

文章编号:1000-4939(2007)01-0083-05

不确定边界条件下悬臂梁裂纹参数识别方法研究*

王志华¹ 程载斌² 马宏伟³

(太原理工大学 030024 太原)¹ (中国科学院力学研究所 100080 北京)² (暨南大学 510632 广州)³

摘要:基于 Bernoulli-Euler 梁振动理论,以等效弹簧来模拟裂纹引起的局部软化效应和由非完全固支边界条件引起的转角效应。推导了悬臂梁在不确定边界条件下确定其振动频率的特征方程,直接利用该特征方程,提出一种有效估计裂纹参数的优化方法,通过计算测量频率和理论频率之间的误差目标函数最小化即可识别裂纹参数-裂纹位置和深度。最后,应用两个实例-理想固支边界条件下和非完全固支边界条件下的悬臂梁实验来说明本文方法的有效性。实验结果表明:只需梁结构前三阶频率即可识别裂纹位置和深度。对于理想边界条件下的裂纹参数识别,在测量频率存在小误差情况下,该方法仍能给出比较满意的结果,对于非完全固支边界条件下的裂纹参数识别,利用本文方法能得到比 Narkis 的方法更精确的裂纹位置识别结果。同时本文方法还能给出比较满意的裂纹深度识别结果。

关键词:裂纹;参数识别;悬臂梁

中图分类号: O347.4 **文献标识码:** A

1 引言

各种汽轮机、发电机和其它机器系统中的主轴等大都可以简化为梁结构,由于制造和运行过程中其它原因引起的微裂纹在长时间运行过程中在应力集中、疲劳等诸因素的影响下会不断扩展或增大,从而影响正常生产,甚至造成整个机器的破坏,造成严重的经济损失。如能及时发现裂纹,并对裂纹的位置和损伤程度进行及时评估,对于保证机器安全可靠的运行、提高生产率、延长使用寿命具有重要意义。与传统的检测方法(如声发射、涡流检测、超声波等)相比,振动信号易于提取,容易实现在线监测,对于一些不可见和不开敞部位很容易进行检测,因此,近十几年来,振动监测和诊断技术受到研究者的广泛关注^[1-2]。

到目前为止,梁结构的裂纹参数识别方法,主要有两类模型,即连续柔度模型(continuous flexibility)和局部柔度模型(local flexibility)。在连续柔度模型中^[3],一般是应用广义变分原理,假定裂纹引起的局部应变变化规律,推导得到含裂纹梁的运动微分方程,以此方程来识别裂纹参数。由于局部应变分布衰减率只能由实验和有限元结果来确定,它在实际工程中的应用仍需做进一步的探讨。类似的推导含裂纹梁的运动微分方程的还可见文献^[4-6]。在局部柔度模型中,梁上裂纹可用一扭转弹簧或弹性铰模型^[7-11]表示,弹簧的刚度由应力强度因子计算获得。在悬臂梁裂纹参数识别方法中,研究者大都假定悬臂梁满足固支边界条件,实际上,机器中常用的悬臂梁结构,其支撑刚度不可能是无限大,而且事先是无法知道的,因此有必要研究支撑刚度(边界条件)的变化对裂纹参数识别结果的影响,Stubbs^[12]

* 基金项目:山西省自然科学基金资助项目(20041007);山西省自然科学基金资助项目(20041003)

来稿日期:2005-10-07 修回日期:2006-05-22

第一作者简介:王志华,男,1977年生,博士,太原理工大学应用力学研究所;研究方向——弹塑性动力学结构损伤检测。E-mail:wangzh623@yahoo.com.cn

和 Ju^[13] 在他们的实验中发现, 由于非完全固支边界条件的影响, 测量的含裂纹梁的频率值都小于理论分析频率值。此外, Narkis^[14] 用扭转弹簧模型模拟由非完全固支边界条件引起的转角, 提出一种悬臂梁裂纹位置的识别方法, 但其实验研究表明, 识别的裂纹位置与实际裂纹位置之间仍有较大的误差, 并且该方法不能给出裂纹的深度。

本文用等效弹簧来模拟裂纹引起的局部软化效应, 利用 Khien^[15] 等提出的传递矩阵法, 推导了悬臂梁在不确定边界条件下的确定其振动频率的特征方程, 直接利用该特征方程, 提出一种有效估计裂纹参数的优化方法, 通过计算测量频率和理论频率之间的误差目标函数最小化即可识别裂纹参数。最后, 应用两个实例 - 理想边界条件下和非完全固支边界条件下的悬臂梁实验来说明本文方法的有效性。对含裂纹悬臂梁的实验结果分析表明, 本文提出的裂纹参数识别方法, 理论依据充分, 计算过程简单, 在两种边界条件下都可得到满意的裂纹识别结果。对实际工程中结构的裂纹检测有一定应用前景。

2 理论分析

以含裂纹悬臂梁为例, 考虑裂纹将梁分成两部分, 裂纹可用一扭转弹簧模型表示。假定裂纹的存在对梁质量的分布的影响可不计。将裂纹两侧的梁分别加以考虑, 可以得到含裂纹梁振动的微分方程为

$$EI \frac{\partial^4 y_i(x, t)}{\partial x^4} + A \frac{\partial^2 y_i(x, t)}{\partial t^2} = 0, \quad (i = 1, 2) \quad (1)$$

其中: $i = 1, 2$ 分别表示梁由裂纹分成的左右两部分; EI 表示梁的抗弯刚度; A 为梁单位长度的质量; $y_1(x, t)$ 和 $y_2(x, t)$ 分别表示 AB 段梁和 BC 段梁的横向挠度, 定义两个状态向量

$$\begin{aligned} \tilde{Z}_j^- &= \{ Z_{j1}^-, Z_{j2}^-, Z_{j3}^-, Z_{j4}^- \}^T \\ &= \{ y(x_j - 0), y'(x_j - 0), EI y''(x_j - 0), \\ &\quad -EI y'''(x_j - 0) \}^T \end{aligned} \quad (2a)$$

$$\begin{aligned} \tilde{Z}_j^+ &= \{ Z_{j1}^+, Z_{j2}^+, Z_{j3}^+, Z_{j4}^+ \}^T \\ &= \{ y(x_j + 0), y'(x_j + 0), -EI y''(x_j + 0), \\ &\quad EI y'''(x_j + 0) \}^T, \quad (j = 0, 1, 2) \end{aligned} \quad (2b)$$

$$T_j(\cdot, l_j) = \begin{bmatrix} K_1(l_j) & K_2(l_j)/EI & -K_3(l_j)/EI^2 & K_4(l_j)/EI^3 \\ K_4(l_j) & K_1(l_j) & -K_2(l_j)/EI & K_3(l_j)/EI^2 \\ 2EI K_3(l_j) & EI K_4(l_j) & -K_1(l_j) & K_2(l_j)/EI \\ -EI^3 K_2(l_j) & -2EI K_3(l_j) & K_4(l_j) & -K_1(l_j) \end{bmatrix}$$

其中: $j = 0, 1, 2$ 分别对应梁的固支端、裂纹位置、自由端。对于实际应用中的悬臂梁结构, 由于各种因素影响其固支端支撑刚度不可能是无限大, 而且事先是无法知道的, 我们假定在梁的固定端处存在转角, 用一扭转弹簧模型来描述它, 从而边界条件可写为

$$B_0 \tilde{Z}_0^+ = 0, \quad B_1 \tilde{Z}_1^- = 0 \quad (3)$$

其中

$$B_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

为固支端的等效柔度系数。裂纹所在 B 处, 即

$= L_1/L$ 处有连续条件

$$\tilde{Z}_1^+ = P_1 \tilde{Z}_1^- \quad (4)$$

$$\text{其中 } P_1(\cdot) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \text{ 这里, } \cdot \text{ 表示裂}$$

纹所在部位梁等效成弹簧时的等效柔度系数^[7]

$$= \frac{EI}{K_{eq} l} = \frac{6(1-\nu^2)h^3(\cdot)^2}{l} \quad (5)$$

其中: ν 是泊松比; a 是裂纹深度; h 是梁的高度。当

$a/h = 0.6$ 时

$$(\cdot) = 0.6272 - 1.04533(\cdot) + 4.5948(\cdot)^2 - 9.9736(\cdot)^3 + 20.2948(\cdot)^4$$

由连续梁振动理论知, 含裂纹梁振型可表示为

$$y_i(x) = \sum_{j=1}^4 C_j K_j(\tilde{x}), \quad (i = 1, 2) \quad (6)$$

其中: $i = 1, 2$, 分别表示梁的左、右两段; 频率的无量纲参数 $\omega^4 = A^2/EI$; $\tilde{x} = x - x_{j-1}$;

$$K_1(x) = 1/2(\cosh x + \cos x),$$

$$K_2(x) = 1/2(\sinh x + \sin x),$$

$$K_3(x) = 1/2(\cosh x - \cos x),$$

$$K_4(x) = 1/2(\sinh x - \sin x);$$

$C_j (j = 1, 2, 3, 4)$ 为待定常数, 可通过 $\tilde{x} = 0$ 代入方程(6)得到。方程(6)用状态向量 \tilde{Z}_{j-1}^+ 可表示为

$$y_i(x) = K_1(\tilde{x}) Z_{j-1,1}^+ + K_2(\tilde{x}) Z_{j-1,2}^+ - K_3(\tilde{x}) Z_{j-1,3}^+ / EI^3 + K_4(\tilde{x}) Z_{j-1,4}^+ / EI^3 \quad (7)$$

从而, 可得到每部分梁状态向量的矩阵表达式,

$$\tilde{Z}_j^- = T_j \tilde{Z}_{j-1}^+, \quad (j = 1, 2) \quad (8)$$

其中

上式中, $l_j = x_j - x_{j-1}$ 。通过上面的分析,我们能得到梁固支端和自由端之间的传递关系为

$$\tilde{Z}_2 = T_2 P_1 T_1 Z_0 = Q\tilde{Z}_0^+ \tag{9}$$

上式代入边界条件(3),有

$$A\tilde{Z}_0^+ = 0 \tag{10}$$

其中 A 为 4 × 4 矩阵

$$A = \begin{bmatrix} B_0 \\ B_l Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & - & 0 \\ Q_{31} & Q_{32} & Q_{33} & Q_{34} \\ Q_{31} & Q_{32} & Q_{33} & Q_{34} \end{bmatrix} \tag{11}$$

由代数方程有非零解的条件,即系数行列式的值为零,可得到计算裂纹梁振动频率的特征方程。如引入参数 $\alpha = L$, $\beta = L_1/L$,在给定梁的边界条件下,经整理得

$$\det A = 1 + \cos \cosh - F(\alpha, \beta, \omega) = 0 \tag{12}$$

式中

$$F(\alpha, \beta, \omega) = (\sin \cosh - \sinh \cos) + 0.5 \{ \cosh(\alpha) \cosh[\beta(1 - \alpha)] \sin(\alpha - \beta) - \cosh(\alpha) \sin(\alpha) + \cosh[\beta(1 - \alpha)] \sin[\beta(1 - \alpha)] - \cos(\alpha) \sinh(\alpha) \cos[\beta(1 - \alpha)] + \cos(\alpha) \sinh(\alpha) - \cos[\beta(1 - \alpha)] \sinh[\beta(1 - \alpha)] \} - 0.5 \alpha^2 \{ \sinh(\alpha) \cdot [\cos \sinh(1 - \alpha) - \sin \cosh(1 - \alpha) + \sin(\alpha)] + \sin(\alpha) [\cosh \sin(1 - \alpha) - \sinh \cos(1 - \alpha) + \sinh(\alpha)] \}$$

此特征方程中任给定参数中的两个,只需求解 4 × 4 的行列式,可计算剩余参数的数值。与文献[4]需解 8 × 8 的行列式相比,分析计算工作量要小的多。当 $\beta = 0$ 时,方程(12)简化为悬臂梁振动的特征方程 $1 + \cos \cosh = 0$ 。当 $\alpha = 0$ 时,方程(13)简化为理想边界条件下含裂纹悬臂梁振动的特征方程。而当 $\alpha = 0$ 时,该方程简化为非完全固支边界条件下悬臂梁振动的特征方程。从方程(12) 我们能看到由于 α 和 β 耦合项的存在,在裂纹较深或固定端刚度较小的情况下,显然不应该忽略该项对裂纹识别的影响。

3 反问题 —— 裂纹参数的识别

3.1 裂纹参数识别方法

从以上的分析知,对于梁和板等弹性体,裂纹对各阶频率变化的影响程度可简化为仅与裂纹的位置与深度有关,因此可以根据各阶频率的变化的特征来判断裂纹的位置及其大小。特征方程(12) 是裂纹位置、裂纹深度和频率参数的隐函数,构造如下目标

函数

$$l(\alpha, \beta, \omega) = \sum_i (1 + \cos^d \cosh^d - F(\alpha, \beta, \omega))^2 \tag{13}$$

其中 d 表示实验测量频率对应的频率参数。本文认为,在使得三阶频率值同时取得最小值的裂纹参数为真实的裂纹参数,也就是说当裂纹参数使得方程(13) 取得最小值时的裂纹参数为真实的裂纹参数。这样,裂纹参数识别问题就转化为寻找该目标函数的最小解,即

$$\tilde{l}(\alpha, \beta, \omega) = \min l(\alpha, \beta, \omega) \tag{14}$$

3.2 理想边界条件下悬臂梁实验

实验选用横截面为矩形的悬臂梁,其长 × 宽 × 高为,500mm × 46mm × 10mm,实验分两组,第一组在距离固定端 $L_1 = 125\text{mm}$ 的位置(裂缝位置参数 $\alpha = x/l = 0.25$) 预制裂缝,裂缝宽度为 0.5mm,裂缝相对深度 a/h 分别为 0.25,0.4。第二组分别在距离固定端的 $L_1 = 200\text{mm}, 250\text{mm}, 375\text{mm}$ 位置(裂缝位置参数 $\alpha = x/l = 0.4, 0.5, 0.75$) 预制裂缝,裂缝宽度为 0.5mm,裂缝相对深度为 $a/h = 0.25$ 。以此裂缝来模拟悬臂梁振动过程中不会发生闭和的裂纹。也就是认为裂纹在交变应力作用下,不会出现任何闭合状态,对梁的刚度消弱可认为是与变形无关的常量。利用谐振方法测量无裂纹和含裂纹两种条件下悬臂梁振动的固有频率,结果如表 1 所示。

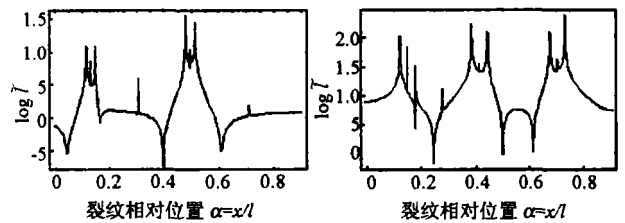


图 1 目标函数

$\log l(a)$ 识别结果

$x/l = 0.4, a/h = 0.25$

图 2 应用 4 阶频率目标函数

$\log l(a)$ 识别结果

$x/l = 0.25, a/h = 0.4$

利用式目标函数(14) 对上述实例进行计算,图 1 所示为表 1 中算例 1 利用前三阶频率的识别结果对裂纹位置的识别结果,图中目标函数给出了几个极小值点,但很清楚最小值指示了裂纹位置。但图 2 为算例 2 利用前四阶频率的识别结果,虽然从最小值仍然可以给出了较为准确的识别结果,但其指示效果已经明显降低,甚至造成误判的后果。这说明引入高阶频率的目标函数将可能产生不规则的变化(有多个极小值),如果再考虑噪声等因素的影响,可

能得到错误的识别结果。表 1 中所有算例的识别结果如表 2 所示。其中算例 1 和算例 2 为同一裂纹位置不同裂纹深度时目标函数的识别结果,虽然识别的裂纹位置基本相同,但这并不影响其对裂纹深度的识别,误差都小于 0.02。表明该目标函数不仅对裂纹位置敏感,而且对裂纹深度同样敏感。算例 7 和算例 8 为实验测量频率存在较小误差和较大误差两种情况下的识别结果。显然,频率存在较小误差情况

下,该目标函数仍能给出满意的结果,但在误差较大情况下,已不能给出准确的裂纹位置,但仍可为更精确的局部探测给出大致范围。因而,在工程实际应用中,应尽可能给出比较准确的频率值,以使识别结果更为精确和可靠。以上的实践分析表明:本文提出的方法,理论推导简单,计算精度高,只需结构的前三阶频率,就可确定含裂纹梁上裂纹深度和位置参数。

表 1 悬臂梁实验测量频率结果

| 裂纹实例 | 预制裂纹参数 | | 实验测量的振动频率 / Hz | | | |
|------|--------|------|----------------|--------|--------|---------|
| | 相对位置 | 相对深度 | 1 阶 | 2 阶 | 3 阶 | 4 阶 |
| | 无 | 无 | 34.60 | 218.23 | 610.13 | 1198.50 |
| 1 | 0.40 | 0.25 | 34.38 | 216.27 | 609.36 | 1194.21 |
| 2 | 0.25 | 0.40 | 33.35 | 217.04 | 596.97 | 1179.72 |
| 3 | 0.25 | 0.25 | 34.11 | 216.90 | 603.85 | - |
| 4 | 0.50 | 0.25 | 34.50 | 213.10 | 606.98 | - |
| 5 | 0.75 | 0.25 | 34.59 | 216.58 | 600.80 | 1185.73 |
| 6 | 0.25 | 0.40 | 33.31 | 216.59 | 594.32 | - |
| 7 | 0.25 | 0.40 | 32.41 | 216.57 | 590.84 | - |

3.3 非完全固支边界条件下悬臂梁实验

我们用 Narkis^[8] 的非完全固支边界条件下的悬臂梁实验结果来验证本文提出的方法,其长 \times 宽 \times 高为,200mm \times 30mm \times 3mm,在距离固定端 $L_1 = 40$ mm 的位置(裂纹位置参数 $= x/l = 0.2$)加工一切口来模拟悬臂梁的裂纹。通过螺栓松紧来控制

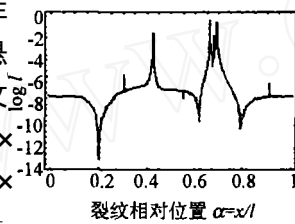


图 3 目标函数 $\log \tilde{f}(f)$ 识别结果 $x/l = 0.2, a/h = 0.067$

固支端的边界条件,实验测得的无裂纹和含裂纹(非完全固支边界条件)两种条件下悬臂梁振动的固有频率和识别结果如表 3 所示。采用本文提出的目标函数最小化方法,识别的裂纹位置参数 $= 0.209$,与裂纹在悬臂梁上的实际相对位置相差 0.9%,而用 Narkis 提出的方法识别的结果为 0.22,显然,本文方法能大大提高识别精度,同时本文方法识别的裂纹深度也给出比较满意的结果,而 Narkis 方法不能识别裂纹深度。

表 2 理想边界条件下实验悬臂梁裂纹参数识别结果

| 裂纹实例 | 预制裂纹参数 | | 裂纹参数识别结果 | | | |
|------|--------|------|----------|-------|-------|-------|
| | 相对位置 | 相对深度 | 相对位置 | 识别误差 | 相对深度 | 识别误差 |
| 1 | 0.40 | 0.25 | 0.396 | 0.004 | 0.273 | 0.023 |
| 2 | 0.25 | 0.40 | 0.246 | 0.004 | 0.412 | 0.012 |
| 3 | 0.25 | 0.25 | 0.255 | 0.005 | 0.266 | 0.016 |
| 4 | 0.50 | 0.25 | 0.511 | 0.011 | 0.269 | 0.019 |
| 5 | 0.75 | 0.25 | 0.737 | 0.013 | 0.243 | 0.007 |
| 6 | 0.25 | 0.40 | 0.266 | 0.016 | 0.425 | 0.025 |
| 7 | 0.25 | 0.40 | 0.285 | 0.035 | 0.445 | 0.045 |

表 3 非完全固支边界条件下悬臂梁实验结果

| 预制裂纹参数 | | 实验测量频率 / Hz | | | 本文识别结果 | | Narkis 识别结果 |
|--------|-------|-------------|-------|--------|--------|-------|-------------|
| 相对位置 | 相对深度 | 1 阶 | 2 阶 | 3 阶 | 相对位置 | 相对深度 | 相对位置 |
| - | - | 56.63 | 358.1 | 1015.6 | - | - | - |
| 0.20 | 0.067 | 55.21 | 350.0 | 991.4 | 0.209 | 0.078 | 0.22 |

4 结论及讨论

本文用等效弹簧来模拟裂纹引起的局部软化效应和由非完全固支边界条件引起的转角效应。推导了悬臂梁在不确定边界条件下的确定其振动频率的特征方程,直接利用该特征方程,提出一种有效估计裂纹参数的优化方法,通过分析测量频率和分析频率之间的误差目标函数最小化即可识别裂纹参数。最后,应用两个实例 - 理想固支边界条件下和非完全固支边界条件下的悬臂梁实验来说明本文方法的有效性。主要结论有:将裂纹等效为扭转弹簧的模型对于裂纹参数识别可行;本文方法只需要结构前三阶频率即可识别裂纹参数;在测量频率存在较小误差情况下,存在理想边界条件时,该方法仍能给出满意的结果,对于非理想边界条件,利用本文方法得到的识别结果比 Narkis 的方法更为精确,同时利用本文方法识别得到的裂纹深度精度也较高,这是 Narkis 方法做不到的。尽管本文的方法仅以悬臂梁为例验证了该方法的可行性,由于特征方程不受边界条件的影响,所以本文方法很容易推广应用于其它更为复杂的边界条件下裂纹识别中。

参 考 文 献

- [1] Dimarogonas A D. Vibration of cracked structures - a state of the art reviews [J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 1996, 5: 831-857.
- [2] 马宏伟,杨桂通. 结构损伤探测的基本方法和研究进展[J]. *力学进展*, 1999, 29(4): 513-527.
- [3] Christides S, Barr A D S. One-dimensional theory of cracked Bernoulli-Euler beams [J]. *Int J Mech Sci*, 1984, 26(11/12): 639-648.
- [4] Chondros T G, Dimarogonas A D. Vibration of a cracked cantilever beam [J]. *Transaction of the ASME*, 1998, 120: 742-746.
- [5] Shen M H H, Pierre C. Free vibrations of beams with a single edge crack. *Journal of Sound and Vibration* [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1994, 170, 237-259.
- [6] Carneiro S H S, Inman D J. Comments on the free vibrations of beams with a single-edge crack [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2001, 24(4): 729-737.
- [7] Dimarogonas A D. Dynamic response of cracked rotors. General Electric Co Internal Report [R]. Schenectady NY, 1970.
- [8] Chondros T G, Dimarogonas A D. Identification of cracks in welded joints of complex structures [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1980, 69: 531-538.
- [9] Joshi A, Madhusudhan B S. A unified approach to free vibration of locally damaged beams having various homogeneous boundary conditions [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1991, 147: 475-488.
- [10] Kim J T, Stubbs N. Crack detection in beam-type structures using frequency data [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2003, 259(1): 145-160.
- [11] Yang X F, Swamidasa S J, Seshadri R. Crack identification in vibrating beams using the energy method [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2001, 244(2): 339-357.
- [12] Stubbs N, Osegueda R. Global damage detection in solids experimental verification [J]. *Int J Analyt Exper Modal analysis*, 1990, 5: 81-97.
- [13] Ju F D, Mimovich M E. Experimental diagnosis of fracture damage in structures by the modal frequency method [J]. *J Vibr Acoust Stress Reliability Design*, 1988, 110: 456-463.
- [14] Narkis Y, Elmalah E. Crack identification in a cantilever beam under uncertain end conditions [J]. *Int J Mech Sci*, 1996, 38(5): 499-507.

Elastic Properties of the Kelvin Foams with Open-Cells

Xie Lansheng Tong Guoquan Gao Lin

(College of Mechanical & Electrical Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 210016, Nanjing, China)

Abstract : The elastic properties of the Kelvin foams with open-cells were theoretically examined with an improved model taking bending moment, shear force, axial force and equilibrium of axial forces into account. The predicted elastic properties were compared with those obtained by the other theoretical models and the experimental results. It is found that the predicted modulus of ideal Kelvin foams with a Plateau Border coincides reasonably well with the experimental results, and slightly larger than the existing model. The Young's modulus of the foam with the strut of larger second moment of the cross sectional area gets higher than that of the foam with the same relative density and the Poisson's ratio in reverse. The predicted Poisson's ratio for open-cell foams of very low relative density tends to near 1/2.

Keywords: *open cell foam, elastic properties, kelvin foam.*

Computational Simulation to Dynamic Response of Vehicle and Track Coupling System Under Vertical Impact Loading

Li Zhiqiang Zhao Longmao

(Institute of Applied Mechanics, Taiyuan University of Technology, 030024, Taiyuan, China)

Abstract : The dynamic interaction between vehicle and track, which directly constrains the improvement of vehicle speed and load-carrying and also affects railway safety running, is the attractive topic in rail transport system. The full-size finite element model of wheel/track system for C₆₁ wagon is established according to the real geometry shape, material property and boundary condition. The dynamic response of wheel/track system at a rail joint is analyzed with the nonlinear dynamic analysis code LS-DYNA3D. It is demonstrated the vertical impact force between wheel and rail gets twice as the static wheel load and approximately coincides with experimental one.

Keywords: *vehicle/track coupling system, impact loading, finite element method, computer simulation, dynamic response.*

Identification of Crack Parameters in Cantilever Beam Under Uncertain end Conditions

Wang Zhihua¹ Cheng Zaibin² Ma Hongwei³

(Institute of Applied Mechanics, Taiyuan University of Technology, 030024, Taiyuan, China)¹

(Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences 100080, Beijing, China)²

(College of Science & Engineering, Jinan University, 510632, Guangzhou, China)³

Abstract : The local softening effect at the crack location can be simulated by an equivalent spring connecting the two segments of the beam. Similar to the modeling of crack, the non-perfectly rigid clamp is also

simulated by a torsional spring of unknown stiffness. Combined with the Bernoulli-Euler theories of beam, the present model is applied to derive the characteristic equation of the cantilever beam under uncertain end conditions. Based on this characteristic equation, the accurate crack identification method is developed to identify the location and the depth of the crack by minimizing the difference between the analytical and experimental frequencies only with the first three natural frequencies of the test. The proposed approach is verified by two cantilever beam experiments under ideal boundary conditions and uncertain end conditions, and the approach presented here is suitable for crack identification in engineering even if small frequency measuring errors exist.

Keywords: *crack, parameter identification, cantilever beam.*

Multiscale Inversion of Wave Equation in Fluid-Saturated Porous Media

Zhang Xinming Liu Kè'an Liu Jiaqi

(Harbin Institute of Technology, 150001, Harbin, China)

Abstract: The wavelet multiscale method is applied to the inversion of porosity in the fluid-saturated porous media. The inverse problem is decomposed into multiple scales with wavelet transform and hence the original inverse problem is re-formulated as a set of sub-inverse problem corresponding to different scales and solved successively according to the size of scale from the smallest to the largest. On each scale, Regularization Gauss-Newton method is carried out until the optimum solution of original inverse problem is found. The numerical simulations demonstrate the convergency within a wide region of this method to outperform the conventional Regularization Gauss-Newton method.

Keywords: *fluid-saturated porous media, wavelet multiscale method, porosity, inversion, regularization gauss-newton method, wavelet finite element method.*

Symmetry-Breaking Bifurcation of Double-Well Duffing-Van der pol System with Bounded Random Parameter

Sun Xiaojuan^{1,2} Xu Wei¹ Ma Shaojuan¹ Xie Wenxian¹

(Department of Applied Mathematics, Northwestern Polytechnical University, 710072, Xi'an, China)¹

(Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 100083, Beijing, China)²

Abstract: Symmetry-breaking bifurcation in a double-well Duffing-Van der pol system with bounded random parameter under harmonic excitations, is investigated. The random system is reduced to its equivalent deterministic one by Chebyshev polynomial approximation, and the response of the stochastic system can be obtained by the deterministic methods. Numerical simulations show that similar to their counterpart in deterministic nonlinear system some symmetry-breaking bifurcation may occur in the stochastic Duffing-Van der pol system, and Chebyshev polynomial approximation is an effective approach in solving dynamical problems of nonlinear system with random parameter.

Keywords: *chebyshev polynomial, Duffing-Van der pol system, symmetry-breaking bifurcation.*