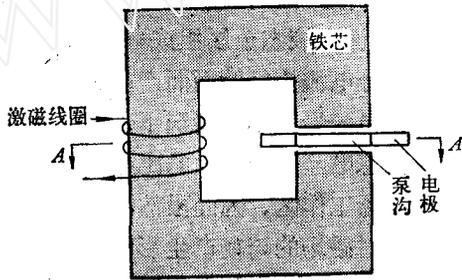


图 21 直流电磁泵电流引线示意图

- (a) 电流引线方向与外界激磁电流方向一致,  
(b) 电流引线方向与外界激磁电流方向相反

另外还需说明一点, 在有外加激磁的情况下, 通过电磁泵电流的引线方向与外界激磁电流方向一致时, 才能有助于提高平均场强, 反之, 则削弱了平均场强. 在后面一种情况[图 21(b)]下有

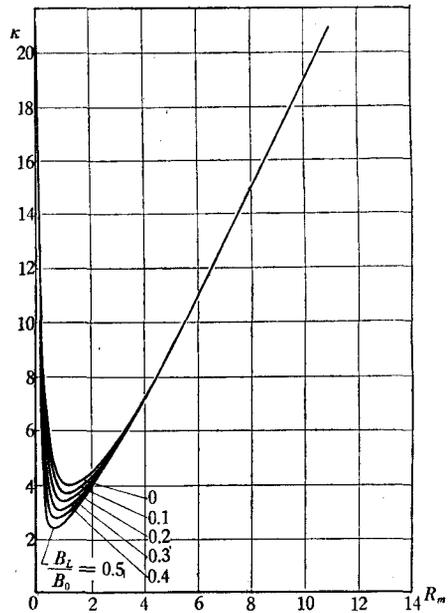


图 22  $\kappa = f(R_m, B_L/B_0)$

$$B_0 = B_{\text{激磁}} - \frac{\mu I_1}{\delta} \quad (89)$$

$$B_L = B_{\text{激磁}} - \frac{\mu(I_{\text{总}} - I_2)}{\delta} \quad (89')$$

显然这是不利的。所以感生磁场方程(83')的积分常数的确定,实质上是由电流引出线的方向确定的。这一问题在磁流体发电情况下也存在。不考虑电流引出线的方向而确定积分常数,往往导致错误的结论。

根据边界条件(87)和(87'),式(86)可写成

$$B_z = B_0 \left[ \frac{\left( e^{R_m} - \frac{B_L}{B_0} \right) - \left( 1 - \frac{B_L}{B_0} \right) e^{R_m \frac{x}{L}}}{e^{R_m} - 1} \right] \quad (90)$$

而从式(83')和(90)可得

$$j_y = \sigma v_j B_0 \left\{ \frac{\left( 1 - \frac{B_L}{B_0} \right) e^{R_m \frac{x}{L}}}{\left( 1 + \frac{\sigma_w}{\sigma} \frac{\Delta w}{\Delta} \right) (e^{R_m} - 1)} - \frac{\frac{\sigma_w}{\sigma} \frac{\Delta w}{\Delta}}{1 + \frac{\sigma_w}{\sigma} \frac{\Delta w}{\Delta}} \left[ \frac{\left( e^{R_m} - \frac{B_L}{B_0} \right) - \left( 1 - \frac{B_L}{B_0} \right) e^{R_m \frac{x}{L}}}{e^{R_m} - 1} \right] \right\} \quad (91)$$

而电场强度

$$E_y = \frac{j_y}{\sigma} + v_j B_z \quad (84'')$$

端电压  $U = E_y \cdot h$ 。根据端电压和进出口的结构形式,可以对原先假定的端部电流  $I_1, I_2$  进行验算,再复算到接近为止。

电磁力在流体中产生的压差为

$$\Delta p = \int_0^L j_y B_z dx = \left( \frac{B_0^2 - B_L^2}{2\mu} \right) \frac{\delta}{\Delta} \frac{1}{1 + \frac{\sigma_w}{\sigma} \frac{\Delta w}{\Delta}} - \frac{B_0^2}{2\mu} \frac{\frac{\sigma_w}{\sigma} \frac{\Delta w}{\Delta}}{1 + \frac{\sigma_w}{\sigma} \frac{\Delta w}{\Delta}} \frac{\delta}{\Delta} \cdot \kappa \quad (92)$$

其中

$$\begin{aligned} \kappa = f\left(R_m, \frac{B_L}{B_0}\right) &= 2R_m \left( \frac{e^{R_m} - \frac{B_L}{B_0}}{e^{R_m} - 1} \right)^2 - \frac{2 \left( e^{R_m} - \frac{B_L}{B_0} \right) \left( 1 - \frac{B_L}{B_0} \right)}{(e^{R_m} - 1)} \\ &+ \frac{\left( 1 - \frac{B_L}{B_0} \right)^2 (e^{2R_m} - 1)}{(e^{R_m} - 1)^2} \quad (\text{见图 22}) \end{aligned}$$

#### 参 考 文 献

- [1] 直线感应电机的磁场及补偿, 日本电气学会志, **90**, 3(1970), 456; **91**, 2(1971), 309; **91**, 11(1971), 2075.
- [2] Weh, H., et al., Induction phenomena in MHD converters with constant and travelling magnetic field, *Energy Conversion*, **9** (1969), 31—38.
- [3] Штурман, Г. И., Индукционные машины с разомкнутым магнитопроводом, *Электричество*, № 10 (1946).
- [4] Elliott, D. G., Performance characteristics of a Single-wavelength liquid metal MHD induction generator with end loss compensation, 8th Symp. on Engineering Aspects of MHD (1967).
- [5] Лиепетер, Я. Я., Жидкометаллические индукционные МГД машины, Зинатне (1969).