

波浪载荷下海床土体孔隙水压的瞬态与 累积响应机理

JENG DongSheng

(School of Civil Engineering, University of Sydney, Sydney NSW 2006, Australia)

SEYMOUR Brian

(Department of Mathematics, University of British Columbia, Vancouver V6Z1Z2, Canada)

高福平* 吴应湘

(中国科学院力学研究所, 北京 100080)

摘要 室内模型实验和现场观测均已发现了波浪引起的海床孔隙水压力存在瞬态和累积两种响应, 已有工作大多只单独研究其中的一种孔隙水压响应机理. 分析得到了波浪诱导残余孔隙水压的理论解答, 并与实验结果进行了比较分析. 在所得理论解的基础上, 进行参量研究, 给出了孔隙水压瞬态和累积响应分析的应用范围. 提出了一种便于工程应用的预测波浪载荷下海床液化势的近似解.

关键词 海床 孔隙水压力 瞬态响应 累积响应 波浪

在复杂的海洋环境下建造海洋平台及铺设海底管道等工程建设中, 波浪载荷引起的海床液化是一个需要着重考虑的海洋岩土工程问题. 文献中关于海床液化的工程实例不胜枚举: 风暴过后的埋设管线浮起^[1]、密西西比三角洲现场监测设施的沉陷^[2]以及日本 Niagata 海岸防波堤倾倒等^[3].

室内模型实验和现场测试均已发现了波浪引起土体内超静孔隙水压的两种动态响应现象: 瞬态响应和累积响应^[4], 如图 1. 孔隙水压的瞬态响应, 也称振荡响应, 是波浪载荷下土体内部动水压力的实时脉动响应, 通常伴有孔隙水压的幅值衰减和相位滞后^[5,6]. 波浪诱导的孔隙水压累积响应, 则是海床土体在波浪循环载荷作用下土骨架压缩引起的残余孔隙水压增减效应,

收稿日期: 2005-08-31; 接受日期: 2006-07-28

国家自然科学基金项目(批准号: 50509022, 10532070)、中国科学院与中国海洋石油总公司“十五”重大合作项目(批准号: KJC-X2-SW-L03)和澳大利亚研究基金会国际合作基金项目(批准号: LX0455606)资助

* 联系人, E-mail: fpgao@imech.ac.cn

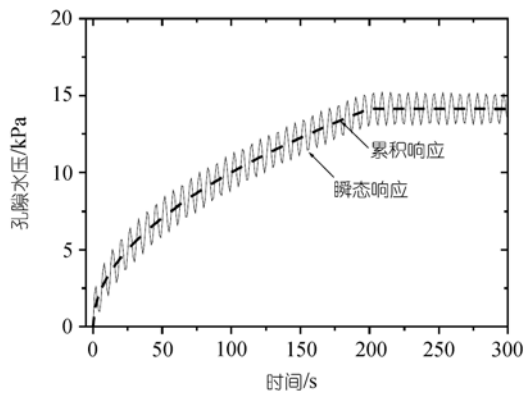


图 1 波浪引起的海床孔隙水压动态响应示意图

这与地震作用下的土体液化类似^[7,8]。

自 20 世纪 70 年代以来, 有关波浪载荷下海床多孔介质动力响应的研究得到了深入开展^[5~8]。但已有的研究工作中, 海床孔隙水压的瞬态响应和累积响应是分开单独考虑的, 两种孔隙水压响应机制的适用范围仍不明晰。到目前为止, 还没有描述残余孔隙水压增长的理论解答。鉴于此, 本文采用拉普拉斯变换法, 推导波浪载荷下海床孔隙水压增长的理论解; 利用已有实验数据对理论模型进行验证分析; 进一步给出两种孔隙水压响应机制的应用范围;

最后, 提出一种便于工程应用的预测波浪诱导海床液化势的近似解。

1 理论描述及解答

考虑波浪与海床动力相互作用的二维平面应变问题, 如图 2。波浪引起的海床多孔介质内部超静孔隙水压力可表示为

$$p(x, z, t) = \tilde{p}(x, z, t) + \bar{p}(z, t), \quad (1)$$

其中 \tilde{p} 代表振荡孔隙水压力, \bar{p} 代表孔隙水压力的时间平均值, 可定义为

$$\bar{p} = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} p dt. \quad (2)$$

为使问题简化, 本文将孔隙水压瞬态响应和累积响应进行解耦近似处理, 如(1)式。到目前为止, 还没有任何一种模型可以考虑孔隙水压瞬态和累积响应两者之间的动力耦合, 也没有模型可准确预测波浪循环载荷作用下土体内部的瞬时剪应力^[10]。本文中仍将对波浪诱导的孔隙水压瞬态和累积响应进行解耦。波浪在海床上传播引起的海床孔隙水压的瞬态响应 ($\tilde{p}(x, z, t)$) 是一个在时间和空间域上的动态变化过程。残余孔隙水压 \bar{p} 则是波浪载荷下海床给定位置处土体内孔隙水压力累积的结果。可见, 残余孔隙水压可看作一维问题, 即 $\bar{p} = \bar{p}(z, t)$ 。

1.1 瞬态孔隙水压

为推导理论解, 作以下假定:

- () 海床为表面水平的均匀多孔介质;
- () 海床土骨架和孔隙水是可压缩的;
- () 土体变形遵循广义胡克定律;

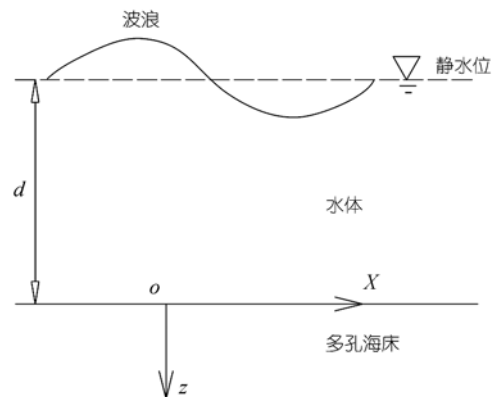


图 2 波浪在海床上的传播

() 线性波浪载荷是唯一的外部载荷.

另外, 本文忽略水体的粘性效应, 即不考虑波浪边界层和海床表面剪切应力. 已有研究表明, 海床表面剪切应力对波浪引起的海床较深部土体超静孔隙水压力的影响甚微^[6].

基于比奥固结方程^[11], 瞬态孔隙水压力可通过求解如下边值问题而得到^[6]:

$$K\nabla^2 \tilde{p} = n_e \beta \gamma_w \frac{\partial \tilde{p}}{\partial t} + \gamma_w \frac{\partial \xi}{\partial t}, \quad (3a)$$

$$G\nabla^2 u + \frac{G}{1-2\mu} \frac{\partial \xi}{\partial x} = \frac{\partial \tilde{p}}{\partial x}, \quad (3b)$$

$$G\nabla^2 w + \frac{G}{1-2\mu} \frac{\partial \xi}{\partial z} = \frac{\partial \tilde{p}}{\partial z}, \quad (3c)$$

其中 u 和 w 分别是海床土体在 x 和 z 方向上的位移, K 为土体渗透系数, n_e 为土体孔隙率, γ_w 为孔隙流体的容重, G 为土体的剪切模量, μ 为土体的泊松比, ξ 和 β 分别为土骨架的体积应变和孔隙介质的压缩性系数, 它们分别定义为

$$\xi = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z}, \quad (4a)$$

$$\beta = \frac{1}{K'} + \frac{1-S}{P_{wo}}, \quad (4b)$$

其中 K' 为水体的真实弹性体积模量, S 为土体饱和度, P_{wo} 为孔隙介质的绝对压力.

多孔海床土骨架的应力应变关系为

$$\sigma'_x = 2G \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\mu \xi}{1-2\mu} \right), \quad (5a)$$

$$\sigma'_z = 2G \left(\frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\mu \xi}{1-2\mu} \right), \quad (5b)$$

$$\tau = G \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right), \quad (5c)$$

其中 σ'_x 和 σ'_z 分别为 x 和 z 方向的有效正应力, τ 为剪切应力.

以上控制方程(3a)~(3c)可在适当的边界条件下进行求解. 首先, 海床表面的孔隙水压力与波浪动压力相等, 而垂向有效应力为零; 由于忽略海床表面的波浪边界层的影响, 床面剪切应力近似为零. 此时, 边界条件可表示为

$$\tilde{p}(x, 0, t) = \frac{\gamma_w H}{2 \cosh kd} \cos(kx + \omega t) = P_b \cos(kx + \omega t), \quad (6a)$$

$$\sigma'_z(x, 0, t) = \tau(x, 0, t) = 0, \quad (6b)$$

其中 H 为波高, d 为水深, k 为波数, $\omega = 2\pi/T$ 为波浪的圆频率, T 为波浪周期, P_b 为海床表面所受波浪动压力的幅值. 另外, 在海床无限深处 ($z \rightarrow -\infty$) 的土体位移和孔隙水压为零, 即

$$u(x, -\infty, t) = w(x, -\infty, t) = p(x, -\infty, t) = 0. \quad (6c)$$

波浪载荷下饱和海床孔隙水压瞬态响应的理论解, 详见文献[9]. 对于无限厚度海床, 瞬态孔隙水压和剪应力值则可表示为

$$\tilde{p} = P_b \exp(-kz) \cos(kx + \omega t), \quad (7a)$$

$$\tau = P_b k z \exp(-kz) \cos(kx + \omega t). \quad (7b)$$

1.2 残余孔隙水压

波浪载荷下均匀各向同性多孔海床的残余孔隙水压值 \bar{p} 可通过求解一维比奥固结方程得到. 一维比奥固结方程可表示为

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial t} = c_v \frac{\partial^2 \bar{p}}{\partial z^2} + f(z), \quad (8)$$

其中 c_v 为土体固结系数,

$$c_v = \frac{2GK(1-\mu)}{\gamma_w(1-2\mu)}; \quad (9)$$

源项 $f(z)$ 可定义为^[10]

$$f(z) = Az \exp(-\lambda z), \quad (10)$$

其中

$$A = \frac{\gamma'(1+2K_o)}{3T} \left(\frac{3P_b k}{\alpha(1+2K_o)\gamma'} \right)^{1/\eta}, \quad (11a)$$

$$\lambda = \frac{k}{\eta}, \quad (11b)$$

$$\gamma' = \gamma_s - \gamma_w, \quad (11c)$$

其中 γ_s 为土体容重, K_o 为土体侧向土压力系数, α 和 η 是与土体相对密度 D_r 相关的经验系数^[12].

初始条件和边界条件分别为

$$\bar{p}(z, 0) = 0, \quad (12a)$$

$$\bar{p}(0, t) = \bar{p}(\infty, t) = 0. \quad (12b)$$

以上初边值问题可通过拉普拉斯变换法进行求解. 所导出的波浪诱导残余孔隙水压的理论解为

$$\bar{p} = \frac{2A}{c_v \lambda^3} \left[1 - \left(\frac{\lambda z}{2} + 1 \right) \exp(-\lambda z) - \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{\exp(-rc_v \lambda^2 t)}{r(r+1)^2} \sin(\sqrt{r} \lambda z) dr \right]. \quad (13)$$

值得注意的是对于土体的较长时间的响应 ($t \rightarrow \infty$), (13) 式中的积分项则可消去. 详细的理论推导可参见附录.

图 3 给出了按本文模型得到的理论解与已有实验数据^[13]的比较. 图中平衡残余孔隙水压 P_{res} 的定义见(14b)式. 从图 3 可看出, 本文得到的理论解与实验数据总体上符合得较好, 其中波浪和海床的参数分别见表 1 和 2. 实验中有限厚度模拟海床的床底边壁效应可能是导致两者之间存在差异的原因.

2 参量分析

本文的主要研究目的之一是探索上述两种孔隙水压响应的适用范围. 为此, 需要对波浪载荷下多孔海床内瞬态孔隙水压幅值和残余孔隙水压幅值进行比较分析.

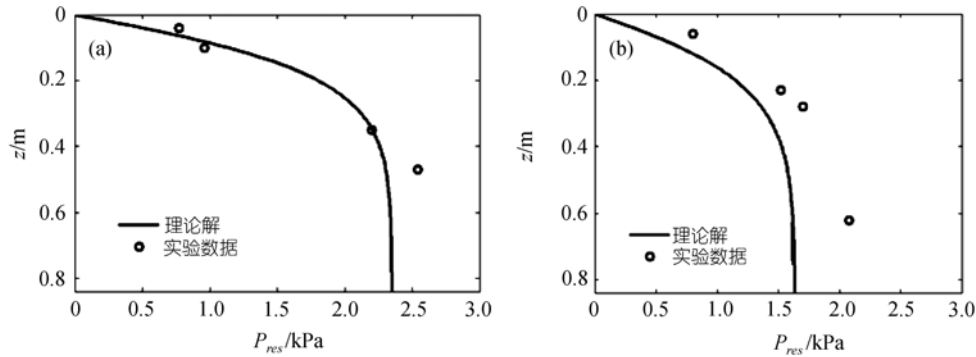


图 3 理论解与实验数据^[13]的比较

表 1 波浪参数

	图 3(a)	图 3(b)
周期 T/s	1.76	2.02
水深 d/m	0.5	0.5
波长 L/m	3.473	4.103
波高 H/m	0.22	0.21

表 2 海床土体参数

海床厚度 h/m	泊松比 μ	孔隙率 n_e	剪切模量 $G/N \cdot m^{-2}$	渗透系数 $K/m \cdot s^{-1}$	土体容重 $\gamma_s/N \cdot m^{-3}$	孔隙流体容重 $\gamma_w/N \cdot m^{-3}$	土体侧压力系数 K_σ	固结系数 c_v	α	η	
0.84	0.49	0.46	5.5×10^5	4.0×10^{-8}	18.2×10^3	9.806×10^3	1.0	0.4	1.165×10^{-4}	0.246	0.165

瞬态孔隙水压幅值 $|\tilde{p}|$ 和平衡残余孔隙水压幅值 $\bar{p}(z, \infty)$ 可表示为

$$P_{osc} = |\tilde{p}| = P_b \exp(-kz), \quad (14a)$$

$$P_{res} = \bar{p}(z, \infty) = \frac{2A}{c_v \lambda^3} \left[1 - \left(\frac{\lambda z}{2} + 1 \right) \exp(-\lambda z) \right]. \quad (14b)$$

为便于比较以上两种孔隙水压响应的影响程度, 定义如下孔隙水压幅值比 ε :

$$\varepsilon = \frac{P_{res}}{P_{osc}}. \quad (15)$$

图 4 给出了 $T = 10$ s 时, 不同 ε 情况下, 波陡 H/L 与相对水深 d/L 之间的临界关系曲线. 曲线下方区域表示孔隙水压的瞬态响应占优, 而曲线上方表示残余孔隙水压(即孔隙水压累积响应)占优. 随着 ε 的增长, 临界曲线将向上移动. ε 的具体取值可依照设计要求而定.

从图 4 可以看出, 当水深和波长一定时, 在波高较大的海况, 孔隙水压的累积效应将更显著; 而在小波高的海况, 孔隙水压瞬态响应则是主要的. 目前, 针对孔隙水压累积效应研究主要基于线性波浪理论^[7,8]. 线性波浪理论在海洋工程的许多问题的分析精度存在不足, 但作为一阶近似的线性理论却可以给工程师提供一些最基本信息.

3 液化势的预测分析

海洋岩土工程师所关心的是, 在复杂的海洋环境载荷下海床产生是否液化, 以及液化发

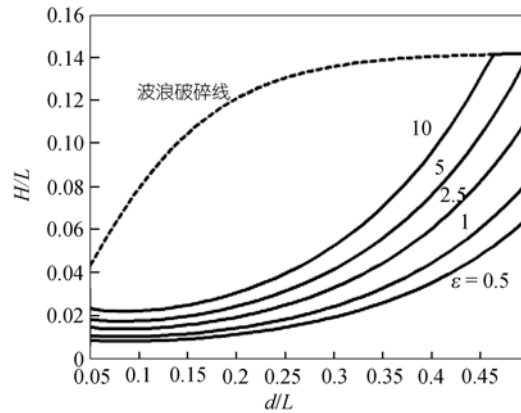


图 4 不同孔隙水压幅值比 ε 情况下, 临界波陡 H/L 与相对水深 d/L 之间的关系曲线

$$n_e = 0.33, \mu = 0.33, K = 10^{-6} \text{ m/s}, G = 5 \times 10^6 \text{ N/m}^2, \alpha = 0.246, \beta = 0.25, c_v = 0.0022, T = 10 \text{ s}$$

生的深度. 土体累积液化的判别标准为

$$\frac{P_{res}}{\sigma'_0} = 1, \quad (16)$$

即

$$\frac{2A}{c_v \lambda^3} \left[1 - \left(\frac{\lambda z}{2} + 1 \right) \exp(-\lambda z) \right] = \frac{(1 + 2K_o)}{3} \gamma' z. \quad (17)$$

其中 σ'_0 为土体有效应力. 假定 λz 为小量, 对 $\exp(-\lambda z)$ 进行泰勒展开, 并保留前 3 项, 则(17)式的解为

$$z = 0, \quad (18a)$$

或

$$z = z_{liq} = \frac{2}{\lambda} \sqrt{\frac{1}{2} \frac{\gamma'(1 + 2K_o)c_v \lambda^2}{6A}}. \quad (18b)$$

只有当 $\frac{1}{2} \frac{\gamma'(1 + 2K_o)c_v \lambda^2}{6A} > 0$ 时, (18b)式才有实际意义; 而当 $\frac{1}{2} \frac{\gamma'(1 + 2K_o)c_v \lambda^2}{6A} < 0$ 时, 方程只有虚根, 此时(18a)式将是(17)式的解, 即土体不发生液化.

基于所得到的理论解(18a)和(18b), 给出预测液化深度的数值算例, 如图5. 在本算例中, 相对水深从浅水情况(如 $d/L = 0.05$)变化到过渡水深情况(如 $d/L = 0.3$). 从图5可以发现, 随着相对水深的增加, 引起土体液化的最大波陡增大, 这将提高土体的液化势; 而最大液化深度随着波陡的增加而增大. 这与图4给出的规律一致, 即波浪诱导的累积液化在较大波高时尤为显著.

4 结论

本文分析得到了波浪载荷下海床孔隙水压累积响应的理论解答, 并与实验结果进行了验证分析. 结合已有的瞬态响应的理论解^[9], 并引入孔隙水压幅值比参数 ε , 比较了孔隙水压瞬

态和累积两种响应分析的应用范围. 参量研究表明, 在浅水和过渡水深海区, 对于波高较大的情况, 孔隙水压的累积响应占优; 而对于波高较小的情况, 孔隙水压的瞬态响应则是主要的.

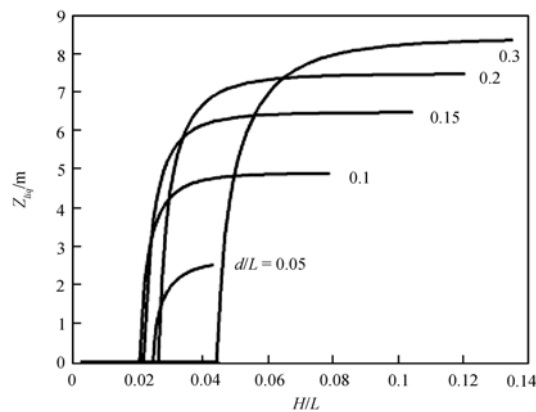


图 5 不同相对水深 d/L 情况下, 最大液化深度 z_{liq} 与波陡 H/L 之间的关系
 $n_e = 0.33$, $\mu = 0.33$, $K = 10^{-6}$ m/s, $G = 5 \times 10^6$ N/m², $\alpha = 0.246$, $\eta = 0.25$, $c_v = 0.0022$, $T = 10$ s

基于所得到的理论解, 进而提出了一种便于工程应用的预测波浪作用下海床最大液化深度的简化公式. 这为海洋岩土工程师提供了一种预测海床液化势的简便有效方法.

参 考 文 献

- 1 Christian J T, Taylor P K, Yen J K C, et al. Large diameter underwater pipeline for nuclear power plant designed against soil liquefaction. In: The 6th Annual Offshore Technology Conference. Houston: Offshore Technology Conference, 1974. 597—606
- 2 Dunlap W, Bryant W R, Williams G N, et al. Storm wave effects on deltaic sediments—results of SEAWAB I and II. In: Port and Ocean Engineering Under Arctic Conditions. Trondheim: Norwegian Institute of Technology, 1979. 2: 899—920
- 3 Miyamoto T, Yoshinaga S, Soga F, et al. Seismic prospecting method applied to the detection of offshore breakwater units setting in the seabed. Coastal Eng Jpn, 1989, 32: 103—112
- 4 Nago H, Maeno S, Matsumoto T, et al. Liquefaction and densification of loosely deposited sand bed under wave pressure variation. In: Proceedings of 3rd International Offshore and Polar Engineering Conference. Singapore: The International Society of Offshore and Polar Engineers, 1993. 578—584
- 5 Yamamoto T, Koning H L, Sellmeijer H, et al. On the response of a poro-elastic bed to water waves. J Fluid Mech, 1978, 87: 193—206
- 6 Jeng D S. Wave-induced seabed response in front of a breakwater. Dissertation for the Doctoral Degree. Perth: The University of Western Australia, 1997
- 7 Seed H B, Rahman M S. Wave-induced pore pressure in relation to ocean floor stability of cohesionless soils. Mar Geotech, 1978, 3: 123—150
- 8 Sumer B M, Cheng N S. A random-walk model for pore pressure accumulation in marine soils. In: Proceedings 9th International Offshore and Polar Engineering Conference. Brest: International Society of Offshore and Polar Engineers, 1999. 521—526
- 9 Jeng D S, Hsu J R C. Wave-induced soil response in a nearly saturated seabed of finite thickness. Geotechnique, 1996, 46: 427—440
- 10 Sumer B M, Fredsoe J. The Mechanics of Scour in the Marine Environment. New Jersey: World Scientific Press, 2002. 445—520
- 11 Biot M A. General theory of three-dimensional consolidation. J Appl Phys, 1941, 12(2): 155—164
- 12 McDough W G, Tsai Y T, Liu P L F. Wave-induced pore water pressure accumulation in marine soils. J Offshore Mech Arctic Eng, 1989, 111: 1—11
- 13 Clukey E C, Kulhawy F H, Liu P L F. Laboratory and Field investigation of Wave-Sediment Interaction. New York: Cornell University, 1983

附录

波浪诱导海床残余孔隙水压的初边值问题可表示为

() 控制方程:

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial t} = c_v \frac{\partial^2 \bar{p}}{\partial z^2} + Az e^{-\lambda z}, \quad (\text{a1})$$

() 边界条件:

$$\begin{aligned} \bar{p}(0, t) = \bar{p}(z, 0) &= 0, \\ \bar{p}(\infty, t) &= 0. \end{aligned} \quad (\text{a2})$$

引入以下无量纲因子:

$$\begin{aligned} \zeta &= c_v \lambda^2 t, \\ P &= \frac{c_v \lambda^3 \bar{p}}{A}, \\ y &= \lambda z, \end{aligned} \quad (\text{a3})$$

则(a1)和(a2)式可写成:

$$\begin{aligned} P_\zeta &= P_{yy} + y e^{-y}, \\ P(0, \zeta) = P(y, 0) &= 0. \end{aligned} \quad (\text{a4})$$

对 ζ 进行拉普拉斯变换:

$$L(P(\zeta, y)) = Q(s, y) = \int_0^\infty e^{-s\zeta} P(\zeta, y) d\zeta, \quad (\text{a5})$$

则

$$\begin{aligned} sQ &= Q_{yy} + \frac{1}{s} y e^{-y}, \\ Q(s, y) &= 0, \\ Q(s, \infty) &= 0, \end{aligned} \quad (\text{a6})$$

(a6)式的解为

$$Q(s, y) = \frac{(ys - y - 2)}{s(s-1)^2} e^{-y} + \frac{2}{s(s-1)^2} e^{-\sqrt{s}y}. \quad (\text{a7})$$

(a7)式可分成如下两部分:

$$\begin{aligned} R(s, y) &= \frac{(ys - y - 2)}{s(s-1)^2} e^{-y}, \\ V(s, y) &= \frac{2}{s(s-1)^2} e^{-\sqrt{s}y}. \end{aligned} \quad (\text{a8})$$

对(a6)和(a7)式分别进行拉普拉斯逆变换, 合并可得到:

$$P(y, \zeta) = 2 \left[1 - \left(\frac{y}{2} + 1 \right) \right] e^{-y} - \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{e^{-r\zeta}}{r(r+1)^2} \sin(\sqrt{r}y) dr. \quad (\text{a9})$$

上式用有量纲的形式表示, 即正文中的(13)式:

$$\bar{p} = \frac{2A}{c_v \lambda^3} \left[1 - \left(\frac{\lambda z}{2} + 1 \right) \exp(-\lambda z) - \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{\exp(-rc_v \lambda^2 t)}{r(r+1)^2} \sin(\sqrt{r} \lambda z) dr \right]. \quad (\text{a10})$$