

变截面管道中爆轰胞格演变机制的数值模拟研究

邓博, 胡宗民, 滕宏辉, 姜宗林*

中国科学院力学研究所高温气动重点实验室, 北京 100080

* 联系人, E-mail: zljjiang@imech.ac.cn

收稿日期: 2007-01-08; 接受日期: 2007-11-02

摘要 应用频散可控耗散格式和基元化学反应模型模拟了二维爆轰波在变截面管道中的传播过程; 研究了由于流动压缩和膨胀的影响, 近壁面区域爆轰波横波和胞格的演变规律; 通过分析爆轰波后气体组分变化、化学反应速率、反应区尺度和热力学参数, 探讨了两种异常爆轰波的传播机制及其化学反应、反射激波和稀疏波在这些异常爆轰波发展和胞格演化过程的作用。

关键词
爆轰胞格
横波
基元反应
数值模拟

爆轰波是一种具有复杂波结构的超声速燃烧现象。人们依据不同的目的, 从不同角度对它进行了大量的研究, 例如爆轰波的热力学特征参数、动力学尺度、波结构和胞格等。经典的 C-J 理论不考虑爆轰波结构和化学反应, 通过平衡热力学关系给出了爆轰波波速, 及波后的压力、温度和密度等热力学特征参数的变化规律。ZND 模型引入反应区的长度尺度, 改进了 C-J 理论, 将爆轰波简化为一个引导激波跟着一个反应诱导区和释热区。虽然 ZND 模型的爆轰波结构和实验结果相去甚远, 但是它把特征热力学参数和动力学尺度结合起来研究爆轰现象^[1], 为以后关于爆轰波的动力学尺度、波结构和胞格方面的实验和计算研究奠定了基础^[2,3]。进一步研究表明爆轰波波面是由入射激波、马赫杆和横向激波组成的非定常三维结构, 定性地反映这种非定常波结构的实验结果就是周期性爆轰胞格。爆轰波结构和胞格主要受可燃混合物组分、初始条件、化学反应和激波相互作用的影响, 也与爆轰波热力学特征参数和动力学尺度密切相关。这些爆轰波特征的综合研究对于深入理解爆轰现象是非常重要的。

在爆轰波由等截面管到变截面管的传播过程中, 由于流动压缩或者膨胀的影响, 爆轰波结构和胞格将发生变化。Jones 等人^[4]研究了爆轰波绕射过程出现的熄爆和再起爆现象, 发现由三波点的碰撞和弱化横波后一些局部相对高温区合并形成热点的两种起爆机制。Guo 等人^[5]的实验表明: 爆轰波在楔面上发生马赫反射, 马赫杆后的胞格尺寸明显减小。Thomas 等人^[6]实验分析了甲烷与氧气混合物的爆轰波通过不同程度扩张管道产生的胞格变化, 发现随着扩张角

增加, 扩张壁面上的胞格尺寸明显增大. 上述研究由于实验手段限制, 仅仅从一个角度研究问题, 没能深入揭示变截面管中爆轰胞格变化的物理本质. 本文应用频散可控耗散格式^[7~9]和基元化学反应模型计算模拟了二维爆轰波在收缩和扩张两种管道中的传播过程、爆轰波结构和胞格变化, 深入分析了流动压缩或者膨胀对爆轰波胞格的影响, 进而探讨了爆轰波发展过程中化学反应、热力学特征参数、动力学尺度、爆轰波结构的相互作用和影响.

1 控制方程和数值方法

1.1 控制方程

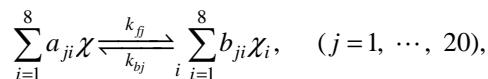
对于气相爆轰波传播, 在不考虑扩散效应、忽略热传导和黏性作用的条件下, 二维平面坐标系的多组分 Euler 方程组为

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial y} = \mathbf{S},$$

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} \rho C_1 \\ \rho C_2 \\ \vdots \\ \rho C_{ns} \\ m \\ n \\ E \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} m C_1 \\ m C_2 \\ \vdots \\ m C_{ns} \\ m^2/\rho + p \\ mn/\rho \\ (E+p)m/\rho \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G} = \begin{bmatrix} n C_1 \\ n C_2 \\ \vdots \\ n C_{ns} \\ mn/\rho \\ n^2/\rho + p \\ (E+p)n/\rho \end{bmatrix}, \quad \mathbf{S} = \begin{bmatrix} \dot{\omega}_1 \\ \dot{\omega}_2 \\ \vdots \\ \dot{\omega}_{ns} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

其中 \mathbf{U} 为未知变量, \mathbf{F} 和 \mathbf{G} 为对流通量, \mathbf{S} 为化学反应源项. $c_i = \rho_i/\rho$ ($i=1, \dots, ns$) 为第 i 种组分的质量分数, ρ_i 为第 i 种组分的分密度; $m = \rho u$, $n = \rho v$, 其中 u 和 v 分别为 x 和 y 方向的速度分量; $E = e + \rho(u^2 + v^2)/2$ 为单位体积总能, 单位体积内能为 $e = \rho h - p$; p 为理想混合气体的压力, 由道尔顿分压定律和组分气体状态方程给出 $p = \sum_{i=1}^{ns} \rho_i R_i T$, 其中 R_i 为第 i 种组分的气体常数, T 为混合气体温度.

对于氢氧气相爆轰, 本文采用 8 种组分 20 个反应的基元模型描述其化学反应机制. 应用的组分为 H_2 , O_2 , O , H , OH , HO_2 , H_2O_2 , H_2O . 化学反应式可以统一写为



式中 a_{ji} , b_{ji} 和 χ_i 分别为第 j 反应中第 i 组分作为反应物或产物的化学计量数和元素符号, k_{fj} 和 k_{bj} 分别为正、逆反应速率常数. 由基元反应的质量作用定律可以得到第 i 种组分单位体积的质量生成率为

$$\dot{\omega}_i = W_i \sum_{j=1}^{20} (b_{ji} - a_{ji}) \left(\sum_{i=1}^8 \lambda_{ji} [X_i] \right) \left(k_{fj} \prod_{i=1}^8 [X_i]^{a_{ji}} - k_{bj} \prod_{i=1}^8 [X_i]^{b_{ji}} \right),$$

其中 W_i 和 $[X_i]$ 分别为第 i 组分的摩尔质量(g/mol)和摩尔浓度(mol/cm³), λ_{ji} 分别为第 j 个反应中

组分 i 的三体(M)效应系数.

1.2 数值方法

Jiang 等人^[8,10]提出了频散可控耗散差格式(DCD), 该格式应用频散控制原理和 Warming 的矢量通量分裂技术, 捕捉激波等强间断的鲁棒性好, 且具有格式构造简单、激波分辨率高、计算量小等优点. 二维 Euler 方程的差分方程可写为

$$U_{j,k}^{n+1} = U_{j,k}^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} (\bar{F}_{j+1/2,k}^n - \bar{F}_{j-1/2,k}^n) - \frac{\Delta t}{\Delta y} (\bar{G}_{j,k+1/2}^n - \bar{G}_{j,k-1/2}^n) - \frac{\Delta t}{y} S_{g,j,k}^n - \Delta t S_{j,k}^n,$$

其中

$$\begin{cases} \bar{F}_{j+1/2}^n = F_{j+1/2L,k}^+ + F_{j-1/2R,k}^-, \\ \bar{G}_{j,k+1/2}^n = G_{j,k+1/2L}^+ + G_{j,k-1/2R}^-, \\ \begin{cases} F_{j+1/2L,k}^+ = F_{j,k}^+ + \frac{1}{2} \Phi_A^+ \min \text{mod}(\Delta F_{j-1/2,k}^+, \Delta F_{j+1/2,k}^+), \\ F_{j+1/2R,k}^- = F_{j+1,k}^- - \frac{1}{2} \Phi_A^- \min \text{mod}(\Delta F_{j+1/2,k}^-, \Delta F_{j+3/2,k}^-), \end{cases} \\ \begin{cases} G_{j,k+1/2L}^+ = G_{j,k}^+ + \frac{1}{2} \Phi_B^+ \min \text{mod}(\Delta G_{j,k-1/2}^+, \Delta G_{j,k+1/2}^+), \\ G_{j,k+1/2R}^- = G_{j,k+1}^- - \frac{1}{2} \Phi_B^- \min \text{mod}(\Delta G_{j,k+1/2}^-, \Delta G_{j,k+3/2}^-), \end{cases} \\ \begin{cases} \Delta F_{j+1/2,k}^\pm = F_{j+1,k}^\pm - F_{j,k}^\pm, \\ \Delta G_{j,k+1/2}^\pm = G_{j,k+1}^\pm - G_{j,k}^\pm, \end{cases} \\ \begin{cases} F^\pm = A^\pm U, \\ G^\pm = B^\pm U, \end{cases} \\ \begin{cases} \Phi_A^\pm = I \mp \beta A_A^\pm, \\ \Phi_B^\pm = I \mp \beta A_B^\pm. \end{cases} \end{cases}$$

这里 Jacobian 矩阵 $A = \partial F / \partial U$, $B = \partial G / \partial U$, I 为单位矩阵, $\beta = \Delta t / \Delta r$, A_A 和 A_B 分别为 A 和 B 的特征值构成的对角阵, 上标 $(\cdot)^+$ 和 $(\cdot)^-$ 为根据 Steger-Warming 通量分裂算法得到的正负通量. 该格式被推广到了应用多组分基元反应模型的爆轰计算, 表现了良好的数值特性^[11]. 在爆轰波的计算中, 化学反应的时间尺度比流动时间尺度小得多, 本文采用算子分裂方法解决带有化学反应源项的刚性问题. 具体的做法是先冻结化学反应求解流场参数, 然后把化学反应看作一个等容放热过程, 计算各组分的质量变化率, 并根据反应前后总能量和动能不变来迭代求解温度场.

1.3 计算结果的比较验证

为了验证计算程序的可靠性, 图 1 给出可燃混合气体 $2H_2 + O_2 + Ar$ 在 $P_0 = 16 \text{ kPa}$, $T_0 = 298 \text{ K}$ 的初始条件下, 爆轰波楔面反射的数值模拟结果和实验纹影的比较. 图 1 每张图的上半部分是

实验结果, 下半部分是计算结果. 通过比较可以看到数值计算结果和实验结果吻合得很好, 这验证了本文应用的控制方程、计算格式、反应模型和边界条件.

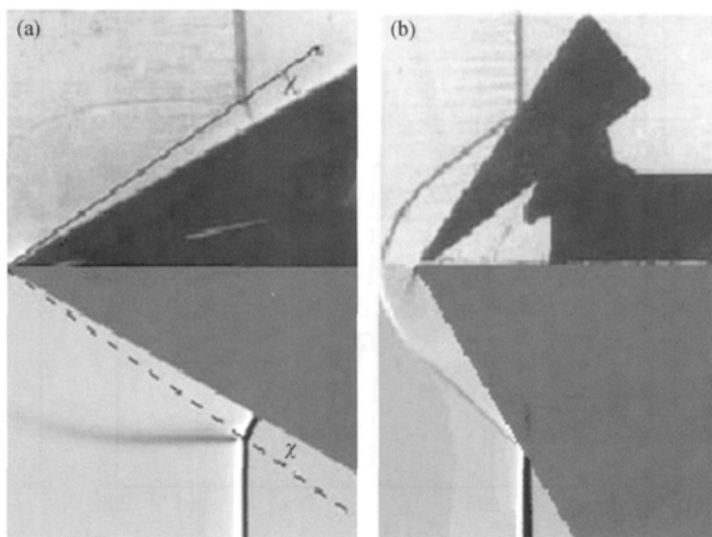


图 1 爆轰波反射的计算结果和实验纹影照片的比较

(a) 对应 30° 楔角为马赫反射; (b) 对应 60° 楔角为规则反射

2 计算结果与讨论

2.1 爆轰胞格与化学反应尺度

爆轰胞格的演化可以反映爆轰的波结构、稳定传播以及生成和消失过程. 理论研究表明: 胞格的规则程度主要取决于 E/RT 的值, 其中 E 为活化能, R 为气体常数, T 为 ZND 模型中前导激波后的气体温度, 该值表征点火延迟时间. 在化学反应中, 每一个组分都有着它自己的活化能, $\hat{E}_a = E_a/RT$. 数值计算结果表明由于受横波、马赫杆和入射激波相互作用的影响, 在爆轰波的三波点和波后未反应气囊处 \hat{E}_a 都会有剧烈变化, 每一个组分化学的反应特征尺度都对爆轰胞格产生不同程度的影响.

图 2 给出了一维爆轰前导激波后各组分的变化曲线. 由图 2 可以看出, 反应后 H_2 的组分迅速降到稳定值; H 的组分在波后迅速下降, 然后逐渐趋于稳定值; OH 的变化速率较慢, 并在一个很小的范围内达到峰值. 由此可以看出不同的化学组分有着不同的化学反应特征尺度. 相对过去应用一步或者两步反应化学模型来讲, 基元反应模型能更真实描述不同组分的化学特征尺度及其对爆轰波结构的影响. 衡量胞格大小的主要动力学参数是平均胞格尺寸, 包括宽度和长度. 平均胞格尺度与 ZND 模型中混合气体的反应长度 L 有着近似线性的关系, 前者是后者的几十倍, 并与波速有关联^[12]. Desbordes^[12]发现这种关系不仅适用于稳定的 CJ 爆轰, 也同样适用于其他强爆轰情况. 当爆轰波速 D 增长超过 D_{CJ} 时, 爆轰胞格尺度减小, 前导激波后的化学反应区也变窄, 反之亦然. 他给出 CJ 爆轰和强爆轰物理参数的关系式如下:

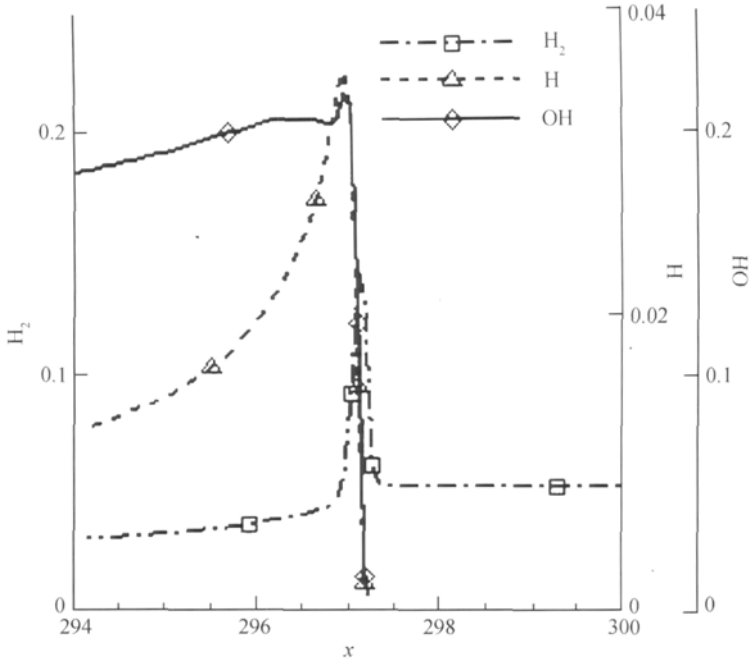


图2 一维爆轰波各组分无量纲密度变化曲线

$$\frac{\lambda}{\lambda_{CJ}} = \frac{L_{ind}}{L_{ind,CJ}} = \frac{D}{D_{CJ}} e^{\frac{E_a}{RT_{ZND}} \left[\left(\frac{D_{CJ}}{D} \right) - 1 \right]}$$

其中 λ 和 λ_{CJ} 为胞格长度, L 和 L_{CJ} 为广义化学反应诱导区长度, D 和 D_{CJ} 为爆轰波速. 由关系式可知, 胞格大小对于爆轰过驱程度非常敏感, 化学诱导区长度的微小变化都会引起胞格尺度的剧烈变化. 所以, 研究爆轰波结构的变化时应用基元反应模型是必要的.

作为第一个算例, 图3给出了初压在 $P_0 = 16 \text{ kPa}$ 条件下, 由左至右的 $2\text{H}_2 + \text{O}_2 + \text{Ar}$ 气体爆轰的二维计算胞格结果. 由图3可以看出, 加入人工扰动后, 自持传播爆轰波逐步形成, 并产生了周期性的爆轰胞格. 由于排除了其他扰动, 这种典型的数值结果更有利于分析爆轰胞格的演化规律.

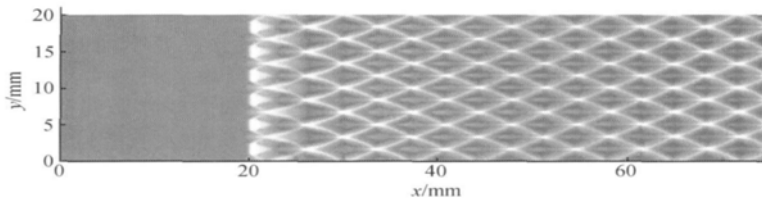


图3 引入人工扰动后爆轰胞格演化过程的数值模拟

2.2 爆轰波在收缩管道中传播的胞格分布与发展机制

本文的第二个算例是气相爆轰波在平面收缩管道中的传播, 管道收缩的楔面角度为 20° , 图 4 给出了爆轰波反射形成的胞格分布. 由图 4 可以看出爆轰胞格明显地由两部分组成: 一部分是未受反射激波影响由入射爆轰波形成的胞格, 另一部分是由爆轰马赫杆形成的胞格. 这两部分胞格被一条由反射激波、入射爆轰波和爆轰马赫杆相互作用形成的主三波点轨迹分开. 爆轰胞格尺度在这条轨迹线两边出现明显不同: 即由爆轰马赫杆形成的胞格尺度明显小于入射爆轰波的胞格.

图 5 给出了沿 3 个典型胞格(由左至右标记为 Cell-1, Cell-2, Cell-3)中心线, 在不同时刻记录的波阵面压力曲线, 该曲线包含着 4 个由两个三波点碰撞所产生的最高压力峰值. 由图 5 可

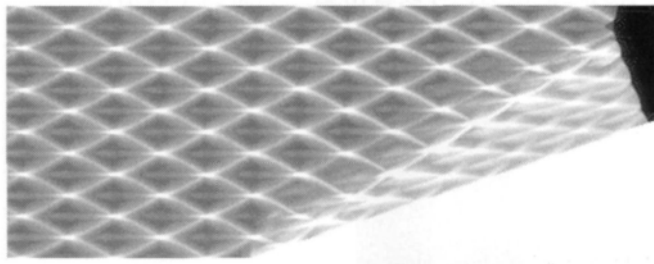


图 4 爆轰波在楔面角为 20° 的收缩管道中传播时的爆轰胞格演化

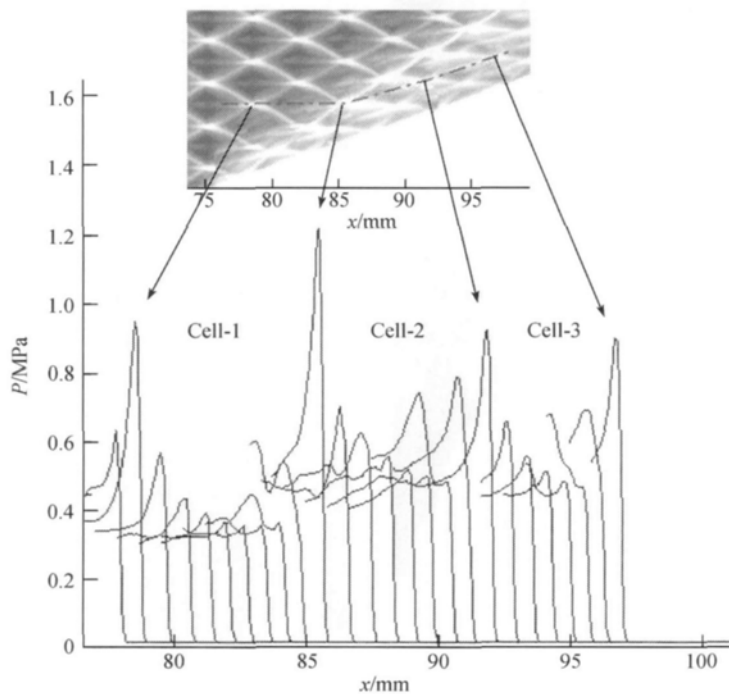


图 5 沿 3 个胞格中心线上爆轰波面压力记录曲线

以看出 Cell-1 处于爆轰反射主三波点轨迹之外, 第一个峰值压力是由入射爆轰波阵面上两个三波点碰撞产生的. Cell-1 中心线上波阵面压力经过了一个减弱和增加过程, 波阵面压力变化高达第一个峰值压力的 60%. Cell-1 与 Cell-2 的交点位于爆轰反射三波点轨迹上, 由于入射爆轰波、横波和反射激波的相互作用, 第二个峰值压力远远高于第一个峰值压力. 第三个峰值压力处于 Cell-2 和 Cell-3 的交点上与第四个峰值压力几乎相当, 而且 Cell-2 和 Cell-3 中心线上波阵面压力变化趋势也是相似的. 由于 Cell-2 和 Cell-3 处于爆轰反射主三波点轨迹之内的区域, Cell-3 的两个顶点压力峰值近似相等说明爆轰马赫杆实际上已趋于稳定. Cell-2 和 Cell-3 中心线上波阵面压力分布比 Cell-1 中心线上波阵面压力分别高一些, 表明马赫杆与入射爆轰波相比是一种稳定过驱爆轰现象.

仔细比较图 5 所示的峰值压力, 可以看出第三和第四个峰值压力比第一个峰值压力略有降低, 这好像与过驱爆轰的结论有矛盾. 为了进一步探讨这个问题, 对应图 5 中第三个压力峰值产生的时刻, 图 6 给出了流场压力、温度、OH 和 H 的质量分数分布. 图 6(a) 的压力分布表

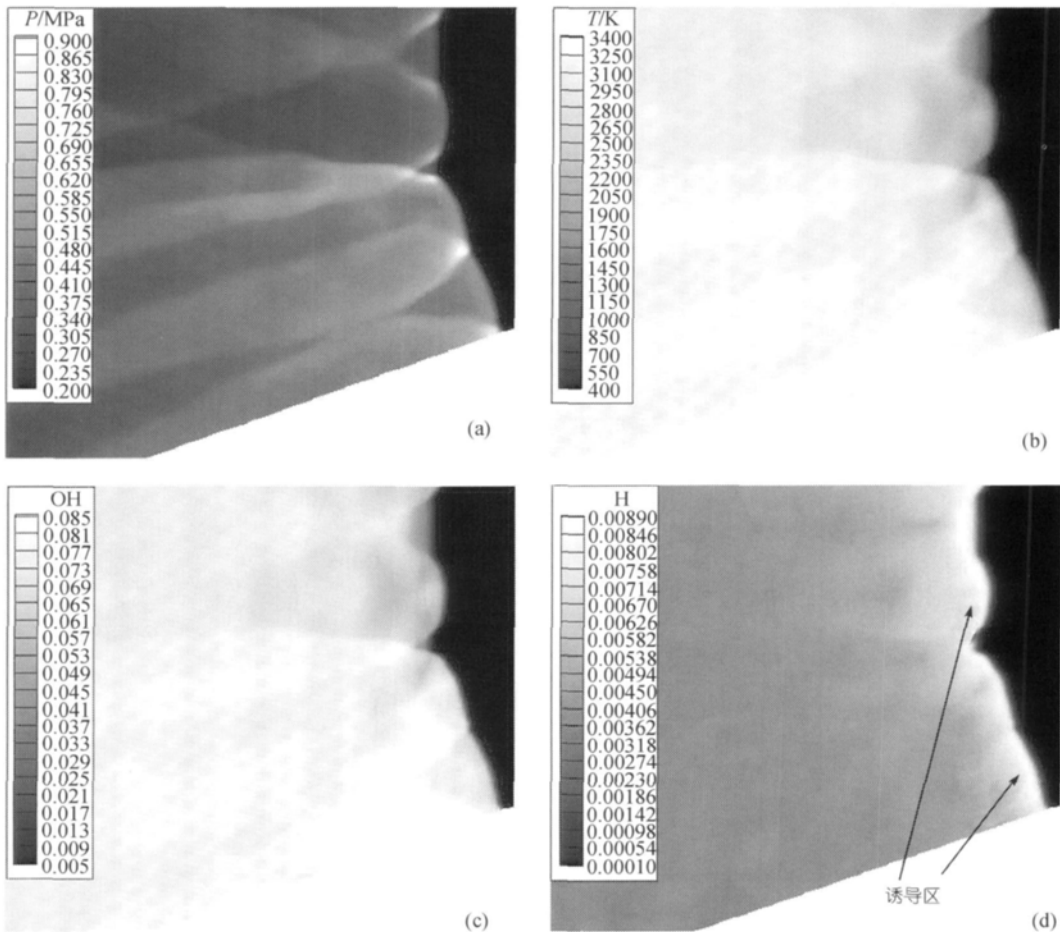


图 6 第三峰值压力产生时流场压力、温度、OH 和 H 质量分数分布

明: 爆轰波在楔面上发生马赫反射后, 反射激波扫过区域的气体压力比入射爆轰波后的区域明显升高, 与入射爆轰波相比, 爆轰马赫杆和横波也相应增强. 图 6(b)和(c)表明横波碰撞点周围区域的温度升高、OH 含量增加, 放热反应程度也加强了. 反应诱导区可以由图 6(d)所示的 H 组分定性地反应出来, 这里入射爆轰波后 H 含量要比爆轰马赫杆后的更多一些, 表明了马赫杆扫过区域的化学反应速率增加, 放热反应加剧, 提高了波后气体温度, 缩短了化学反应诱导区的尺度. 因而, 在三波点碰撞时参加反应气体中未反应组分减少, 所能释放的化学能量降低, 导致爆轰马赫杆上三波点碰撞后的压力降低. 诱导区尺度可由图 7 所示的 H 组分分布曲线更直观地看出来: H 组分反映了燃料解离速率, 其反应长度与爆轰波的诱导反应尺度成正比. 在爆轰马赫杆后 H 的解离反应区的长度为 0.25 mm, 明显小于入射爆轰波的 0.36 mm, 所以爆轰马赫杆诱导的胞格尺度小于入射爆轰波, 这与 Desbordes 的理论分析吻合. 从物理现象分析可知: 爆轰波反射提高了马赫杆后气体的温度和横波强度, 从而提高了横波传播速度, 缩小了爆轰胞格尺度. 另外, 由于楔面影响, 爆轰波后的气体流动改变了方向, 为爆轰马赫杆提供了一个压缩驱动力, 使得一个偏离入射爆轰波状态的过驱爆轰波可以维持稳定传播.

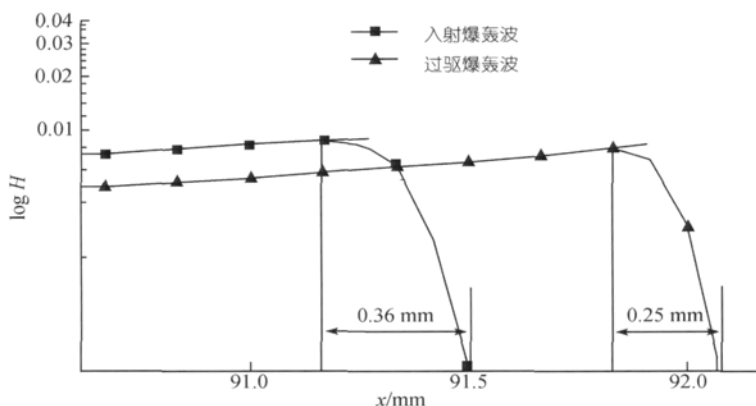


图 7 由 H 组分近似表示的入射爆轰波和过驱爆轰波的反应长度

2.3 爆轰波在扩张管道中传播的胞格分布与发展机制

本文的第三个算例是气相爆轰波在扩张管道中传播, 图 8 给出了具有 20° 扩张角管道中的胞格分布图. 在拐角处向上倾斜的一组畸变胞格明显把爆轰胞格分成两部分, 左上部的胞格未受流动膨胀的影响, 称为入射爆轰波胞格; 右下部的胞格尺度明显增大, 称为绕射爆轰波胞格. 随着爆轰波向下游传播, 扩张段壁面附近的绕射爆轰波胞格逐渐均匀化, 表明绕射爆轰波也达到了稳定状态.

图 9 给出了受稀疏波影响的 4 个连续胞格(由左至右标记为 Cell-4, Cell-5, Cell-6, Cell-7)中心线上不同时刻波阵面压力分布, 有 5 个明显的峰值压力位于这 4 个胞格的端点, Cell-4 两端的压力峰值仍然位于稳定区域内入射爆轰波胞格的顶点, 反映了绕射前爆轰波阵面三波点碰撞产生的压力峰值. 在此之后由于扩张角处稀疏波的影响, 波阵面压力不断下降, 在达到

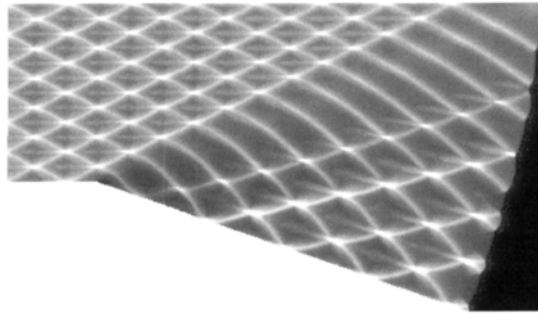


图 8 爆轰波在扩张角 20° 扩张管道中传播的胞格演化

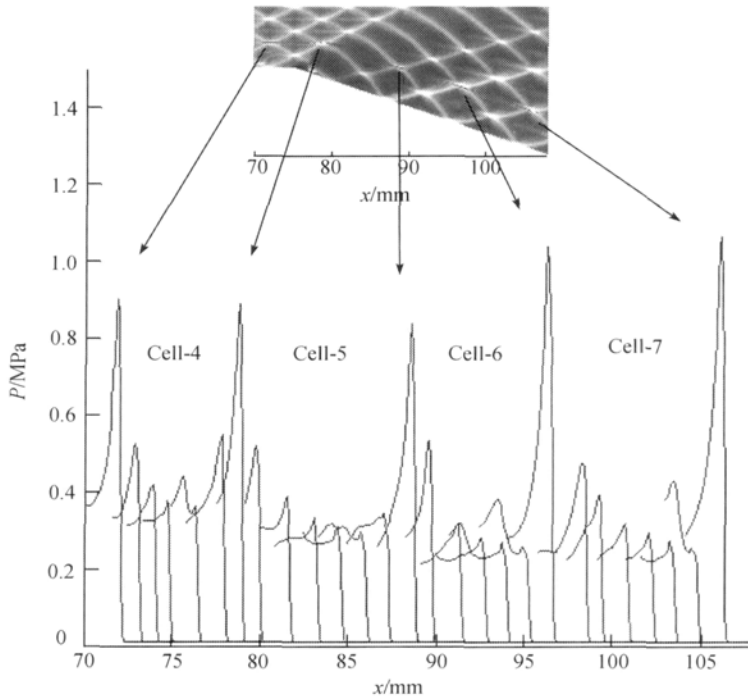


图 9 沿 4 个典型胞格中心线上爆轰波面压力记录曲线

Cell-6 的左端点时出现了较低的第三个压力峰值, 反映了流动膨胀对爆轰波阵面热力学参数的影响. Cell-7 胞格两个顶点的两个峰值压力数值上近似相等, Cell-6 和 Cell-7 中心线上的波阵面压力分布也相似, 由此可知此处绕射爆轰波达到稳定 1. 由于 Cell-6 和 Cell-7 中心线上的波阵面压力分布比 Cell-4 中心线上的波阵面压力分布低, 与入射爆轰波相比可以认为绕射爆轰波是一种稳定的亚驱爆轰波.

比较这些峰值压力可以看出: Cell-7 胞格顶点压力峰值明显大于 Cell-4 的两个峰值压力, 与收缩管道中的结果相比具有相反的变化趋势, 过驱爆轰的降低而亚驱爆轰明显升高. 对应

图 9 中第四个压力峰值产生时刻, 图 10 给出了部分流场的压力、温度和 H 质量分数分布. 由图 10(a) 的压力分布可以看出, 稀疏波作用范围很大, 流场中大部分区域的压力较低. 由图 10(b) 同样可以看出, 靠近绕射壁面气体温度也略有下降. 而图 10(c) 所示的 H 组分和图 6(d) 相比明显升高, 表明这些区域的化学反应速率下降, 能量释放率降低. 因而, 在三波点碰撞时参加反应的气体中未反应组分增加, 所能释放的化学能量提高, 导致三波点碰撞时爆炸强度增加, 峰值压力升高. 可以推论: 在绕射后爆轰波依然能稳定传播的条件下, 第四个峰值压力应该随膨胀角增加而提高, 而 Cell-7 中心线上波面压力分布则随膨胀角增加而降低.

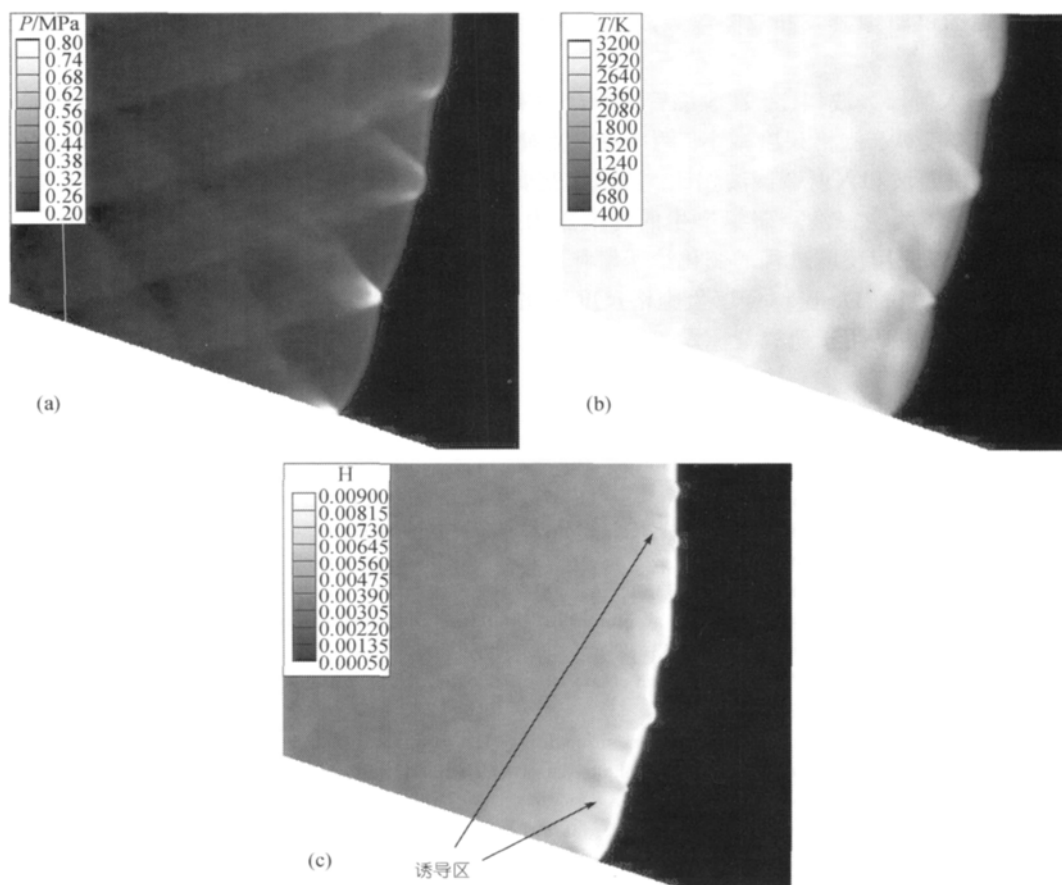


图 10 第四峰值压力产生时流场压力、温度和 H 质量分数分布

由数值模拟结果可以得到绕射爆轰波在扩张段内氢气的解离反应区长度约为 0.46 mm, 比入射爆轰波的 0.36 mm 长, 所以胞格尺度增大一些. 由此可见, Desbordes 所给出的胞格尺度与化学反应区尺度的关系式不仅适用与过驱爆轰, 也适用于亚驱爆轰. 从物理现象分析可知: 爆轰波绕射后, 流动膨胀的影响降低了波后气体的温度和横波强度, 从而降低了横波传播速

度, 增大了爆轰胞格尺度. 另外, 由于壁面扩张不断产生的稀疏波降低了爆轰波的强度, 使得一个偏离正常入射爆轰波状态的亚驱爆轰波可以维持稳定传播. 如果没有稀疏波的持续作用, 这种亚驱爆轰波将慢慢地过渡到入射爆轰波.

3 结论

把爆轰胞格尺度和化学反应区尺度结合起来, 通过考察爆轰波结构和化学反应进程, 本文研究了异常爆轰波在两种变截面管道中的传播过程及其胞格演化规律, 主要结论概括如下:

(i) 爆轰波在收缩和扩张两种变截面管道传播过程中, 由于流动持续压缩和膨胀的影响, 能产生稳定的过驱爆轰波和亚驱爆轰波. 亚驱爆轰胞格中心线上波阵面压力幅值的变化比过驱爆轰波大.

(ii) 与入射爆轰波相比, 在收缩管道中产生的过驱爆轰波结构更强, 波后温度和压力增高, 化学反应速率变快, 胞格尺度减小, 两个三波点碰撞产生的峰值压力反而降低. 在扩张管道中产生的亚驱爆轰波和入射爆轰波相比, 波结构变弱, 波后温度和压力降低, 化学反应速率减慢, 胞格尺度增大, 两个三波点碰撞产生的峰值压力却明显升高. 这些现象和波后化学反应尺度密切相关, 可以应用反应进程的变化给予解释.

(iii) 定性地讲, Desbordes 爆轰胞格尺度和化学反应区尺度关系式给出的趋势不仅适用于分析过驱爆轰, 也适用于研究亚驱爆轰现象.

参考文献

- 1 Fickett W, Davis W C. Detonation. Los Angeles: University of California Press, 1979
- 2 Lee J H S. Dynamic parameters of gaseous detonation. *Ann Rev Fluid Mech*, 1984, 16: 311—336
- 3 Shepherd J E, Pintgen F, Austin J M, et al. The structure of the detonation front in gases. In: *AIAA 40th Aerospace Sciences Meeting*. Reno: AIAA, 2002. AIAA-2002-0773
- 4 Jones D A, Kemister G, Tonello N A, et al. Numerical simulation of detonation re-ignition in H_2-O_2 mixtures in area expansions. *Shock Waves*, 2000, 10: 33—41
- 5 Guo C M, Zhang D L, Xie W. The Mach reflection of a detonation based on soot track measurements. *Combust Flame*, 2001, 127: 2051—2058
- 6 Thomas G O, Williams R L. Detonation interaction with wedges and bends. *Shock Waves*, 2002, 11: 481—492
- 7 Jiang Z, Falcovitz J, Akayama K T. Numerical simulation of detonation in converging chambers. *JSME Int J Ser B-Fluids Therm Eng*, 1997, 40(3): 422—431
- 8 Jiang Z, Zhao W, Wang C. Forward running detonation drivers for high-enthalpy shock tunnels. *AIAA J*, 2002, 40(10): 2009—2016
- 9 Jiang Z, Takayama K, Chen Y S. Dispersion conditions for non-oscillatory shock capturing schemes and its applications. *Comput Fluid Dyn J*, 1995, 2(4): 137—150
- 10 Jiang Z. On the dispersion-control principles for non-oscillatory shock capturing schemes. *Acta Mech Sin*, 2004, 20(1): 1—15
- 11 滕宏辉, 姜宗林. 环形激波和爆轰波会聚过程的气体动力学特性. *中国科学 G 辑: 物理学 力学 天文学*, 2006, 36(2): 189—198
- 12 Desbordes D. Transmission of overdriven plane detonations: Critical diameter as a function of cell regularity and size. *AIAA Prog Astronaut Aeronaut*, 1988, 114: 170—186