

· 电磁冶金 ·

板坯连铸结晶器内全幅两段电磁制动 弯月面形状的数字模拟

荣 升 毛 斌

(中国科学院力学研究所)

李二建

(邢台钢铁责任有限公司)

摘要:本文建立了全幅两段磁场结晶器钢水流动模型,采用‘Simple’算法,进行钢水流动及弯月面形状的数字模拟。计算结果表明,全幅两段磁场可以有效地制动高速流股,使钢水形成均匀的活塞式流动;并且有效地控制弯月面的波高,从而改善板坯质量并提高拉速。

Numerical simulation on molten steel flow and meniscus shape in slab mold under two static magnetic fields imposed on whole width

Rong Sheng Mao Bin

(Institute of Mechanics Chinese Academy of Sciences)

Li Erjian

(Xingtai Iron & steel Co., Ltd)

Abstract:The numerical simulations on molten steel flow and meniscus shape in slab mold under two static magnetic fields imposed on whole width are given in this paper. Computational results show that the two static magnetic fields can effectively brake high speed molten steel jets and control deformation of the meniscus.

1 引言

在钢铁工业中,随着对高品质钢板的需求增加,迫切要求提高铸坯浇注速度,以增加产量并减小非金属夹杂物与气泡等表面和内部缺陷来提高铸坯质量。初生坯壳熔蚀和内部夹杂物的增加,严重制约了浇注速度的提高。实践表明,板坯表面和内部缺陷及初生坯壳熔蚀的出现与结晶器中钢水流动结构密切相关。当浇注速度提高时,从浸入式水口侧孔吐出的钢水流股,高速冲向铸坯的窄面,易使初生坯壳重熔、拉漏;向下的高速流股侵入液相穴深处,使外来夹杂物不易上浮;同时沿窄面上升的反转流加强,导致弯月面波动,使保护渣易被卷吸,增加铸坯内部保护渣性夹杂物。因此,为了提高浇注速度和减少铸坯缺陷,必须减小流股速度、改变坯中流动结构和控制弯月面的波动。为此,近十几年来开发了各种型式的电磁制动技术(EMBr),它已成为高速连铸的重要技术手段。

八十年代初期,日本川崎公司和瑞典 ASEA 公司联合开发了板坯连铸结晶器局域磁场电磁制动技术,取得了良好冶金效果^[1]。九十年代,相继发展了全幅一段和两段的电磁制动理论和技术^[2~6]。在全幅两段磁场的电磁制动中,下段磁场用于制动高速流股,上段用于制动向上的反转流和抑制弯月面的波动。八十年代末,中科院力学所和北京科技大学共同进行了低熔点合金的电磁制动模拟实验^[6],取得了减小流股速度的明显效果。“八五期间”,中科院力学所进行了局域磁场的电磁制动数值模拟^[7~8],与此同时,中科院力学所、济南钢厂、冶金部自动化院在济南钢厂 4# 板坯连铸机上共同开发成功局部区域电磁制动技术,取得改善铸坯表面质量和减少内部夹杂物的良好成果。

无论是电磁制动装置的设计或是在线应用都会涉及到一个关键问题,即外加多大的磁场合适?日本 NKK 公司一百多炉次试验的冷轧卷板的统计结果^[10]给我们一个启示,铸坯的缺陷主要是由于保护

渣性和外来的三氧化二铝等夹杂物造成的;适当的弯月面波高,如 5~9mm,产品表面缺陷发生的频度最低,弯月面波高过大或过小,缺陷发生频度都会变高。这是由于从水口吐出的流股冲击窄面后分裂成上升(反转流)和下降的两个环流,沿窄面上升的反转流,导致窄面附近弯月面波动。当反转流过强时,上升流快,引起激烈的弯月面波动,使波高增大,熔融的保护渣易被卷吸,使铸坯内保护渣性缺陷增加。反之,当反转流过弱时,上升流慢,弯月面波高变小,向弯月面供热也减少。因此保护渣熔融不完全,且弯月面处钢水温度低,上浮的夹杂物被保护渣吸收变得不充分,铸坯内外夹杂物性缺陷增加,所以利用磁场控制弯月面的波高就有可能为电磁制动参数的选择提供依据。

由上所述,为了优化电磁制动装置的设计参数和在线应用的工艺参数,不仅要研究磁场对钢水流动的影响,而且要研究磁场对弯月面形状的影响。目前的文献中关于磁场对弯月面形状影响的实验研究,理论分析很少。本文建立了结晶器内二维钢水流动模型,给出了任意形状弯月面上的各种条件,采用‘Simple’算法,使用交错网格^[11],进行全幅两段电磁制动钢水流动及弯月面形状的数值模拟。计算结果表明,在弯月面附近的上段磁场可以有效地制动向上反转流,减少弯月面波高可达 50% 以上;在水口下方的下段磁场的作用使从水口侧孔吐出的钢水高速流股减速并分散,在其下方流动趋向均匀,变为活塞流动,能获得更好的冶金效果;随着磁场增强,哈特曼数增大,对高速流股的制动效果加强,弯月面波高变小;随着浇注速度提高,雷诺数增大,对高速流股的制动效果减弱,弯月面波高变大;适当选择磁场强度,如 0.1T,可以使弯月面波高处在适中范围内,使板坯缺陷发生的频度最低。

2 二维钢水流动的数学模型

钢水从浸入式水口的两侧孔以速度 V_0 和倾角 α 射入结晶器中,形成两股流股。水口插入深度为 h_0 ,板坯宽度 $2a$,浇注速度 V_c ,全幅两段磁场的磁极位置如图 1 所示(半个结晶器),上段的一对磁极放在宽面弯月面处,下段的一对磁极放在宽面水口下方,它们形成一个磁回路。每对磁极产生垂直于流股速度的磁场,磁感应强度矢量为 \vec{B} ,两段磁场的磁感应强度矢量方向相反,大小相等,最大磁感应强度为 B_0 。

考虑结晶器内钢水二维定常对称流动,其弯月

面为自由液面,视钢水为不可压缩粘性流体,运动粘性系数 ν 和导电率 σ 均为常数,忽略温度对流动的影响,磁雷诺数很小,可忽略流动对磁场的影响。

钢水流股流经垂直于它的磁场时,在钢水中产生感应电流 \vec{J} ,这个感生电流与当地磁场相互作用产生一个洛仑兹力作用于钢水上,因此在动量方程中增加了一个体积力 $\vec{J} \times \vec{B}$ 。重力与压力梯度合并考虑,引入归一化压力 P^* , $\nabla P^* = \nabla p - \vec{\rho}g$, p, ρ 为流体压力和密度, \vec{g} 为重力加速度矢量。由于钢水流体的雷诺数高达 10^4 以上,故流动为湍流。采用有效运动粘性系数 $\nu_e = \nu + \nu_t$, ν_t 为湍流运动粘性系数。在小磁雷诺数条件下,钢水中磁场等于外加磁场 B ,不可压缩粘性钢水满足以下磁流体力学方程组

$$(\vec{V} \cdot \nabla) \vec{V} = -\nabla P^* + \nabla \cdot (\nu_e \nabla \vec{V}) + \vec{J} \times \vec{B} / \rho \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \vec{V} = 0 \quad (2)$$

$$\vec{J} = \sigma(\vec{E} + \vec{V} \times \vec{B}) \quad (3)$$

$$\nabla \cdot \vec{J} = 0 \quad (4)$$

$$\nabla \times \vec{E} = 0 \quad (5)$$

其中 \vec{E} 为电场强度矢量, \vec{J} 为电流密度矢量, \vec{V} 为钢水流体的速度矢量。

采用 $k-\epsilon$ 湍流模式,它已成功地用于电磁搅拌及电磁制动的钢水的湍流流动^{[7][8][12]},其方程为

$$(\vec{V} \cdot \nabla) k^* = \nabla \cdot \left[\left(\gamma + C_k \frac{k^*}{\epsilon^*} \right) \nabla k^* \right] + G^* - \epsilon^* \quad (6)$$

$$(\vec{V} \cdot \nabla) \epsilon^* = \nabla \cdot \left[\left(\gamma + C_\epsilon \frac{k^*}{\epsilon^*} \right) \nabla \epsilon^* \right] + \frac{\epsilon^*}{k^*} (C_1 G^* - C_2 \epsilon^*) \quad (7)$$

其中二维

$$C^* = \nu_t \left\{ 2 \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right] \right\}, k^*, \epsilon^*$$

分别为湍流动能,湍流耗损率, ν_t 为钢水的运动粘性系数, u^*, v^* 分别为钢水速度的 x 和 y 向分量,湍流运动粘性系数 $\nu_t = C_\mu k^* / \epsilon^*$, $C_\mu = 0.09$, $C_1 = 1.44$, $C_2 = 1.92$, $C_k = 0.09$, $C_\epsilon = 0.07$ 。

选取直角坐标系 $\{xoy\}$,钢水未扰动的水平液面为 x 轴,它与窄面的交点定为原点, y 轴垂直向下。由于流动有对称性,仅考虑半个结晶器内流动。流场和电场应满足的无量纲边界条件见图 1。在窄面上有无滑移条件和电绝缘条件,在中心线上有对称条件和电场电位为零。在钢水流出的边界上,电场

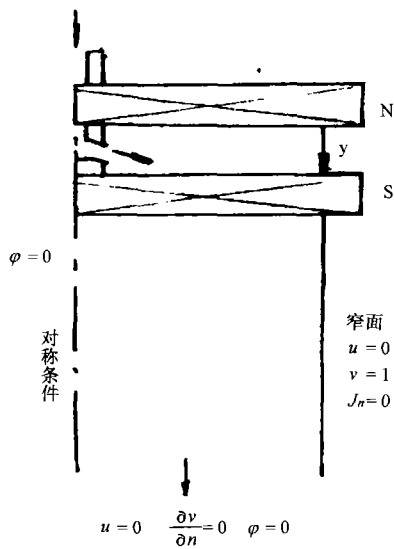


图 1 磁极位置及边界条件

电位为零、 $u = 0$ 和 v 的法向导数为零，表示坯中流动不受边界以外下游流动的影响。

在弯月面 $y = h(x, t)$ 上，应有自由面条件^[13]、电绝缘条件和不可压缩条件。

$$\text{无质量运输} \quad v^* = h_t + u^* \cdot h_x \quad (8)$$

$$\text{切向力平衡} \quad \|\mu_e \cdot S \cdot \vec{n} \cdot \vec{t}\| = (\vec{t} \cdot \nabla) \sigma_0 \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \text{法向力平衡} \quad & -\|p\| + \|\mu_e \cdot S \cdot \vec{n} \cdot \vec{n}\| \\ & = \sigma_0 (1 + h_x^2)^{-3/2} h_{xx} \end{aligned} \quad (10)$$

$$\text{电绝缘} \quad J_n = 0 \quad (11)$$

$$\text{不可压缩条件} \quad \int_0^a h dx = 0 \quad (12)$$

这里， $V = (u^*, v^*)$ ， $h_x = \frac{\partial h}{\partial x}$ ， $h_{xx} = \frac{\partial^2 h}{\partial x^2}$ ， $\mu_e \cdot S$ 是粘性应力张量， \vec{n} 是弯月面法向方向， \vec{t} 是弯月面切向方向， $\|\cdot\|$ 是弯月面两侧物理量的跳跃量， σ_0 是钢水表面张力。条件(8)式表示钢水不穿过弯月面，(9)式表示弯月面两侧粘性应力切向分量与表面张力沿切向的变化率平衡，(10)式表示弯月面两侧压力、粘性应力法向分量和表面张力三者平衡。

引入电位 φ ，电场强度 $E = -\nabla\varphi$ 。选择特征长度为 a ，特征速度为 V_c ，特征磁感应强度 B_0 ，使用以下无量纲变量：速度分量 u, v ，归一化压力 p 、磁感应强度 b 、电位 φ ，湍流动能 k ，湍流耗损率 ϵ ， G 和坐标 x, y 。相应的特征量为： $V_c, V_c, V_c^2, B_0, aB_0V_c, V_c^2, V_c^3/a, V_c^3/a$ 和 a 。其中 B_0 为最大磁感应强度。从方程(1) - (7) 导出无量纲方程组

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\left(\frac{1}{R_e} + C_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \right) \frac{\partial u}{\partial x} \right]$$

$$+ \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(\frac{1}{R_e} + C_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \right) \frac{\partial u}{\partial y} \right] - \frac{M^2 b}{R_e} \left(ub + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) \quad (13)$$

$$\begin{aligned} u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} &= -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\left(\frac{1}{R_e} + C_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \right) \frac{\partial v}{\partial x} \right] \\ &+ \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(\frac{1}{R_e} + C_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \right) \frac{\partial v}{\partial y} \right] - \frac{M^2 b}{R_e} \left(vb - \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) \end{aligned} \quad (14)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (15)$$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = \frac{\partial(vb)}{\partial x} - \frac{\partial(ub)}{\partial y} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} u \frac{\partial k}{\partial x} + v \frac{\partial k}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial x} \left[\left(\frac{1}{R_e} + C_k \frac{k^2}{\epsilon} \right) \frac{\partial k}{\partial x} \right] \\ &+ \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(\frac{1}{R_e} + C_k \frac{k^2}{\epsilon} \right) \frac{\partial k}{\partial y} \right] + G - \epsilon \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} u \frac{\partial \epsilon}{\partial x} + v \frac{\partial \epsilon}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial x} \left[\left(\frac{1}{R_e} + C_\epsilon \frac{k^2}{\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x} \right] \\ &+ \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(\frac{1}{R_e} + C_\epsilon \frac{k^2}{\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial y} \right] + \frac{\epsilon}{k} (C_1 G - C_2 \epsilon) \end{aligned} \quad (18)$$

考虑定常情况， $h_t = 0$ 。一般情况下，结晶器的宽度比较大，故钢水的表面张力 σ_0 很小，可以忽略不计。采用实测磁感应强度分布 b 。在两对磁极间空间内磁场基本均匀， $b < 1$ ，在两对磁极外的区域，磁场随着与磁极的距离的增加，很快衰减至零，即 $b = 0$ 。除板坯的几何参数(包括倾角 α)以外，无量纲方程组(13) - (18) 和边界条件中仅含两个独立的无量纲参数：哈特曼数 $M = aB_0 \sqrt{\sigma/\mu}$ 和雷诺数 $Re = aV_c/\nu$ 。 M 表示电磁力相对粘性力的大小，它与最大磁感应强度 B_0 、特征长度 a 以及钢水性质 $\sqrt{\sigma/\mu}$ 成正比。 $M = 0$ 表示无磁场。雷诺数 Re 与浇注速度 V_c 和特征长度 a 成正比，与钢水运动粘性 ν 成反比。对于给定的钢水和铸坯的几何尺寸， M 代表磁场的强弱， Re 代表浇注速度或流量的大小。

3 计算方法和结果

有任意形状自由面的二维流动问题具有很强的非线性，由于弯月面的高度 $h(x)$ 相对于此问题的特征长度 a (结晶器宽度) 是很小的，对于未扰的水平弯月面来说 h 是一种小扰动，因此可以采用小扰动线性化方法，把弯月面上的条件(8) - (11) 移至未扰的水平弯月面 $y = 0$ 上，而弯月面高度(形状)的导数 h_x 与钢水流动各物理量一起求解，再利用不可压缩条件(12) 确定弯月面形状 $h(x)$ 。

计算域为矩形(水口除外)，长宽比为 8:1。计算域划分成 20×150 个均匀控制体。在流股流经的区域、自由面附近和固壁附近加密控制体。采用自

然网格和速度分量交错网格。用控制容积法将方程(13)~(18)及各边界条件离散,采用解压力耦合方程的半隐式方法^[11](simple)求解钢水流动各物理量和弯月面形状的导数 h_x ,用迭代法从不可压缩条件(12)确定弯月面形状 $h(x)$ 。

采用无量纲方程组和条件求解,取无量纲几何参数 $h_0/a = 0.243$, $\alpha = -30^\circ$, $Re = 1.39 \times 10^4, 2.78 \times 10^4, 5.56 \times 10^4$, $M = 0.760, 1140, 1520$, 上段磁场的磁极位置在弯月面上, $0 < x < 1.0$, $-0.107 < y < 0.107$, 下段磁场的磁极位置在水口下方, $0 < x < 1.0$, $0.243 < y < 0.457$ 。钢水物性参数: $\rho = 7.1 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, $\sigma = 7.14 \times 10^5 \text{ s/m}^2$, $\mu = 0.006 \text{ kg/m} \cdot \text{s}$, 上述 M 值相应的最大磁通密度 $B_0 = 0.0, 0.1 \text{ T}, 0.15 \text{ T}, 0.2 \text{ T}$ 和 Re 相应的浇注速度 $V_c = 1 \text{ m/min}, 2 \text{ m/min}, 4 \text{ m/min}$, 基于上述参数的一些典型计算结果如下。

图 2(a)为没有外加磁场 $B = 0$ ($M = 0$)和浇注速度 $V_c = 1 \text{ m/min}$ ($Re = 1.39 \times 10^4$) 时钢水流动的速度矢量图。从中看到,自浸入式水口侧孔吐出的钢水流股以极高的速度冲向窄面,在撞击点处流股向上和向下分岔,形成上升和下降的两个环流。图 2(b)为全幅两段电磁制动 $B = 0.15 \text{ T}$ 和 $V_c = 1 \text{ m/min}$ 时,流动的速度矢量图。比较图 2 的(a)和(b)可知,外加全幅两段磁场后,钢水流动结构改变了。钢水流股在流经下段磁场时,受到与其速度方向相反的电磁阻力作用,因而流股减速并分散,在其下方流动速度趋向于均匀,即形成向下的活塞式流动。同时,上升到弯月面的反转流亦受到上段磁场的电磁阻力作用而减弱。计算结果表明,当磁场增强,哈特曼数增大时,流股流经下段磁场后,更趋于均匀,上升至弯月面的上升流更迅速减弱;当浇注速度 V_c 增大, Re 增高时,上述趋势变缓。

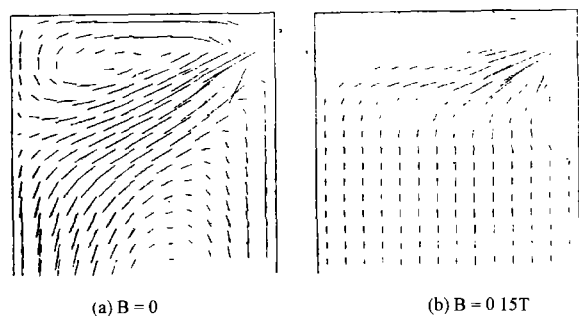


图 2 速度矢量图 ($V_c = 1.0 \text{ m/min}$)

图 3 为不同磁感应强度 $B_0 = 0 \text{ T}, 0.1 \text{ T}, 0.2 \text{ T}$ 时弯月面的形状,图中的纵轴是弯月面的高度 $h(x)$,横轴是与水口的无量纲距离 $x' = 1 - x$ 。没有外加

磁场 $B = 0$ 时,高速流股冲到窄面分裂后,沿窄面上升的反转流,使窄面附近的弯月面向上隆起,在水口附近的弯月面下降且平坦;当外加磁场后,随着磁场的增强,哈特曼数增大时,窄面附近弯月面向上隆起高度变低,隆起的部位向窄面靠近,在水口附近的弯月面下降减少且有较大范围的平坦弯月面。根据本文计算结果,上段磁场的作用可使弯月面波高降低 50% 以上(波高为弯月面的最高点与最低点的高度差)。

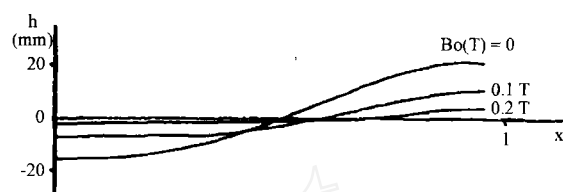


图 3 不同磁感应强度的弯月面形状 ($V_c = 4 \text{ m/min}$)



图 4 不同浇铸速度的弯月面形状 ($B_0 = 0.1 \text{ T}$)

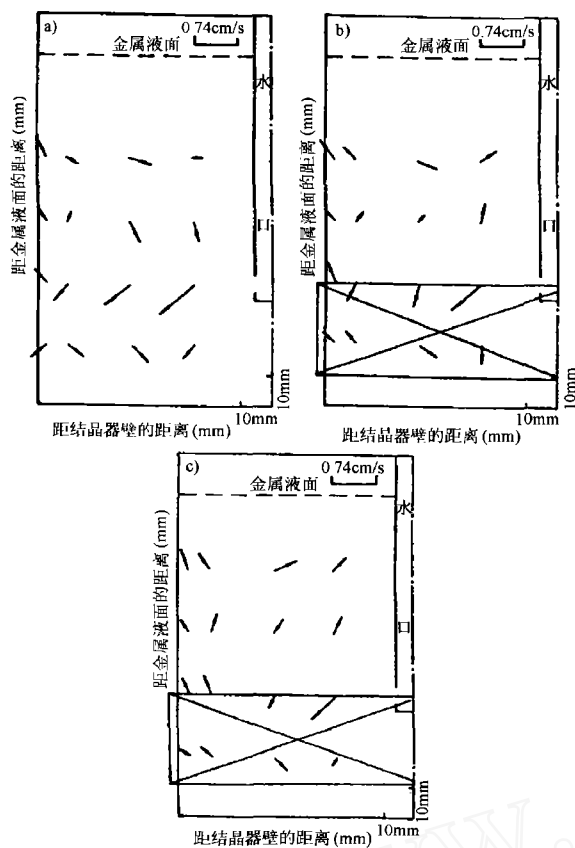
图 4 为不同浇注速度 $V_c = 2 \text{ m/min}, 4 \text{ m/min}$ 时弯月面的形状,从中可以看到,当浇注速度 V_c 增大, Re 增高时,弯月面的波高变大。试验^[10]结果表明,比较适中的弯月面波高约在 $5 \sim 9 \text{ mm}$ 范围内,板坯表面缺陷发生的频度最低,几乎为零,波高过大或过小,缺陷发生频度变高。根据本文计算结果,选择适当磁场强度,如 $B_0 = 0.1 \text{ T}$,可以控制弯月面波高在适中的范围内,从而使铸坯缺陷发生的频度最低,能更有效改善铸坯质量。磁场过强或过弱,使弯月面波高过大或过小,都会使铸坯缺陷发生的频度变大,降低铸坯的质量。

4 结论

通过对以上计算结果的分析,得到如下结论:

1) 全幅下段磁场与钢水流股的相互作用可使高速流股减速并分散,在其下方趋向均匀的活塞式流动。随着磁场的增加,这种趋势加强,随着浇注速度的提高,这种趋势减弱。

(下转第 37 页)



a) $V = 0.53\text{m/min}$ $B = 0\text{T}$, b) $V = 0.53\text{m/min}$ $B = 0.06\text{T}$,
c) $V = 0.53\text{m/min}$ $B = 0.125\text{T}$

图5 磁感应强度对水口区域速度场的影响

(上接第33页)

2) 全幅上段磁场的作用使弯月面的波高减小达50%以上。随着磁场的增加,弯月面的波高减小,波峰向窄面靠近。随着浇注速度的提高,波高增大,波峰向水口靠近。

3) 适当选择磁感应强度,如 $B_0 = 0.1\text{T}$,可控制弯月面波高在适中范围内,缺陷发生的频度最低,从而有效改善铸坯质量。若浇注速度较高时,磁感应强度可选择强些,若浇注速度较低时,磁感应强度可选弱些,在本文所选的参数范围内,磁感应强度可选 $B_0 = 0.1\text{T}$ 。

参考文献

- 1 Jun Nagai, et al. Steel flow control in a high-speed continuous slab caster using an electromagnetic Brake. Iron and Steel Engineer, 1984, 61(5): 41~47.
- 2 Kouji TAKATAN, et al. Analysis of Heat Transfer and Fluid Flow in the Continuous Casting Mold with Electromagnetic Brake. ISIJ International, 1989, 29(12): 1063~1068.
- 3 M. Zeze, et al. application of Magnetic Field for the Control of Flow in the Continuous Casting Strand. Steelmaking Conference Proceeding, 1993, 267~273.

度增大,电磁场作用效果显著,冲击速度最大能减少50%左右;从而改变了水口区域的流动状态,提高了铸坯的内部质量。

3) 随着拉速的提高,在水口以上位置形成较强的涡流,水口出流对结晶器窄面凝固壳的冲击增强;而电磁场的作用可以有效的控制拉速提高所带来的不利影响,从而可以进一步提高拉速。

参考文献

- 1 蔡开科,程士富.连续铸钢原理与工艺.北京:冶金工业出版社,1994,12.
- 2 M. Wolf. The Free - Meniscus Problem. Steelmaking Conference Proceedings, 1992, 121~222.
- 3 Kenichi Sorimachi. Development of Continuous Casting Technologies at Kawasaki Steel. Kawasaki Steel Technical Report. No. 35 November: 1996, 52~59.
- 4 T. Tshii. Dynamic Flow Control Technology in CC mold with EMBR, International Symposium on Electromagnetic Processing of Materials. Nagoya ISIJ, 1994, 396~402.
- 5 A. F. Lehman, et al. Fluid Flow Control in Continuous Casting Using Various Configurations of Static Magnetic Field, International Symposium on Electromagnetic processing of materials. Nagoya ISIJ, 1994, 372~377.
- 6 Akira Idogawa. Control of molten steel Flow on Continuous Casting old by Two Static magnetic Fields Covering Whole width. KAWASAKI STEEL TECHICA REPORT, No. 35 November: 1996, 74~81.
- 7 Kensuke Okazana. Characteristics of Molten Steel Jet Flow in a Continuous Casting Mold with Electromagnetic Brake Technique Tetsu to Hagana Vol. 84, No. 7: 1998, 20~25.
- 8 A. Idogawa, et al. Control of molten steel flow in continuous casting mold by two static magnetic fields imposed on whole width. Materials Science and Engineering, A173: 1993, 293~297.
- 9 Kazuhiro Kariya, ets. Development of flow control mold for high speed casting using static magnetic fields. Steelmaking Conference Proceedings, 1994, 53~58.
- 10 毛斌,邢文彬等.结晶器电磁制动的实验研究.第四届连续铸钢学术会议论文集,桂林:1990.189.
- 11 荣升.磁场对液态金属流的制动效应.力学学报, 28(1): 1996, 40~45.
- 12 荣升,毛斌,利用稳恒磁场控制结晶器钢水流动的分析,力学与实践, 18(5): 1996, 14~16.
- 13 毛斌,荣升,王世郁.板坯连铸结晶器电磁制动技术,连铸, 1998, 1: 16~19.
- 14 久保田淳等,スラブ连铸機の铸型内溶钢流动制御技术の開発,まてりあ, 33(6): 1994, 793~795.
- 15 Suhas V. Patankar. Computation of Heat Transter and Fluid Flow. 1982.
- 16 Sumio KOBAYASHI and Susumu SHIMURA. Analysis of Turbulent Flow Field Induced by Rotating Eelectromagnetic Field in Round Billets. Transactions ISIJ, 1988, 28: 754~760.
- 17 美国机械工程协会编,郭中衡译.应用力学最新进展.科学出版社,1987.