

对“双曲抛物面壳的有矩计算”¹⁾一文的讨论*

胡 海 昌

(中国科学院力学研究所)

读了北京大学数学力学系 56 级薄壳组所写的论文：“双曲抛物面壳的有矩计算”之后，对论文中的具体内容有下列不同的看法，今提出来请大家讨论：

1. 原文第 108 页列出了应力与应变的关系式：

$$N^{\alpha\beta} = D a^{\alpha\nu} a^{\beta\rho} \varphi_{\nu\rho}, \quad (\text{A})$$

$$\varphi_{\nu\rho} = \frac{1}{2} (\nabla_{\nu} u_{\rho} + \nabla_{\rho} u_{\nu}) - b_{\nu\rho} \omega. \quad (\text{B})$$

接着便应用其中的两个

$$N^{11} = D \frac{(1 + c^2 x^2)^2}{a^2} \frac{\partial u_1}{\partial x}, \quad N^{22} = D \frac{(1 + c^2 y^2)^2}{a^2} \frac{\partial u_2}{\partial y}. \quad (2.14)$$

[由在 (A), (B) 两式中设 $\alpha = \beta = 1$ 及 $\alpha = \beta = 2$ ，并加简化而得到。] 而导出公式 (2.15)。我们发现，公式 (2.15) 与剩下的一个应力应变关系

$$N^{12} = D a^{1\nu} a^{2\rho} \varphi_{\nu\rho}$$

不符合(假定 c 很小而忽略 c 时也不符合)。因此论文中求得的解答的近似性质，不仅在于用了伽辽金变分法代替了原来的两个微分方程，还在于不满足薄膜剪力 N^{12} 与中面应变 $\varphi_{\nu\rho}$ 的关系。关于用伽辽金变分法代替原来的微分方程，在有些问题中已作过研究，因此多少有些可靠，而不满足一个方程(在变分法中又不再考虑)而引起的误差则不清楚。因此原文结果的可靠性还需要作进一步的研究。

2. 论文中不只一次地提到 c 是一个小量，我们基本上同意这种看法。但是怎样利用这个性质来简化计算，还值得研究。原文第 109 页以 c 很小为理由而导出公式 (2.14)。这也就是说在中面应变 φ_{11} , φ_{22} 中忽略了挠度 ω 的影响。如果同样地在 φ_{12} 中忽略掉 ω 的影响，则有

$$\varphi_{\nu\rho} = \frac{1}{2} (\nabla_{\nu} u_{\rho} + \nabla_{\rho} u_{\nu}). \quad (\text{C})$$

由此式出发，再利用 (A) 和原文公式 (2.6)，便可得到

$$\frac{1}{D} \Delta \Delta \Phi = 0, \quad (\text{D})$$

而不得到原来的方程 (2.2)。根据方程 (D) 和边界条件 (2.7) — (2.10) 中有关 u_1 , u_2 , N^{11} , N^{12} , N^{22} 的条件便可证明 $\Phi = 0$ 。这样所有的薄膜力都等于零。这显然与实际情况不符合。因为工程上所以要用壳而不用平板，就是希望产生薄膜力。由此可知在公式 (B) 中不能忽略 $b_{\nu\rho} \omega$ 这一项。它的解释是 c 固然很小，但是 ω 却比 u_1 , u_2 大得多，因此 $b_{\nu\rho} \omega$ 与前两项相比并未小到可忽略的程度。

1) 原载于本学报 11 卷 2 期，105—119 页。

* 1961 年 9 月 2 日收到。