

## Levitation 现象研究进展\*

傅源方

(中国科学院力学研究所, 北京 100080)

**摘 要:** 漂浮 (Levitation) 现象可以定义为这样一种稳定情况, 即在垂直振荡流体中颗粒的重力被完全抵消而仅在某一固定位置附近做振荡运动。作者分析了国内外研究现状, 综述了以往学者对该现象进行的实验研究、理论分析以及数值模拟等工作。通过对 Levitation 现象研究文献的综述, 总结了以往学者的一些研究成果, 分析了他们所开展的研究之间的共性和分歧, 在此基础上提出了目前对 Levitation 现象研究需解决的问题并对 Levitation 现象今后研究需要进一步解决的问题做了探讨。

**关键词:** Levitation; 振荡流体; 颗粒运动; 延时; 漂浮

**中图分类号:** TQ 051.1      **文献标识码:** A      **文章编号:** 1008-0511(2007)02-0042-06

颗粒在振荡流体中的受力分析是研究颗粒运动的基础, 随着实验技术的提高和分析手段的进步, 以及流态化技术的发展, 工业部门对非经典流化床的应用日益增加, 快速流化床、浅流化床和跳汰流化床等都得到了广泛的研究和不同程度的应用。振动技术的应用给化工工业带来了许多有益的作用, 在液液萃取上通常都要用到振荡或震动设备, 振荡技术的应用可以大幅度提高质量传递效率, 气泡、液滴和固体颗粒在做振荡运动的连续相中运动能显著提高两相系统质量或热量的传递效率。要更好的应用振荡技术则对于漂浮现象的研究就是其中需要研究的重要问题之一。

漂浮 (Levitation) 现象可以定义为这样一种稳定情况, 即在垂直振荡的流体中颗粒的重力被完全抵消而仅在某一固定位置附近做振荡运动<sup>[1]</sup>。有关 Levitation 现象的研究可以追溯到 1963、1964 年 Houghton<sup>[2~7]</sup> 的工作。经过近半世纪的研究, 人们对 Levitation 现象的研究取得了一些成果, 但同时也存在着许多分歧。作者在总结前人有关 levitation 现象的研究成果, 并分析了他们研究成果之间存在的分歧, 在此基础上探讨了有关该研究今后需要解决的问题。

## 1 国内外研究进展

## 1.1 理论研究

自从 20 世纪 60 年代以来, 在世界范围内有许多研究者对 Levitation 现象开展过理论或实验研究。主要有以下研究者及其团队: 美国匹兹堡大学 Houghton 以及他的合作者们; 英国剑桥大学 Jameson and Davidson 以及他们所带领的科研团队; 美国科罗拉多大学的 Carley 和亚历山大大学的 Al-taweel 以及他们的研究团队; 保加利亚科学院普通化学和无机化学研究所的 Boyadzhiev; 德国的 Schöneborn; 澳大利亚的 Herringe 等; 在国内开展过以上研究工作的主要集中在中国科学院过程工程研究所郭慕孙院士及其所带的研究团队。

有关 Levitation 现象的理论分析, 最早可以追溯到 1908 年 Langevin 提出的描述非稳态流动情况下颗粒受力的平衡方程即非线性 Langevin 方程, 虽然后来 Tchen<sup>[8]</sup> 对方程做了一些改进, 但方程的一般表达式仍然是以下形式:

$$F = F_D + F_E + F_P + F_A + F_B$$

方程中各项分别为:

$$F = \frac{1}{6} d^3 \rho \frac{du_p}{dt}$$

$$F_D = C_D \frac{1}{8} d^2 \rho_f (u_f - u_p) |u_f - u_p|$$

$$F_E = \frac{1}{6} d^3 \rho_p g$$

收稿日期: 2006-12-28

作者简介: 傅源方 (1975 -), 男, 浙江丽水人, 讲师, 博士研究生, 主要从事流体力学方面的研究。

\* 基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (20376083); 中国科学院过程工程研究所多相反应开放实验室资助项目。

$$F_p = - \frac{d^3}{6} \frac{\partial p}{\partial x}$$

$$F_A = C_A \frac{d^3}{6} \left[ \frac{du_f}{dt} - \frac{du_p}{dt} \right]$$

$$F_B = C_H \frac{d^2}{4} \sqrt{\mu} \int_0^t \frac{du_f/dt - du_p/dt}{\sqrt{t-t'}} dt$$

Odar 等<sup>[9,10]</sup> 提出了描述颗粒在静止流体中做任意加速直线运动所受力的平衡方程:

$$-F = \frac{1}{8} C_D d^2 \rho_p |u_p| u_p + C_A \left( -\frac{1}{6} d^3 \right) \rho_p a + C_H \frac{d^2}{4} (\mu)^{\frac{1}{2}} \int_0^t \frac{a(t')}{(t-t')^{1/2}} dt$$

其中:  $C_A = 1.05 - \frac{0.066}{Ac^2 + 0.12}$ ;

$$C_H = 2.88 + \frac{3.12}{(Ac + 1)^3}$$

$$Ac = \frac{u_p^2}{ad}$$

Houghton<sup>[11,12]</sup> 研究了液体在垂直方向做正弦振荡时,自由球形颗粒在其中的运动情况,并用一个非线性 Langevin 方程描述颗粒的运动。通过从描述颗粒流体相互作用的非线性 Langevin 方程导出的 Mathieu 方程 Floquet 解的渐进形式,演绎出了用于描述颗粒在垂直振荡流体中运动最终速度的解析表达式。理论证明了在重力场中运动的颗粒在流场垂直振荡和颗粒和流体之间相互作用是在非线性条件下,颗粒的沉降能被延迟。尤其是在颗粒所受阻力正比于颗粒与流体介质相对速度的平方

$$(\rho_p + \rho_f) V_p \frac{du_p}{dt} + \frac{1}{8} \rho_p d^2 C_D |u_p - u_f|^n \operatorname{sgn}(u_p - u_f) - (\rho_f - \rho_p) V_p g - (1+x) \rho_f V_p \frac{du_f}{dt} = 0$$

其中研究采用的振荡流体速度为:  $u_f(t) = A \sin t$ , 得出的结论是振荡运动流体对球形颗粒的沉降能起到延时的作用。

Boyadzhiev<sup>[14]</sup> 在忽略 Basset 力的情况下提出了描述球形颗粒在垂直振荡流体中运动的平衡方程。

$$\frac{du_p}{dt} = \frac{1.5}{+0.5} \frac{du_f}{dt} - \frac{1}{+0.5} g - \frac{3C_D}{4d(+0.5)} (u_p - u_f)^2 \operatorname{sgn}(u_p - u_f)$$

其中:  $\rho = \frac{\rho_p}{\rho_f}, C_D = \begin{cases} 24/Re & \text{for } Re < 1 \\ f(Re) & \text{for } 1 < Re < 10^3 \\ 0.5 & \text{for } Re > 10^3 \end{cases}$

时,此时描述颗粒在正弦振荡流场中力平衡方程可以用以下 Langevin 无量纲方程表示:

$$\frac{dw}{d} + a^{\frac{1}{2}} w^2 \operatorname{sgn} w - (\pm a^{\frac{1}{2}}) - (\pm a^{\frac{1}{2}}) 2q \cos 2 = 0$$

$$\operatorname{sgn} w = \begin{cases} +1, w > 0 \\ -1, w < 0 \end{cases}; w = \frac{(u_p - u_f)}{w_f}$$

$$u_f(t) = A \sin t; d = t/2;$$

$$a = \frac{1}{2} \rho_p d^2 C_D g / \rho_f - \rho_p / V_p (\rho_p + \rho_f)^2 d^2;$$

$$q = \frac{1}{4} \rho_p d^2 C_D A / \rho_f - \rho_p / V_p (\rho_p + \rho_f)^2$$

令  $w = \frac{1}{(\pm a^{\frac{1}{2}})} \frac{d}{d}$

通过变换可将方程转化为 Mathieu 方程:

$$\frac{d^2}{d^2} + (a - 2q \cos 2) = 0$$

对 Mathieu 方程的分析得出:当流体密度、粘度和振幅以及固体颗粒的密度、粒径等参数在一定范围内时方程有解,从而说明密度大于液体密度的颗粒可以漂浮在液体中而不致沉到液柱底部,而密度小于液体的颗粒或气泡不致漂到液柱顶部。即他的研究指出在一定条件下漂浮现象是可以发生的。Tunstall 等<sup>[13]</sup> 利用以下模型研究了振荡流体对于球形颗粒沉降的延迟效应并与实验进行了对比。

$$Re = \frac{|u_p - u_f| d_f}{\mu}$$

Boyadzhiev 的研究指出以往的研究者都是假设流体是做正弦振荡运动,他们的理论和实验都表明颗粒在做正弦振荡的流体介质中的运动(沉降或上升)都会产生延迟效应。而他假设了流体介质的运动不是对称的正弦运动,而是做非对称的周期性运动。他认为颗粒所产生的延迟效应是由于颗粒相对于流体介质的相对速度的变化所引起的,所以对于非对称振荡介质中运动的颗粒可能达到准静止状态,即只在某一位置做有限振幅的振荡运动。换句话说,颗粒的漂浮现象在一定振幅和频率且做非对称运动的流体介质中是可以实现的。通过大量求解以上方程,得

出不同颗粒和密度的颗粒在振荡流体中的运动情况,并给出了典型的例子(见图1)。图1中横坐标是流体介质运动的振幅,纵坐标是延迟系数  $s/s_0$  (颗粒在振荡流体中每个周期运动的距离与相同颗粒在静止的相同流体介质中相同时间内运动的距离之比)。图1显示的是钢丸( $\rho_p = 8 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ , 粘度  $\mu = 0.01 \text{ N/ms}$ ) 在振荡运动的水(密度  $\rho_f = 1 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ , 粘度  $\mu = 0.01 \text{ N/ms}$ ) 中的运动情况。所用振荡频率为  $f = 25 \text{ Hz}$ , 图1曲线A对应的振荡流体介质的运动规律是正弦运动,即  $|u_f|_+ = |u_f|_-$  的对称运动,曲线B对应的振荡流体的运动规律是  $|u_f|_+ < |u_f|_-$  的非对称运动,曲线C对应的振荡流体的运动规律是  $|u_f|_+ > |u_f|_-$  的非对称运动,其中  $|u_f|_+$  是流体一个周期内正向运动速度平均值的绝对值,而  $|u_f|_-$  是流体在一个周期内负向运动速度平均值的绝对值(以重力方向为负方向)。他的研究给出颗粒在做正弦振荡的流体介质中运动只能被延迟(见图1曲线A),而不能发生漂浮,但在非对称而且流体负向平均速度绝对值小于正向平均速度绝对值以及合适的振幅条件下漂浮现象是可以发生的(见图1曲线C)。Boyadzhiev认为虽然以上方程为了简化其中的一些参数是应用了流体在静止条件下的表达式,另外方程还忽略了Basset力,但这并不会引起方程对该问题描述本质的变化,即漂浮现象是可以发生的,同时也指出 Tunstall 等的实验结果也证明了这些简化和近似不会引起问题描述质的变化。

Bailey<sup>[15]</sup> 引入了准稳态假设,即在周期性流动的每一瞬时,振荡流体介质的流场等效于在相同流速下的稳态流场。在准稳态假设的条件下从以下颗粒在振荡运动流体介质中运动的动量守恒方程出发,利用时均方法分析了颗粒的运动情况。

$$(\rho_p + x \rho_f) V_p \frac{du_p(t)}{dt} = (\rho_f - \rho_p) V_p g + (1 + x) \rho_f V_p \frac{du_f(t)}{dt} + \frac{d^2 \rho_f}{8} f [u_f(t) - u_p(t)] + F_B(t)$$

其中定义  $f(y) = y/|y| C_D(|y|)$ 。分析结果表明颗粒的沉降速度是可以被改变的,即在振荡流体介质中运动的颗粒沉降速度相对于静止流体中的沉降速度是可以被增加或者被减小,前提是满足颗粒是运动在时均非零的周期性运动的流体介质中。另外 Bailey 还认为流体介质的非稳态动力学

效应  $[F_B(t) = 0]$  不会降低准稳态条件下颗粒所受的平均阻力。

Herringe<sup>[16]</sup> 在 Tchen 提出的模型基础上,对其中的一些力的本构关系提出了不同的表达式或经验系数,利用数值方法求解了方程,并与在振动台上所得的实验结果进行了对比。研究指出颗粒在加速瞬间所受到的瞬时阻力要小于其在稳态流动中的值,但如果在颗粒的运动过程中引起了旋涡的脱落,则阻力会高于稳态流动中的阻力,并且讨论了衡量旋涡是否脱落的标准。

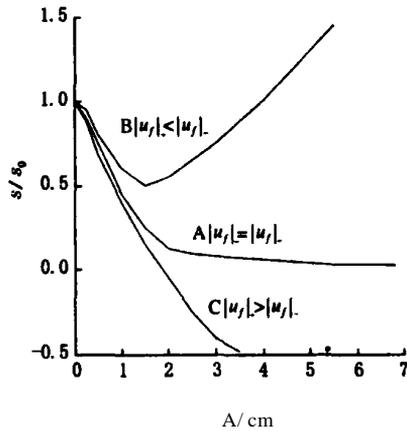


图1 钢丸在做振荡运动水中的运动典型实例

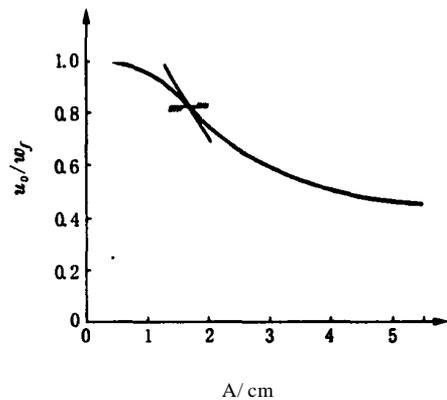


图2 准稳态条件理论的和实验的数据比较

Schöneborn<sup>[17]</sup> 研究指出,颗粒在垂直方向做简谐运动的流体介质中的平均沉降速度要小于其在静止流体中的沉降速度。如果流体介质的运动是对称的简谐运动,则颗粒不可能逆重力方向上升,也就是说延迟效应仅仅限制在  $0 < u_0/w_f \leq 1$ 。Schöneborn 用直径  $d = 1 \text{ mm}$ , 密度  $\rho_p = 7.72 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$  的钢丸分别做了单颗粒的理论计算和振动台上的实验研究,并给出了理论计算和实验结果的比较(见图2)。其中流体介质水是按  $u_f = A \cdot \cos t$  规律运动,运动频率为  $f = 5.2 \text{ Hz}$ 。他还讨论了漩涡脱落对颗粒在振荡流动

中的运动的影响,他认为对于粒径较小的颗粒 ( $d < 2 \text{ mm}$ ) 漩涡脱落对其沉降速度的影响不大,但是对于稍大颗粒 ( $d > 2 \text{ mm}$ ) 漩涡脱落对颗粒的沉降速度起决定性作用,如果流场运动频率足够大,以至于大于漩涡的自然脱落频率的话将会抑止漩涡的脱落,在这样条件小可以不考虑漩涡脱落而利用准稳态来求解颗粒的沉降速度。梁百申<sup>[18]</sup>在前人的基础上提出了描述颗粒在运动流体中运动的简单模型。

$$\frac{1}{6} d^3 \rho_p \frac{du_p}{dt} = - C_D \frac{1}{6} d^2 \rho_f |u_p - u_f| - \frac{1}{6} d^3 \rho_p \frac{du_p}{dt} = - C_D \frac{1}{8} d^2 \rho_f |u_p - u_f| (u_p - u_f) - \frac{1}{6} d^3 (\rho_p - \rho_f) g + \frac{1}{6} d^3 \rho_f \left\{ \left[ \frac{du_f}{dt} - \frac{du_p}{dt} \right] u_x + \frac{du_p}{dt} + [(u_f - u_p) u_x + u_p] (u_f - u_p) \frac{du_x}{dx} - v (u_f - u_p) \frac{d^2 u_x}{dx^2} \right\}$$

在以上研究者的结论中,所有的研究者都认为颗粒在做振荡运动的流体介质中运动,颗粒的沉降可以被延迟,只有在流体介质的运动是非对称的情况下颗粒有可能实现漂浮,但个别的研究者认为在对称情况下也可能实现漂浮。

## 1.2 实验研究

国内外有关开展液-固体系中 Levitation 现象实验研究的主要有以下两种情况:一是实验在一段密封容器内进行,实验用流体和颗粒都已经封装在容器内,而密封容器与振动底座固连,通过振动底座的运动来实现密封容器内颗粒和流体的运动,记录容器内的颗粒运动情况从而得到实验结果。(主要有以下学者以及他们的合作者:Brush 等<sup>[21]</sup>; Feinman 等<sup>[22]</sup>; Field<sup>[23]</sup>; El-Tawil<sup>[24]</sup>; Tunstall 等; Schöneborn; Heringe 等)。二是垂直实验段自身是固定,而实验段里的流体在一定机构的驱动下做振荡运动。(主要有以下学者以及他们所在的科研团队: Baird 等<sup>[25]</sup>; Al-taweel 等<sup>[26-28]</sup>; 梁百申等; Y. Deng 等)

Brush 等分别用了直径为 0.1 ~ 0.12 cm 聚苯乙烯、石英、钢丸等不同性质的颗粒在振动台上和静止的水中做了一系列的实验,结果表明两者测得颗粒运动所受的阻力系数是一致的。而随后 Baird 等用粒径在 0.32 ~ 1.27 cm 的尼龙和丙烯酸树脂颗粒进行了类似的实验,得出在振荡流体中运动的颗粒所受的阻力系数要大于在静止流体中运动时的阻力系数。

Feinman 等用电动机带动充满水的容器在垂直方向做简谐运动,研究其中玻璃、蓝宝石、铝颗

$\frac{1}{6} d^3 (\rho_p - \rho_f) g$ , 并设其中的系数  $C_D = 0.3$ 。

Y. Deng 等<sup>[19,20]</sup>对颗粒在运动流体中的运动提出了以下假设:(1)流体的流动近似于稳态流动;(2)颗粒符合质量对颗粒运动的影响可以忽略不计;(3)压力梯度可以简化为:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \rho_f \left[ \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} - v \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right]$$

在以上假设的基础上得到一个含有 3 个待定参数

$\left( u_x, \frac{du_x}{dx}, \frac{d^2 u_x}{dx^2} \right)$  的模型。

粒和钢丸等几种物料的漂浮现象,研究得出漂浮有两种类型:颗粒围绕在某一固定位置振动的稳定漂浮 (Non-Rising-Levitation) 和颗粒可以一直漂到容器顶部的上升漂浮 (Rising-Levitation)。Tunstall 分别用颗粒粒径在 0.794 ~ 4.764 mm, 密度为 3.98 g/cm<sup>3</sup> 的蓝宝石颗粒和直径在 0.208 ~ 5.05 mm, 密度为 2.6 g/cm<sup>3</sup> 的玻璃珠颗粒在固连在振动台上的容器中进行颗粒的沉降实验。所用的液体是水,而振动台的振动频率、振幅等参数可以根据实验需要调节。实验结果与数值求解的结果进行了比较。结果表明对于较粗颗粒,实验所得到的沉降速度要小于数值求解的结果,而对于较细的颗粒情况正好相反。给出了引起实验和理论解两者之间差别的主要原因是阻力系数、附加质量力和相位差等。该研究进行了大量的实验,这些实验结果对于该问题的进一步研究提供了方便,也证明了颗粒在按一定参数振荡的流体中运动延迟效应的存在。同时还指出颗粒在振荡流体中沉降所产生的延迟效应除了与颗粒所受的阻力系数、阻力表达式的幂次有关以外,还与流体振荡频率、振幅和相位差以及附加质量力等因素相关。Van Oevern 等<sup>[29]</sup>对流体振荡为非对称的情况进行了研究,对蓝宝石、尼龙、聚四氟乙烯颗粒和钢丸等做的实验表明,在流体振荡每个周期内向上平均速度绝对值大于向下平均速度绝对值的非对称情况下,颗粒的悬浮可以实现。

梁百申等利用凸轮机构带动活塞做正弦振动,发现当活塞和水之间隔着一段空气柱时,水中的颗粒可以向上漂浮,认为这一现象的发生是由

于空气柱受到压缩,从而使得水的振荡变为非对称。他们就振荡为非对称三角波的情况做了理论计算,证明了在一定条件下漂浮现象是可能发生的。Y. Deng 等就该现象进行了进一步的理论和实验研究,他们利用曲柄连杆机构带动活塞运动,活塞运动情况真实反应了流体的运动情况。他们设计了可以多自由度的调节曲柄连杆机构,使得流体的运动可以是对称的,也可以是非对称的,其运动频率和振幅也是可调的。他们分别用水-离子交换树脂 ( $\rho_p = 1.17 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ ) 体系和体积分数为 55% 甘油水溶液 ( $\mu = 0.0988 \text{ P}$ ,  $\rho_p = 1.14 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ ) - 玻璃珠体系 ( $\rho_p = 2.8 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ ,  $d = 4.64 \times 10^{-4} \text{ m}$ ) 进行了一系列的实验,证明对称振荡和非对称振荡都可以使密度大于流体的颗粒实现漂浮。

Smutek<sup>[30]</sup>的研究认为颗粒与流体介质的平均相对速度等于零的情况,Levitation 现象将是不可能发生的。

在气-液体系研究方面,Jameson 等<sup>[31,32]</sup>研究了气泡在振荡流体中的运动情况,他们在垂直的液柱中加入一个气泡,通过控制流体介质的振荡可以使气泡滞留在水中而不致漂到液柱顶部。

综上所述,迄今为止对振荡流体中颗粒漂浮现象的研究还不充分,甚至对这一现象能否发生或者发生的条件以及机理还存在不同的看法。所以对于该课题的进一步研究,探讨颗粒漂浮现象发生的可能性、条件、机理等问题具有很大的理论与实用价值。

## 2 结论与展望

关于 Levitation 现象研究的报道有许多,但该现象的研究还不很充分,在以下方面还有待于进一步的深入研究。

(1) 对于在对称波形振荡流体介质中能否悬浮没有一个统一的结论,有的研究者认为在对称振荡的流体中颗粒能悬浮,而有人认为在对称振荡流体中运动的颗粒只能受到沉降延时的作用而不能悬浮。所以对称波形振荡流体介质中的颗粒运动情况还有待于进一步的研究;

(2) 以往的研究都不曾讨论分布板(或金属网)在颗粒悬浮或延时过程中的作用,有和没有分布板(或金属网)会不会有什么区别,如果在颗粒悬浮后撤销分布板(或金属网)颗粒的悬浮能否继续;

(3) 以往的研究都是假设流体运动是层流的

(准层流)不考虑流体湍动的影响,而实际的流动过程中往往存在流体湍动的影响,在什么条件下流体湍动影响可以不考虑,在什么条件下湍动的影响较大需要考虑;

(4) 已经开展的实验研究用了很多不同粒径和密度的颗粒,能否给出在某种振荡流体介质中能悬浮颗粒的最大粒径或密度,以及在一定的容器内能悬浮颗粒的数量等。

### 符号表

$F$	惯性力, N;
$F_D$	阻力, N;
$F_E$	外力, N;
$F_P$	压差力, N;
$F_A$	附加质量力, N;
$F_B$	Basset 力, N;
$C_A$	附加质量力系数;
$C_D$	阻力系数;
$C_H$	Basset 力系数;
$V_p$	颗粒体积, $\text{m}^3$ ;
$d$	颗粒直径, m;
$g$	重力加速度, $\text{m/s}^2$ ;
$u_p$	颗粒速度, m/s;
$u_f$	流体速度, m/s;
$a$	颗粒加速度, $\text{m/s}^2$ ;
$A$	流体振荡运动振幅, m;
	流体振荡运动角速度, $\text{rad/s}$ ;
$\rho$	颗粒密度, $\text{kg/m}^3$ ;
$\rho_f$	流体密度, $\text{kg/m}^3$ ;
$x$	附加质量系数;
$w_0$	颗粒在运动流体中的沉降速度, m/s;
$w_f$	颗粒在静止流体中的沉降速度, m/s;
	$= w_0/2$ , 无量纲时间;
$w$	$= (u_p - u_f)/w_f$ , 无量纲相对速度;
$ u_f _+$	流体在一个周期内正向运动速度平均值的绝对值, m/s;
$ u_f _-$	流体在一个周期内负向运动速度平均值的绝对值, m/s;
$Re$	颗粒雷诺数

### [参 考 文 献]

- [1] Houghton G. Particle trajectories and terminal velocity in vertically oscillating fluids[J]. The Canadian Journal of Chemical Engineering, 1966, 44: 90 ~ 95.
- [2] Houghton G. The behavior of particles in a sinusoidal velocity field [J]. Proc Roy Soc, 1963, A272: 33 ~ 43.
- [3] Houghton G. Fluttering flight mechanisms in insects and birds[J]. Nature, 1964, 204: 447 ~ 449.
- [4] Houghton G. Digital computer simulation of fluttering lift in the desert locust[J]. Nature, 1964, 201: 568 ~ 570.

- [5] Houghton G. Generalized hovering-flight correlation for insects [J]. *Nature*, 1964, 204: 666 ~ 668.
- [6] Houghton G. Effect of variations in lift coefficient, phase angle and waveform on fluttering lift in the desert locust [J]. *Nature*, 1964, 202: 870 ~ 872.
- [7] Houghton G. Simulation of fluttering lift in a bird, locust, moth, fly and bee [J]. *Nature*, 1964, 202: 1 183 ~ 1 185.
- [8] Then C M. Mean value and correlation problems connected with the motion of small particles suspended in a turbulent fluid [D]. Delft: University of Delft, 1947.
- [9] Odar F. Verification of the proposed equation for calculation of the force on a sphere accelerating in a viscous fluid [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1966, 25: 591 ~ 592.
- [10] Odar F, Hamilton W S. Force on a sphere accelerating in a viscous fluid [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1964, 18(2): 307 ~ 317.
- [11] Houghton G. Velocity retardation of particles in oscillating fluids [J]. *Chemical Engineering Science*, 1968, 23: 287 ~ 288.
- [12] Houghton G. Particle retardation in vertically oscillating fluids [J]. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, 1968, 46: 79 ~ 81.
- [13] Tunstall E B, Houghton G. Retardation of falling spheres by hydrodynamic oscillations [J]. *Chemical Engineering Science*, 1968, 23: 1 067 ~ 1 081.
- [14] Boyadzhiev L. On the movement of a spherical particle in vertically oscillating liquid [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1973, 57: 545 ~ 548.
- [15] Bailey J E. Particle motion in rapidly oscillating flows [J]. *Chemical Engineering Science*, 1974, 29: 767 ~ 773.
- [16] Herrings R A. On the motion of small spheres in oscillating Liquid [J]. *Chemical Engineering Journal*, 1976, 11: 89 ~ 99.
- [17] P R Schöberl. The interaction between a single particle and oscillating fluid [J]. *International Journal of Multiphase Flow*, 1974, 2: 307 ~ 317.
- [18] 梁百申. 颗粒在振荡流体中运动的初步研究 [D]. 北京: 中科院化工冶金研究所, 1981.
- [19] Y Deng, M Kwauk. Levitation of discrete particles in oscillating liquids [J]. *Chemical Engineering Science*, 1990, 45(2): 483 ~ 490.
- [20] M Kwauk. Fluidization: idealized and bubbleless, with applications [M]. Beijing: Science Press, 1992.
- [21] Brush L M, et al. A study of sediment in suspension [J]. *I A S H Com Land Erosion*, 1963, 59: 293 ~ 310.
- [22] Feinman J. An experimental study of the behavior of solid spheres in oscillating liquids [D]. Pittsburgh: University of Pittsburgh, 1966.
- [23] Field W G. Effects on density ratio on sedimentary similitude [J]. *Proc Am Soc Cvi Engrs*, 1968, HY 3: 705 ~ 719.
- [24] El-Tawil A. Dynamics of single spheres in pulsated Liquids [D]. Colorado: University of Colorado, 1969.
- [25] Baird M H I, Senior M G, Thompson R J, et al. Terminal velocity of spherical particles in a vertically oscillating liquid [J]. *Chemical Engineering Science*, 1967, 22: 551 ~ 558.
- [26] Al-taweel A M, Carley J F. Dynamics of single spheres in pulsated flowing liquids, Part 1 [J]. *AIChE Symp Ser*, 1971, 67(116): 114 ~ 123.
- [27] Al-taweel A M, Carley J F. Dynamics of single spheres in pulsated flowing liquids, Part 2 [J]. *AIChE Symp. Ser*, 1971, 67(116): 124 ~ 131.
- [28] Krantz W B, Carley J F, Al-taweel A M. Levitation of solid spheres in pulsating liquids [J]. *Industrial & Engineering Chemistry Fundamentals*, 1973, 12: 391 ~ 396.
- [29] Van Oevern R M, Houghton G. Levitation and counter-gravity motion of spheres by nonuniform hydrodynamic oscillation [J]. *Chemical Engineering Science*, 1971, 26: 1958 ~ 1961.
- [30] Smutek R. The Motion of a solid particle in a turbulent fluid [J]. *Solid-Liquid Flow Abstracts*, 1975, 6(1): 6 ~ 10.
- [31] Jameson G J. The motion of a bubble in a vertical oscillating viscous liquid [J]. *Chemical Engineering Science*, 1966, 21: 35 ~ 48.
- [32] Jameson G J, Davidson J F. The motion of a bubble in a vertical oscillating viscous liquid: theory for an inviscid liquid and experimental results [J]. *Chemical Engineering Science*, 1966, 21: 29 ~ 34.

## Progress on research of levitation

FU Yuan-fang

( *Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China* )

**Abstract :** Levitation may be defined as a stable condition in which the particle responds to the vertically oscillating fluid in such a way that the influences of finite buoyancy forces would be completely neutralized and the particle merely oscillates about a fixed position. The paper analyzes the research situation of the present and the past, and collects the developments of many scholars on the experimental research, theoretical analysis and numerical simulation and other areas. Through summarization on the research literatures for the levitation phenomenon, former scholar's achievements are summarized, and it gives the general characteristics and the difference among these results. And the most important of this paper is to make some proposal on the problems of Levitation to be solved at the present and in the future.

**Key words :** Levitation; Oscillating fluid; Particle motion; Delay; Suspending