

双層土河間地块中潛水的流动公式

中国科学院力学研究所 刘 慈 群

均質土潛水的流动公式，卡明斯基已經討論过了，本文所討論的是在非均質土情况下的潛水流动情况。即認為河間地块是由双层土所組成，例如上层为亚砂土，下层为砂土。这种情况在自然界中会經常遇見。現在假定：

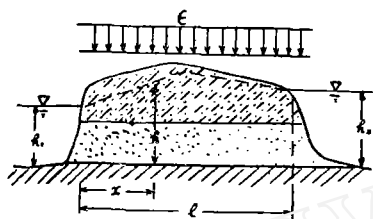


图1

岸較陡。

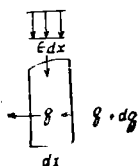


图2

此外还考虑了有大气降水的渗入。上述水文地质条件如图1所示：

在潛水流河間地块取一单元体，如图2，以流进的流量为正，流出的为負，則水流連續性方程为：

$$e \cdot dx + (q + dq) - q = 0$$

$$e \cdot dx + dq = 0 \quad (1)$$

式中： $e \cdot dx$ ——在 dx 段內渗入量；

q ——通过 x 断面的流量；

$q + dq$ ——通过 $x + dx$ 断面的流量。

一般潛水流动的坡度很小，因此可以忽略鉛直方向的渗流速度，即可以将两层分别进行流量計算。根据达尔西定律及題設条件，可得通过任意断面的单位流量为：

$$q = k_1 M \frac{dh}{dx} + k_2 (h - M) \frac{dh}{dx} \quad (2)$$

式中： k_1 ——下层土的渗透系数；

M ——下层土的厚度；

k_2 ——上层土的渗透系数；

h ——从隔水底板算起的水头。

由于距离的变化所引起的流量变化为〔微分(2)式〕：

$$dq = \frac{d}{dx} \left[k_1 M \frac{dh}{dx} + k_2 (h - M) \frac{dh}{dx} \right] dx$$

1. 双层土的分界面是水平的；

2. 隔水底板亦是水平的；

3. 水池边

$$= \frac{d^2}{dx^2} \left[(k_1 - k_2) M h + k_2 \frac{h^2}{2} \right] dx \quad (3)$$

将(3)式代入連續性方程(1)中得：

$$e + \frac{d^2}{dx^2} \left[(k_1 - k_2) \cdot M \cdot h + k_2 \frac{h^2}{2} \right] = 0 \quad (4)$$

上式为简单的二次綫性微分方程式，連續积分上式即得：

$$k_2 \frac{h^2}{2} + (k_1 - k_2) \cdot M \cdot h + \frac{1}{2} e x^2 + e_1 x + e_2 = 0 \quad (5)$$

式中 e_1, e_2 为积分常数。根据边界条件确定，例如：

当 $x=0$ 时， $h=h_1$ ； $x=l$ 时， $h=h_2$ ，代入(5)式可分别求得 e_1, e_2 即

$$k_2 \frac{h_1^2}{2} + (k_1 - k_2) \cdot M \cdot h_1 + e_2 = 0$$

$$k_2 \frac{h_2^2}{2} + (k_1 - k_2) \cdot M \cdot h_2 + \frac{1}{2} e l^2 + e_1 l + e_2 = 0$$

联立以上二式求解：

$$e_2 = - \left[k_2 \frac{h_1^2}{2} + (k_1 - k_2) \cdot M \cdot h_1 \right] \quad (6)$$

$$e_1 = - \left[k_2 \frac{h_2^2 - h_1^2}{2l} + (k_1 - k_2) \cdot M \cdot (h_2 - h_1) / l + \frac{1}{2} e l \right] \quad (7)$$

現在求分水点的位置 x_M ，即求最高点的位置。

微分(5)式，使 $\frac{dh}{dx} = 0$ ，即可求得：

$$\frac{dh}{dx} = \frac{e x + e_1}{k_2 h + (k_1 - k_2) M} = 0$$

从上式得分水岭的位置为：

$$x_M = - \frac{e_1}{e} = \frac{1}{2} l + k_2 \frac{h_2^2 - h_1^2}{2 \cdot e \cdot l} + (k_1 - k_2) M \frac{h_2 - h_1}{e \cdot l} \quad (8)$$

当 $k_1 = k_2 = k$ 时，即当均質土的情况时，則(5)式、(8)式就簡化为已知的卡明斯基公式：

$$k \frac{h^2}{2} + \frac{1}{2} e \cdot x^2 + e_1 x + e_2 = 0 \quad (5')$$

$$e_1 = - \left[k \frac{h_2^2 - h_1^2}{2l} + \frac{1}{2} e l \right] \quad (7')$$

$$e_2 = - k \frac{h_1^2}{2} \quad (6')$$

$$x_M = \frac{1}{2} l + k \frac{h_2^2 - h_1^2}{2el} \quad (8')$$

比較(8)式和(8')式,可知:

I. 当 $h_2 > h_1$ 时:

若 $k_1 > k_2$, 则分水点比渗透系数值为 k_2 的均質土的情况向右移动; 若 $k_1 < k_2$, 则分水点渗透系数值为 k_2 的均質土的情况向左移动。

II. 当 $h_1 > h_2$ 时:

若 $k_1 > k_2$, 则分水点比渗透系数值为 k_2 的均質土的情况向左移动; 若 $k_1 < k_2$, 则分水点比渗透系数值为 k_2 的均質土情况向右移动。

即情形 I 和情形 II 恰好相反。其向左右移动量为

$$\left| (k_1 - k_2) M \frac{h_2 - h_1}{el} \right|, \text{即移动量与双层土渗透}$$

系数之差, 两河水位差和下层含水层厚度成正比, 与单位渗入量和河間地块宽度成反比。

积分(1)式, 即得流經任一断面的流量为:

$$\begin{aligned} q &= -(e_1 x + e_2) \\ &= \left[k_2 \frac{h_2^2 - h_1^2}{2l} + (k_1 - k_2) M \frac{h_2 - h_1}{l} \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} e (l - 2x) \right] \quad (9) \end{aligned}$$

从 $q = -(e_1 x + e_2)$ 可以看出分水点处流量为零。令 $x = 0$, 得流入左边水池的流量:

$$\begin{aligned} q_0 &= k_2 \cdot \frac{h_2^2 - h_1^2}{2l} + \frac{1}{2} e l \\ &\quad + (k_1 - k_2) M \frac{h_2 - h_1}{l} \quad (10) \end{aligned}$$

令 $x = l$, 得流入右边水池的流量:

$$\begin{aligned} q_1 &= k_2 \cdot \frac{h_2^2 - h_1^2}{2l} - \frac{1}{2} e \cdot l \\ &\quad + (k_1 - k_2) M \frac{h_2 - h_1}{l} \quad (11) \end{aligned}$$

在均質土的情况下, 则(9), (10), (11)简化为已知的卡明斯基公式:

$$q = k \frac{h_2^2 - h_1^2}{2l} + \frac{1}{2} e (l - 2x), \quad (9')$$

$$q_0 = k \frac{h_2^2 - h_1^2}{2l} + \frac{1}{2} e l \quad (10')$$

$$q_e = k \frac{h_2^2 - h_1^2}{2l} - \frac{1}{2} e l \quad (11')$$

比較(9)式和(9')式知: 由于土层的非均質性, 其流量的增减以 $\left| (k_1 - k_2) M \frac{h_2 - h_1}{l} \right|$ 来估算。

最后当两河水位相等时, 即 $h_1 = h_2$ 时, 则双层土的公式与均質土的公式亦将全同, 这是由于我們忽略了鉛直方向的滲流速度, 而把下层潛水流动, 当作承压水流动处理的緣故。

征 求 照 片 启 事

編委会决定加强收集和有计划刊載有关水文地質工程地質方面的各种照片, 同时准备出版一册水文地質工程地質照片集, 希望大家踊跃投稿, 将你或你单位所攝有关下列方面的照片复印一份寄我們。

1. 各种物理地質現象、构造、地形地貌景观 (从水文地質工程地質观点出发);
2. 各种勘探工作、試驗工作的实际操作情况和技术革新;
3. 現場會議和专业會議实况, 大跃进以来群众大搞水文地質工程地質工作的实况;
4. 水文地質工程地質工作在生产、研究教学及生活等各方面的活动。

投寄的照片須附有較詳細的說明及投稿人或单位的名称和詳細地址, 并說明是否退稿。来稿經采用后付予相应的稿酬, 同时送該期刊物一份。

地質部举办矿区水文地質干部进修班

为了进一步提高矿区水文地質干部的理论水平, 系統地掌握一套矿区水文地質工作方法, 更好地推动和指导矿区水文地質工作, 保証地質工作中心任务的完成, 地質部决定在宣化举办矿区水文地質干部进修班。参加进修的人員主要来自各省、市、自治区地質局生产崗位, 一般都具有一定的实际工作经验。开学前的准备工作已就緒, 定于三月十五日正式开课。进修期間将邀請苏联专家及有关同志作专题报告。(絀)