

钝锥高超声速边界层来流感受性数值研究

张玉东^{①*}, 傅德薰^②, 马延文^②, 李新亮^②

① 中国航空气动力技术研究院, 北京 100074;

② 中国科学院力学研究所, 北京 100190

* E-mail: zyd701@sina.com.cn

收稿日期: 2007-10-31; 接受日期: 2008-02-26

国家自然科学基金资助项目(批准号: 10502052, 10632050)

摘要 应用作者所建立的高精度非定常激波装配法, 数值模拟了高超声速条件下, 钝锥绕流快声波来流扰动非定常流场, 研究了钝锥超声速边界层对来流扰动感受性特征, 研究表明, 在各种来流扰动的条件下, 钝锥边界层感受到的主要是声波扰动; 钝锥边界层内扰动模态, 在头部附近是第一模态, 向下游依次转换为第二模态、第三模态; 另外随钝度减小, 边界层内扰动模态的振幅增大, 但有一临界值, 超过临界后反而减小, 并且由于曲率间断的影响, 模态振幅随钝度的变化不再是单调变化的。

关键词

感受性
激波装配法
迎风紧致格式
直接数值模拟
钝锥

高超声速边界层感受性是边界层外部扰动(包括自由来流扰动以及由于壁面粗糙性等原因引起的扰动)进入边界层, 产生边界层内扰动波的过程。感受性是层流流动发生转捩必经阶段的起始阶段, 边界层转捩过程实质上是层流边界层流动对外界扰动的一种非线性反应^[1]。实验研究表明, 在超、高超声速边界层流动中, 来流的小扰动与弓形激波的干扰, 对边界层流动的稳定性及转捩特征有很强影响^[2]。然而, 来流小扰动与高超声速钝体绕流的强弓形激波的干扰使得感受性过程变得十分复杂, 线性稳定性分析理论难以正确给出边界层的扰动特性。因此, 采用数值模拟方法研究钝体边界层流动的感受性机理是边界层转捩研究的关键之一。

采用数值模拟方法研究钝体边界层的感受性问题, 要求数值方法能分辨出时间和空间所需物理量的尺度, 且数值误差不能污染来流小扰动与激波干扰所产生的扰动, 对于来流小扰动与头激波干扰产生扰动波问题, 激波捕捉法的精度就不能满足要求了, 因此高精度格式和激波装配方法, 即将弓形激波作为边界进行精确处理, 是需要的。近年有 Zhong 和 Ma^[2-4]采用激波装配方法研究了抛物外形和平板绕流中边界层的感受性问题, 但飞行器多为球头钝体, 与抛物形钝体相比弓形激波形状有明显差别, 且形成明显的高熵层。另外, 在球头钝体飞行器外形上存在有曲率间断, 为考察高熵层和物形曲率间断对边界层感受性的影响, 为边界层的转

据研究中非稳定波的幅值、频率及相位提供初始条件, 本文采用基于五阶精度迎风紧致格式^[5]和六阶精度的对称格式与三阶精度的 R-K 方法相结合, 建立了高精度非定常激波装配方法. 并用于数值模拟了钝锥高超声速边界层流动的感受性问题.

1 数值方法

为了提高计算精度本文针对可压 N-S 方程, 基于五阶精度迎风紧致格式和六阶精度的对称格式与三阶精度的 R-K 方法相结合, 建立了高精度非定常激波装配方法. 且从弱守恒型非定常特征关系式出发, 建立激波边界条件, 从而避免了激波函数二阶导数量的计算, 提高了计算效率. 采用该方法, 针对钝锥高超声速绕流感受性问题, 研究了来流小扰动与弓形激波干扰对边界层感受过程的影响.

1.1 控制方程

考虑一般曲线坐标系 (ξ, η, ζ) , 其中 $\eta=1$ 为物面边界, $\eta=\eta_{\max}$ 为外边界, 即激波边界, 本文针对钝锥外形, 激波装配过程中, 计算网格只在 η 方向拉伸或压缩变化, 其他方向保持不变. 由直角坐标系 (x, y, z) 变换到曲线坐标系 (ξ, η, ζ) 下 N-S 方程:

$$\frac{\partial(J^{-1}U)}{\partial\tau} + \frac{\partial E'}{\partial\xi} + \frac{\partial F'}{\partial\eta} + \frac{\partial G'}{\partial\zeta} + \frac{\partial E'_v}{\partial\xi} + \frac{\partial F'_v}{\partial\eta} + \frac{\partial G'_v}{\partial\zeta} = 0,$$

其中

$$E' = \frac{E\xi_x + F\xi_y + G\xi_z + U\xi_t}{J}, \quad F' = \frac{E\eta_x + F\eta_y + G\eta_z + U\eta_t}{J}, \quad G' = \frac{E\zeta_x + F\zeta_y + G\zeta_z + U\zeta_t}{J},$$

$$E'_v = \frac{E_v\xi_x + F_v\xi_y + G_v\xi_z}{J}, \quad F'_v = \frac{E_v\eta_x + F_v\eta_y + G_v\eta_z}{J}, \quad G'_v = \frac{E_v\zeta_x + F_v\zeta_y + G_v\zeta_z}{J}.$$

本文动网格计算中, η_t 和 $\partial(J^{-1})/\partial t$ 不为零.

1.2 激波装配关系式

运动激波的前后关系式:

$$\rho_1(\mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{n} - z) = \rho_2(\mathbf{v}_2 \cdot \mathbf{n} - z),$$

$$p_1\mathbf{n} + \rho_1\mathbf{v}_1(\mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{n} - z) = p_2\mathbf{n} + \rho_2\mathbf{v}_2(\mathbf{v}_2 \cdot \mathbf{n} - z),$$

$$\rho_1 E_1(\mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{n} - z) + p_1\mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{n} = \rho_2 E_2(\mathbf{v}_2 \cdot \mathbf{n} - z) + p_2\mathbf{v}_2 \cdot \mathbf{n},$$

其中 $p, \rho, \mathbf{v}, z, \mathbf{n}$ 分别代表压力、密度、直角坐标系 (x, y, z) 上的气流速度、激波速度和激波法向矢量, 下标 1 和 2 分别表示激波前、后参数.

在激波边界上, 补充沿 η 方向左特征相容关系式: 沿 η 方向特征矩阵

$$B = \frac{\partial E}{\partial U}\eta_x + \frac{\partial F}{\partial U}\eta_y + \frac{\partial G}{\partial U}\eta_z + \eta_t,$$

其特征值分别为

$$\begin{aligned} & (u\eta_x + v\eta_y + w\eta_z + \eta_t), \dots, (u\eta_x + v\eta_y + w\eta_z + \eta_t), \\ & (u\eta_x + v\eta_y + w\eta_z + \eta_t - c\sqrt{\eta_x^2 + \eta_y^2 + \eta_z^2}), \\ & (u\eta_x + v\eta_y + w\eta_z + \eta_t + c\sqrt{\eta_x^2 + \eta_y^2 + \eta_z^2}), \end{aligned}$$

其中 c 为声速, 取特征值 $u\eta_x + v\eta_y + w\eta_z + \eta_t + c\sqrt{\eta_x^2 + \eta_y^2 + \eta_z^2}$ 的左特征向量:

$$I_L = \begin{bmatrix} \frac{\gamma-1}{2c}(u^2 + v^2 + w^2)\sqrt{\eta_x^2 + \eta_y^2 + \eta_z^2} - (u\eta_x + v\eta_y + w\eta_z) \\ \eta_x - \frac{\gamma-1}{c}u\sqrt{\eta_x^2 + \eta_y^2 + \eta_z^2} \\ \eta_y - \frac{\gamma-1}{c}v\sqrt{\eta_x^2 + \eta_y^2 + \eta_z^2} \\ \eta_z - \frac{\gamma-1}{c}w\sqrt{\eta_x^2 + \eta_y^2 + \eta_z^2} \\ \frac{\gamma-1}{c}\sqrt{\eta_x^2 + \eta_y^2 + \eta_z^2} \end{bmatrix}^T;$$

沿 η 方向特征相容关系式:

$$\begin{aligned} I_L \cdot \left[\frac{\partial U}{\partial \tau} + \left(\frac{\partial E}{\partial U}\eta_x + \frac{\partial F}{\partial U}\eta_y + \frac{\partial G}{\partial U}\eta_z + \eta_t \right) \frac{\partial U}{\partial \eta} + \frac{\partial E}{\partial \xi}\xi_x + \frac{\partial F}{\partial \xi}\xi_y + \frac{\partial G}{\partial \xi}\xi_z + \frac{\partial U}{\partial \xi}\xi_t \right. \\ \left. + \frac{\partial E}{\partial \zeta}\zeta_x + \frac{\partial F}{\partial \zeta}\zeta_y + \frac{\partial G}{\partial \zeta}\zeta_z + \frac{\partial U}{\partial \zeta}\zeta_t + \frac{\partial E_v}{\partial \eta}\eta_x + \frac{\partial F_v}{\partial \eta}\eta_y + \frac{\partial G_v}{\partial \eta}\eta_z \right. \\ \left. + \frac{\partial E_v}{\partial \xi}\xi_x + \frac{\partial F_v}{\partial \xi}\xi_y + \frac{\partial G_v}{\partial \xi}\xi_z + \frac{\partial E_v}{\partial \zeta}\zeta_x + \frac{\partial F_v}{\partial \zeta}\zeta_y + \frac{\partial G_v}{\partial \zeta}\zeta_z \right] = 0, \end{aligned}$$

联立求解上述运动激波关系式和特征相容关系式可以确定激波边界非定常运动的位置及速度, 结合动网格计算技术, 确定控制方程中的 η_t 和 $\partial(J^{-1})/\partial t$, 使非定常可压 N-S 方程封闭可解. 无量纲参数采用来流速度 U_∞ , 球头半径 d , 来流密度 d_∞ , 来流温度 T_∞ 等.

本研究组发展的迎风紧致型差分格式^[1]精度高, 耗散小, 已成功用于湍流转捩等直接数值模拟研究, 本文采用五阶精度迎风紧致格式和六阶精度的对称格式与三阶精度的 R-K 方法相结合, 用于激波装配法非定常流场的数值模拟.

上述非定常激波装配法已应用于二维抛物外形来流感受性问题研究^[6], 得到了结果与文献[3]符合甚好.

2 计算结果

2.1 钝锥定常流场

本文中球钝锥锥角为 10° , 外形及网格如图 1. 来流 $M_\infty = 15$, $Re = 6026$, 采用等温壁条件 $T_w = 193$ K.

一般地, 弓形激波前后理论上应满足涡阶跃条

件^[7]:
$$\omega_{\text{shk}}^*/k^* = u_{t\infty}^* \frac{(1 - \rho_\infty^*/\rho_s^*)^2}{\rho_\infty^*/\rho_s^*}$$

计算结果与上式理论结果符合甚好, 表明本文高精度激波装配法对激波的模拟是有效的.

图 3 给出了流向不同站位, $\rho(du_t/dy_n)$ 量沿物面法向分布, 从图 3 中可以看出 $i = 40 \sim 50$ 附近广义拐点的存在, 这与物面曲率间断有关, 是无黏不稳定性必要条件.

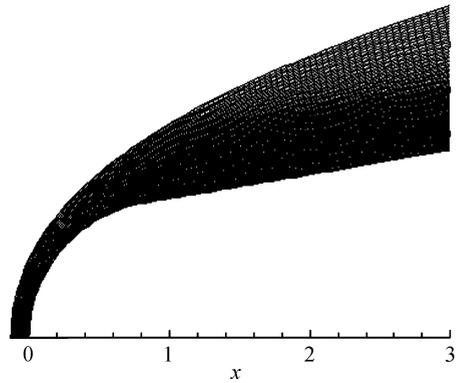


图 1 外形及网格

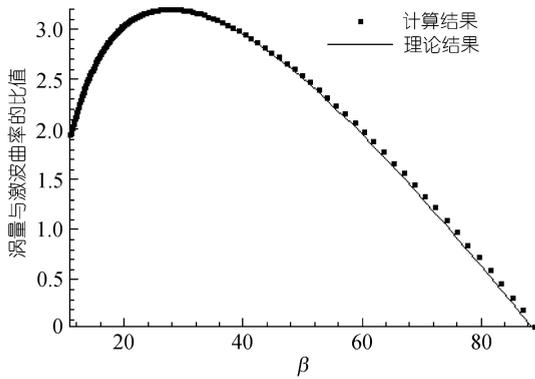


图 2 涡阶跃条件

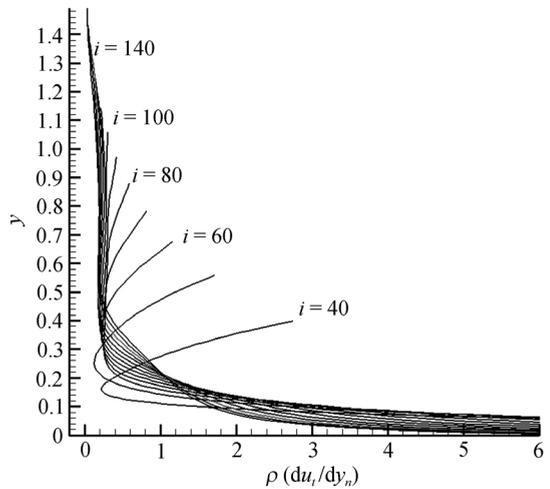


图 3 $\rho(du_t/dy_n)$ 沿物面法向分布

站位 $i = 40, 60, 80, 100, 140$ 分别对应坐标 $x = 0.83, 1.54, 2.36, 3.42, 6.97$

2.2 钝锥高超声速边界层感受性特征

流场网格分布为 160×120 , 来流条件为: $Ma = 15, Re = 6026$, 采用等温壁条件 $T_w = 193 \text{ K}$. 本文来流扰动采用在均匀自由来流上叠加二维平面扰动波^[4], 扰动波有快声波、慢声波、熵波及涡波, 其形式分别为

$$\begin{bmatrix} u' \\ v' \\ p' \\ d' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon \\ 0 \\ \varepsilon/M_\infty \\ \varepsilon M_\infty \end{bmatrix} e^{i\left(kx - \frac{F \cdot Re}{10^6} t\right)}, \quad \begin{bmatrix} u' \\ v' \\ p' \\ d' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon \\ 0 \\ -\varepsilon/M_\infty \\ -\varepsilon M_\infty \end{bmatrix} e^{i\left(kx - \frac{F \cdot Re}{10^6} t\right)},$$

$$\begin{bmatrix} u' \\ v' \\ p' \\ d' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \varepsilon M_\infty \end{bmatrix} e^{i\left(kx - \frac{F \cdot Re}{10^6} t\right)}, \quad \begin{bmatrix} u' \\ v' \\ p' \\ d' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \varepsilon \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} e^{i\left(kx - \frac{F \cdot Re}{10^6} t\right)},$$

其中 $\varepsilon = 5 \times 10^{-4}$, $k = 15$, $F = 2655$ 分别为扰动振幅、波数和频率, x 和 t 分别为轴向位置和时刻.

本文中非定常扰动量定义为: $q'(x, y, t) = q(x, y, t) - Q(x, y)$, 其中 $q(x, y, t)$ 为非定常计算得到的瞬时流场, $Q(x, y)$ 为相同条件下, 来流不加扰动的定常流场. 图 4 显示了来流加入平面快声波扰动时, 钝锥高超声速非定常流动达到时间周期状态后的瞬时速度、压力和涡量的扰动场. 从图 4 中可以看到, 来流扰动波与弓形激波干扰形成的边界层外的扰动波和近壁区内由外扰动波所形成的边界层扰动波, 两种波存在明显差别. 从扰动速度场发现了 3 种边界层内速度扰动模态, 从压力和涡量扰动场可以看出, 激波后的声波扰动很快进入边界层并与边界层内的

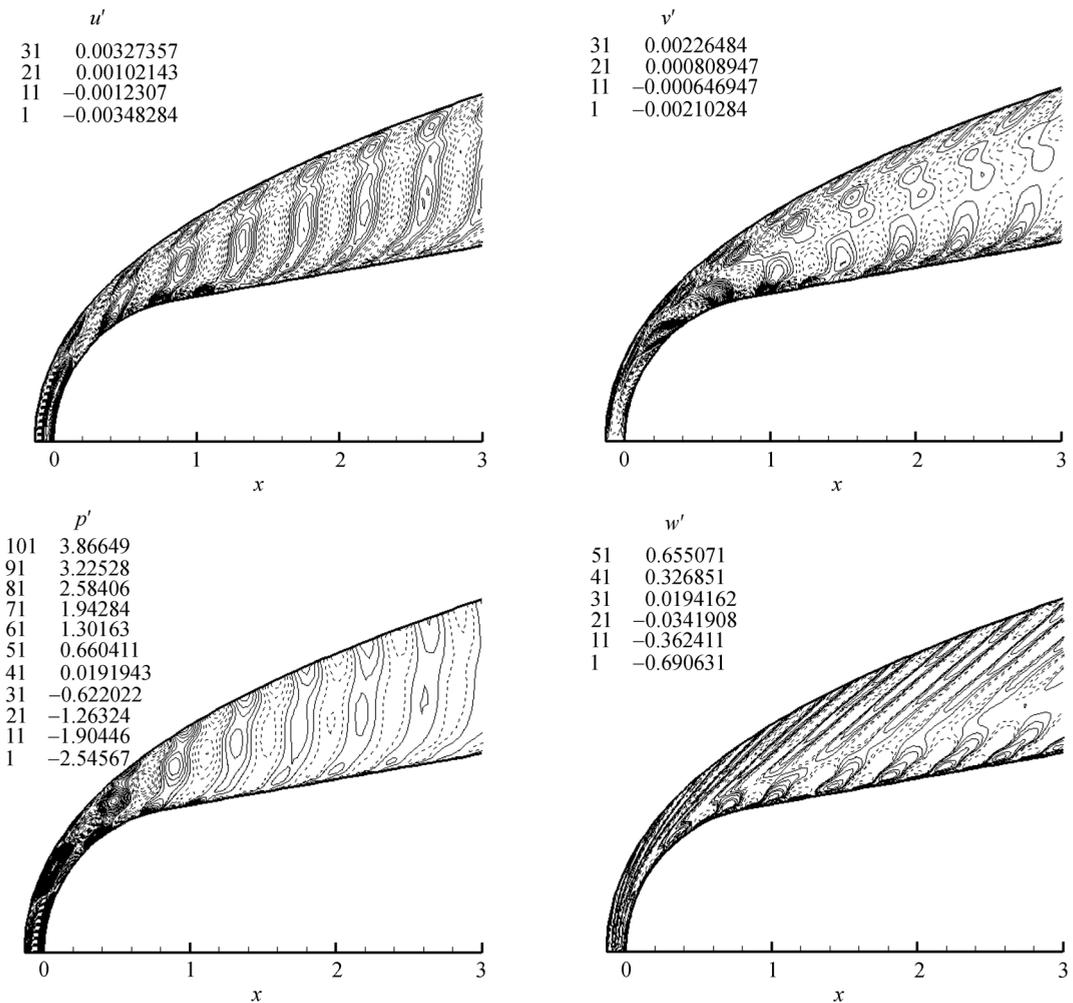


图 4 x 方向速度、 y 方向速度、压力及涡量非定常扰动等值量图

扰动相互作用, 而激波后的涡波扰动主要是随流体向下游传播, 与边界层内的扰动有明显的分界.

因为可压流中任何一种来流扰动与激波干扰将产生 3 种独立的模式^[8]: 声波模式(快声波、慢声波)、熵模态和涡模态(Kovaszny,1953). 本文针对钝锥边界层分别对来流中快声波、慢声波、熵波及涡波扰动的感受性进行了数值模拟. 图 5 显示了在来流中加入快声波、慢声波、熵波及涡波扰动形式下, 钝锥高超声速边界层内的压力、熵、涡量的扰动波的幅值(由扰动变量的 Fourier 变换确定, 参见第 2.3 节)沿流向的分布. 图 5 中显示, 不管来流扰动何种形式, 边界层中感受到的主要是压力扰动即声波扰动(注意, 图 5 中坐标尺度的差异). 边界层内感受到的涡波扰动比声波扰动小一个量级, 熵波扰动更小, 要比声波扰动小 4~5 个量级. 另外, 来流的快声波、慢声波、熵波扰动在边界层中感受到的声波、熵波和涡波振幅接近, 而来流涡波在边界层中感受到的声波、熵波和涡波都较弱. 边界层中所感受到声波振幅的大小依次为: 快声波、熵波、慢声波、涡波.

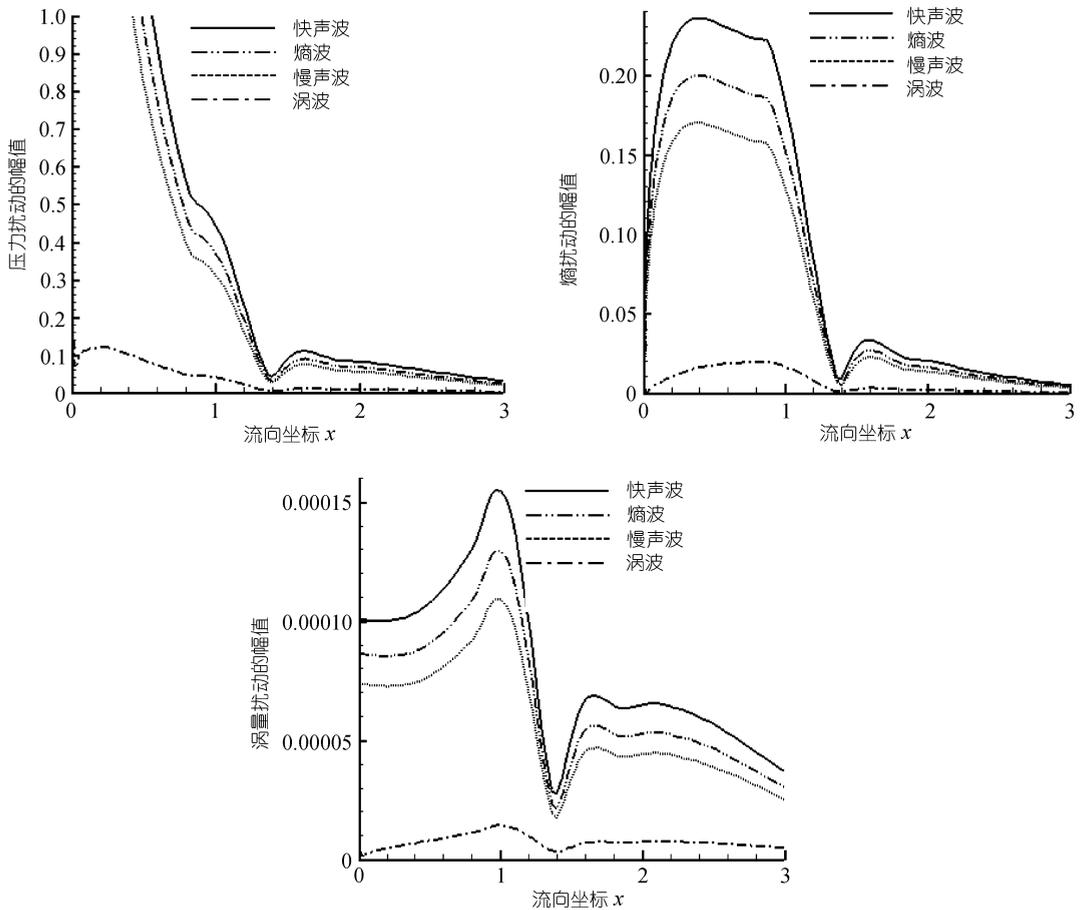


图 5 边界层内的压力、熵、涡量的扰动量的 Fourier 变换的模沿流向的分布

2.3 钝锥高超声速边界层扰动模态特征

本节采用来流快声波扰动条件下的感受性结果进行分析. 为分析钝锥边界层内非定常扰动的波模态, 采用时间 Fourier 分析, 扰动变量 Fourier 变换的实部:

$$q'(x, y, t) = \text{Re} \left(\sum_{n=0}^N |q'_n(x, y)| e^{i[-n\omega t + \phi_n(x, y)]} \right).$$

图6为 Fourier 变换后边界层内不同频率的压力扰动模, 图 6 中显示基频扰动波的模比各个谐波高一个量级, 表明边界层内扰动波主要是基频波.

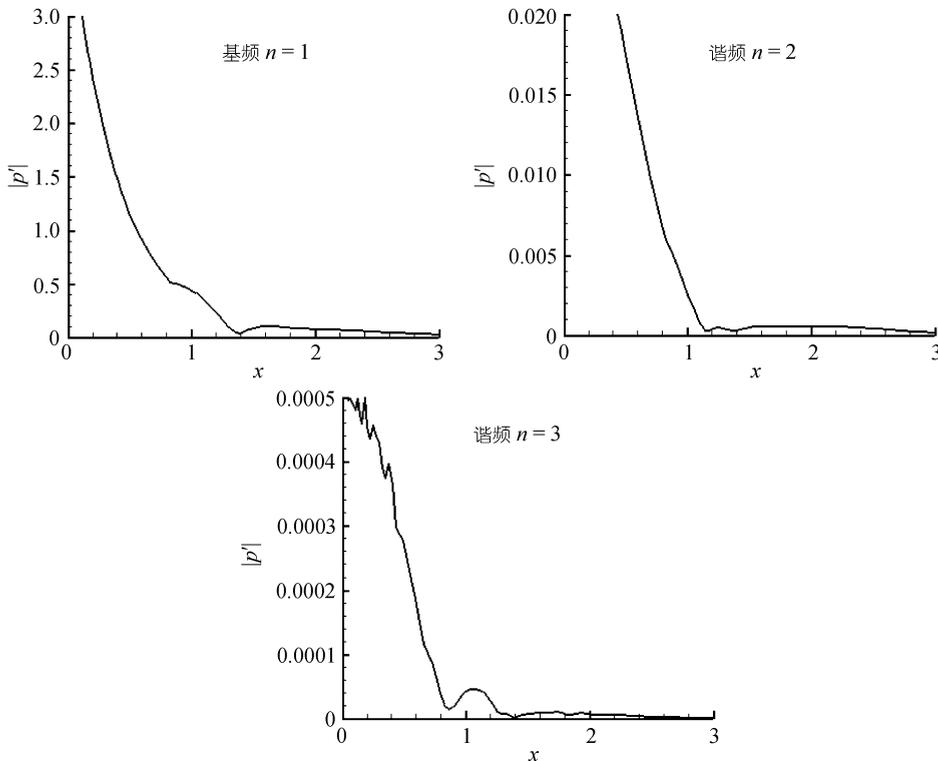


图 6 边界层内压力扰动模(基频 $n = 1$, 谐波 $n = 2, 3$)

本文在分析钝锥高超声速边界层内扰动模态时, 采用 Mack 的模态定义, 即通过压力扰动特征函数的实部零值的个数定义超声速边界层内的第一、第二、第三模态. 图 7 显示了钝锥头部及其下游不同站位上, 边界层内压力扰动特征函数的实部沿物面法线的分布(注意, 图 7 中坐标尺度的差异), 可以看到, 边界层内的扰动模态在钝锥头部是第一模态, 随后逐步过渡到第二模态和第三模态.

图 8 显示了边界层内速度扰动幅值在靠近壁面的某流向网格线上的流向分布, 图 8 中所示, 结合图 4 中等值线分布表明在 $x = 1.2$ 附近出现扰动模态变化, 结合图 7 表明 1.2 之前扰动以第一模态为主, 1.2 之后扰动为以第二模态为主.

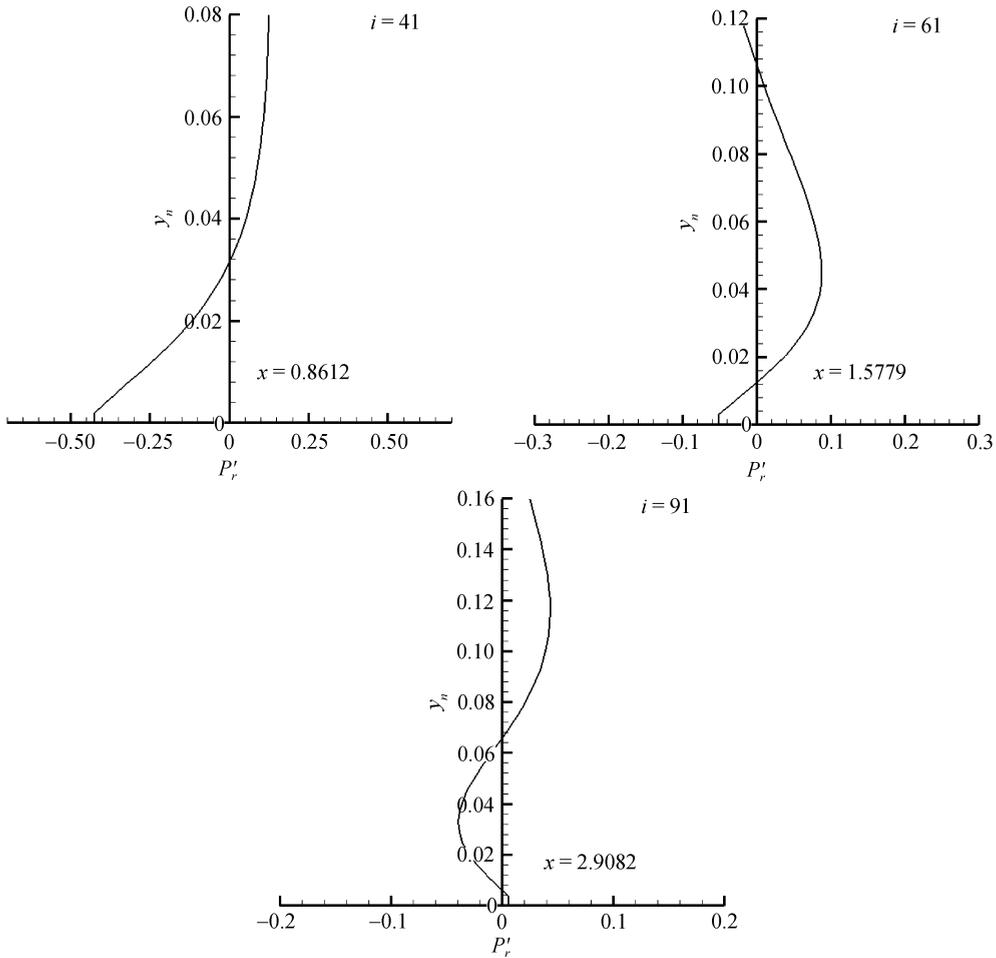


图 7 边界层内压力扰动特征函数的实部沿物面法线的分布

钝锥头部半径为 1, x 为站位位置, 球锥连接处 $x = 0.8264$

2.4 频率的影响

来流扰动参数对感受性过程有明显的影响, 这里给出来流扰动频率对感受性过程影响的部分研究结果.

图9显示了在不同扰动频率的来流快声波条件下, 钝锥边界层内速度扰动 u' 的模沿流向的变化, 分析可知, 随着扰动频率的减小, 边界层内第一模态区范围变大, 第一模态的衰减和第二模态的增强向下游延迟; 扰动的振幅随着扰动频率的减小逐渐增大, 超过某一临界点后随着扰动频率的减小逐渐减小; 由于钝锥球头与身部连接处

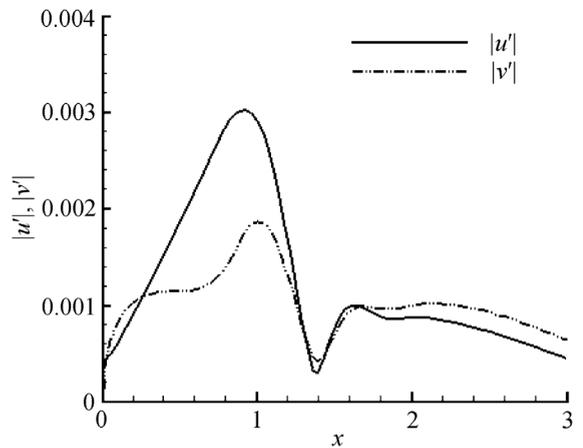


图 8 边界层内速度扰动模沿流向的分布

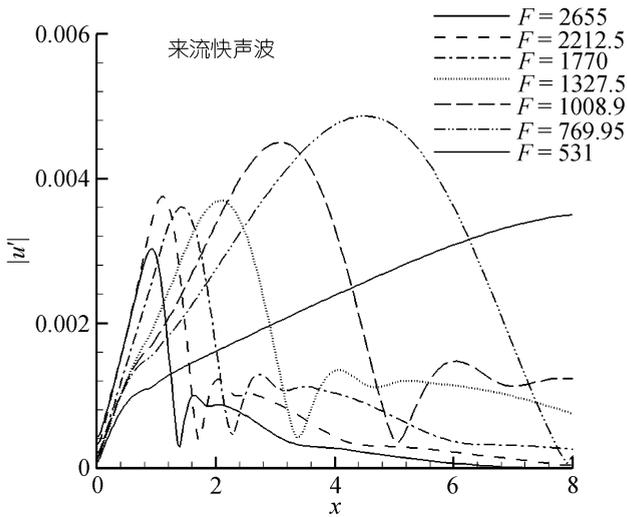


图9 不同频率下边界层内速度扰动模沿流向的变化

换为第二模态、第三模态。

(iii) 随钝度减小, 边界层内扰动模态的振幅增大, 但有一临界值, 超过临界后反而减小。另外由于曲率间断的影响, 模态振幅随钝度的变化不再是单调变化的。

致谢 感谢中国科学院计算机网络信息中心超级计算中心及上海超级计算中心为本文的计算提供机时。

参考文献

- 1 Reshotko E. Hypersonic stability and transition. In: Desideri J A, Glowinski R, Periaux J, eds. Hypersonic Flows for Reentry Problems. Berlin: Springer, 1991. 1: 18—34
- 2 Zhong X L. Leading-edge receptivity to free-stream disturbance waves for hypersonic flow over a parabola. J Fluid Mech, 2001, 441: 315—367
- 3 Ma Y B, Zhong X L. Receptivity of a supersonic boundary layer over a flat plate. Part 1: Wave structures and interactions. J Fluid Mech, 2003, 488: 31—78
- 4 Ma Y B, Zhong X L. Receptivity of a supersonic boundary layer over a flat plate. Part 2: Receptivity to free-stream sound. J Fluid Mech, 2003, 488: 79—121
- 5 Fu D X, Ma Y W, Liu H. Upwind compact scheme and application. In: Proceedings of the 5th International Symposium on Computational Fluid Dynamics. Nagoya: Japan Society of Computational Fluid Dynamics, 1993. 184—190
- 6 张玉东, 傅德薰, 马延文, 等. 高精度非定常激波装配法. 计算物理, 2007, 24(5): 533—536
- 7 Truesdell C. On the curved shocks in steady plane flow of an ideal fluid. J Aero Sci, 1952, 19: 826—828
- 8 Kovaszny L S G. Turbulence in supersonic flow. J Aero Sci, 1953, 20: 657—682

存在曲率间断, 导致边界层内水平速度扰动的振幅随扰动频率的变化不再是单调的。

3 结论

本文应用作者所建立的高精度非定常激波装配方法, 数值模拟了高超声速条件下, 钝锥绕流快声波来流扰动非定常流场, 研究了钝锥超声速边界层对来流扰动感受性特征, 得到以下结论。

(i) 在各种来流扰动的条件下, 钝锥边界层感受到的主要是声波扰动。

(ii) 钝锥边界层内扰动模态, 在头部附近是第一模态, 向下游依次转