

径向收缩的等离子体的运动不稳定性

徐 复

(中国科学院力学研究所)

近几年来,人们详细地研究过等离子体某些运动状态的不稳定性,如 Rayleigh-Taylor 不稳定性和 Kelvin-Helmholtz 不稳定性等等。本文先根据雪锥模型讨论收缩效应的运动不稳定性,其次指出,在径向运动情形下,稳定性不只和加速度有关,而且也和其它因素有关,因此,它并不相当于平面情形的 Rayleigh-Taylor 不稳定性。

1. 收缩效应的运动不稳定性

在雪锥模型里^[1],如果假定在某时刻 t_1 出现径向、周向和轴向的微扰动 $\tilde{r}, \tilde{\theta}, \tilde{z}$, 并以初始时刻 t_0 的位置 θ_0, z_0 以及时刻 t 为自变量,则在假定 $(\tilde{r}, \tilde{\theta}, \tilde{z})$ 的形式为 $(\tilde{r}(t), -i\tilde{\theta}(t), -i\tilde{z}(t))e^{im\theta_0+ikz_0}$ 之后,就可得到线性化的扰动方程(采用高斯单位)为:

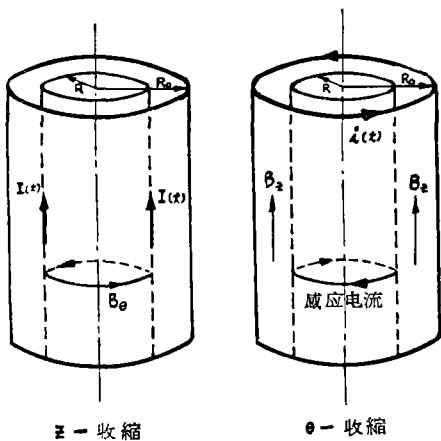
$$\begin{aligned} & \frac{\rho_0}{2} (R_0^2 - R^2) \ddot{\tilde{r}} - 2\rho_0 R \dot{R} \dot{\tilde{r}} - \rho_0 \dot{R}^2 \tilde{r} - \rho_0 R \dot{R}^2 \left(\frac{m}{R} \tilde{r} + k \tilde{z} \right) - \rho_0 \dot{R} \int_{t_1}^t \left[\frac{\partial}{\partial t} (R \dot{\tilde{r}}) + R \dot{R} \left(\frac{m}{R} \tilde{r} + k \tilde{z} \right) \right] dt = \\ & = \begin{cases} -R \cdot \frac{1}{8\pi} \cdot \left[\frac{2I(t)}{CR} \right]^2 \times \left[-\frac{\tilde{r}}{R} - \frac{2m^2}{R} \frac{K_m(kR)}{kR K'_m(kR)} \cdot \tilde{r} + \frac{m}{R} \tilde{r} + k \tilde{z} \right], & z\text{-收缩,} \\ -R \cdot \frac{1}{8\pi} \cdot \left[\frac{4\pi i(t)}{C} \right]^2 \times \left[\frac{\tilde{r}}{R} - \frac{2kK_m(kR)}{K'_m(kR)} \cdot \tilde{r} + \frac{m}{R} \tilde{r} + k \tilde{z} \right], & \theta\text{-收缩,} \end{cases} \\ & \frac{\rho_0}{2} (R_0^2 - R^2) \ddot{\tilde{r}} - \rho_0 R \dot{R} \dot{\tilde{r}} = \begin{cases} -R \cdot \frac{1}{8\pi} \left[\frac{2I(t)}{CR} \right]^2 \left(\frac{m}{R} \tilde{r} + \frac{\tilde{r}}{R} \right), & z\text{-收缩,} \\ -R \cdot \frac{1}{8\pi} \left[\frac{4\pi i(t)}{C} \right]^2 \left(\frac{m}{R} \tilde{r} + \frac{\tilde{r}}{R} \right), & \theta\text{-收缩,} \end{cases} \\ & \frac{\rho_0}{2} (R_0^2 - R^2) \ddot{\tilde{z}} - \rho_0 R \dot{R} \dot{\tilde{z}} = \begin{cases} -R \cdot \frac{1}{8\pi} \left[\frac{2I(t)}{CR} \right]^2 (k\tilde{r}), & z\text{-收缩,} \\ -R \cdot \frac{1}{8\pi} \left[\frac{4\pi i(t)}{C} \right]^2 (k\tilde{r}), & \theta\text{-收缩.} \end{cases} \end{aligned} \quad (1)$$

其中收缩半径 $R(t)$ 由

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dt} \left[\frac{\rho_0}{2} (R_0^2 - R^2) \frac{dR}{dt} \right] = \\ & = \begin{cases} -\frac{R}{8\pi} \left[\frac{2I(t)}{CR} \right]^2, & z\text{-收缩} \\ -\frac{R}{8\pi} \left[\frac{4\pi i(t)}{C} \right]^2, & \theta\text{-收缩} \end{cases} \end{aligned} \quad (2)$$

所确定,电流强度 $I(t)$ 和面电流密度 $i(t)$ 分别由电路方程给出, C 是光速, K_m 是虚变量的 Hankel 函数, 和 $\tilde{r} = R\tilde{\theta}$ 。我们运用有限时间稳定性理论来讨

论不稳定性问题。根据 Зыбов 的稳定性定义^[2], 可以证明,对于线性系统,在时刻 t_1 不稳定的充分条件仍然是微分方程组在 t_1 的特征方程至少有一个带正实部的根。把这个结果应用于方程组(1)时,我们假定 $t_1 > t_0$, 其次,如果不需要知道稳定时间的长短,而只要判断时刻 t_1 的扰动是否稳定,则可略去(1)中带积分的项。这样,我们得到的结论是:不论是 z -收缩还是 θ -收缩,在任何时刻发生的扰动都是不稳定的。此外,对于 z -收缩,如果



R_0 : 放电管半径 R : 等离子体壳半径

在 $r = R_0$ 置一完全导体壁, 在等离子体内 $r < R$ 有一轴向磁场, 并假定在收缩过程中轴向磁场的磁通量守恒^[1], 则可导出一新的扰动方程。运用有限时间稳定性理论, 我们得到的结论是: 导体壁和轴向稳定磁场并不能使运动不稳定性消除。

2. 运动不稳定性和 Rayleigh-Taylor 不稳定性

大家知道, 重流体位于轻流体之上的平衡位形是不稳定的, 这就是 Rayleigh-Taylor 不稳定性。小密度流体推动大密度流体作加速运动, 在运动坐标系中相当于重流体位于轻流体之上, 所以也是不稳定的。但是, 这些结果只在平面情形下得到证明。磁场驱动等离子体作径向运动的情形, 稳定性条件就不一定只取决于加速度的方向。我们以 Jarem 和 Watson^[3] 给出的任意径向运动为例。当驱动磁场为轴向时, 他们得到的扰动方程是:

$$\ddot{r} + \frac{\dot{R}}{R} \left(\frac{\phi'_m k R}{\phi_m} + 1 \right) \dot{r} + \left[\frac{\ddot{R}}{R} \left(1 + \frac{k R}{\phi_m} \right) + \frac{\dot{R}^2}{R^2} \left(\frac{\phi'_m k R}{\phi_m} - 1 \right) - k^2 a^2 \frac{\phi_m}{\phi'_m} \right] r = 0, \quad (3)$$

其中 $R(t)$ 是任意函数, $\phi_m = \frac{l_m(kR)}{l'_m(kR)}$, $\phi'_m = \frac{K_m(kR)}{K'_m(kR)}$,

$a^2 = \frac{1}{\rho_0} \frac{B_0^2}{8\pi}$, l_m 是虚变量的 Bessel 函数。运用上述的有限时间稳定性理论可以看出, 不稳定的充分条件是在时刻 t_1 , 方程(3)里的 \ddot{r} 和 \dot{r} 的系数之中有一个为负。根据 ϕ_m 的性质可以作出结论: 在 kR 相当大的范围内, 只要 $\dot{R} < 0$ 不管 \ddot{R} 如何, 运动就是不稳定的。因此, Jarem 和 Watson 把这种不稳定性仍称之为 Rayleigh-Taylor 不稳定性, 是不恰当的。事实上, 它应当属于一般的运动不稳定性。在某些实验里, 观察到 $\dot{R} > 0$ 的区域内扰动仍然增长^[4], 也是不能用 Rayleigh-Taylor 不稳定性来解释的。

志谢: 本文是在郭永怀教授的直接指导下完成的, 谨向他表示诚挚的谢意。参加这一工作的还有徐硕昌同志。

- [1] Glasstone S. and Lovberg R. H., Controlled Thermonuclear Reactions, D. Van Nostrand Comp. Inc., Chap. 7, 1960.
- [2] Зубов В. И., Bull. Instit. Polytechn. IASI, No. 1-2, 69-74 (1958).
- [3] Jarem J. and Watson M., Proc. 5th. Inter Conf. Ionization Phenomena in Gases, North-Holland Publishing Comp., 2299-2309, 1962.
- [4] Curzon F. L. et al., Proc. Roy. Soc., A. 257, 386-401 (1960).

辐照高聚物的热释光

I. γ -辐照聚乙烯的释光峰与其活化能的测定

杨文襄 钱关英 赖光赐 钱保功

(中国科学院应用化学研究所)

某些物质在低温下受高能射线辐照后, 当逐渐加热到不同的温度时, 能释出不同强度的光, 在比

较复杂的情况下, 甚至发光的光谱组成也会随着变化, 这种现象称为热释光现象。一般认为, 这是由