

[文章编号] 1001-246X(2002)02-0115-06

# 钝锥绕流流动稳定性分析与转捩预报

刘 宏, 王发民, 刘 嘉, 姚文秀, 雷麦芳

(中国科学院力学研究所, 北京 100080)

[摘 要] 研究了超音速钝锥绕流的稳定性和转捩点预报的数值计算方法, 首先采用 Euler 方程求解钝锥绕流基本流场, 用所得到的物面压力分布作为粘性边界层的外缘压力分布, 给出了基本流场的初值; 然后应用反迭代法与边界层渐近匹配的方法求解了钝锥边界层的稳定性方程, 得到了钝锥边界层转捩数据. 该方法可提高计算精度, 节约计算时间.

[关键词] 钝锥; Rayleigh 迭代; 稳定性; 转捩

[中图分类号] O354.4 [文献标识码] A

## 0 引言

超音速与高超音速钝头体绕流流动, 一直是超音声速流动中最重要、最基本的研究内容之一, 在导弹飞行、航天飞行器再入大气层时的气动热特性研究和设计中占有很重要的位置. 钝锥头部和肩部的物理量变化比较剧烈, 特别是在肩部物型有曲率突变点, 物理现象比较丰富. 同时边界层分离与转捩通常发生在肩部附近, 这会使钝锥产生气动不稳定性, 从而引起钝锥的滚转, 并改变钝锥表面的热流分布. 因此, 钝锥的稳定性分析及转捩预报, 对弹头的热防护、弹头的小型化以及滚控等一系列的技术进步, 有着极其重要的意义.

由于钝锥头部存在很强的激波, 在肩部附近存在膨胀波, 采用直接数值模拟的方法进行转换计算比较困难. 并且由于在很薄的边界层存在很大的熵梯度, 流动的转捩问题比低速流动要复杂得多, 其机理目前有待于深入研究. 关于钝锥的稳定性研究, 国外有部分实验结果已公开发表. Chokani, et al<sup>[1]</sup> 发现钝锥边界层不稳定性具有混合特征, 既含谐第一模态波, 又含谐第二模态波; Kimmel, et al<sup>[2]</sup> 研究了钝锥的钝度对稳定性的影响, 发现钝锥的钝度具有使第二模态波稳定化的作用; Doggett, et al<sup>[3]</sup> 的研究结果表明当有攻角时, 钝锥的高超声速流边界层稳定性发生了变化. 在迎风面径线上, 第二模态波不再为不稳定性的主导波, 而在背风面径线上主导不稳定性的频率显著高于由线性稳定性理论(LST)得到的第二模态波. 目前尚未见到对钝锥物型的稳定性分析

和转捩预报的理论结果. 对于工程上需要的精度, 国外广泛使用的方法是线性稳定性理论和  $e^N$  方法相结合进行转捩预报.

稳定性分析是在基本流动中叠加一个小扰动, 得到描述扰动发展的稳定性方程, 通过对稳定性方程的求解获得流动稳定性的结果. 稳定性方程的数值求解方法包括初值求解法和边值问题的求解方法. Mack<sup>[4]</sup> 应用初值求解方法求解了可压缩边界层问题, Scott<sup>[5]</sup> 等则较早应用两个边界求解了该稳定性方程. 对不可压流动, 临界层在固壁附近, 因而函数展开的方法很有优势, 但对于高超声速流动, 临界层则移向边界层外缘, 以上方法很难发挥作用, 因此求解稳定性方程的迭代算法变得很重要. 本文应用 Malik<sup>[6]</sup> 提出的二阶差分方法求解边值问题为初值, 应用 Rayleigh 反迭代, 结合外边界渐近分析, 较精确地求解了钝锥可压缩边界层稳定性方程.

要获得较好的稳定性分析结果, 基本流场的解要求有比较高的精度, 且需要二阶导数连续, 为此本文采用了边界层方程与 Euler 方程匹配求解的方法, 即以 Euler 方程计算所得的物面压力分布作为粘性边界层的外缘压力分布, 而不是采用通常的牛顿压力修正的方法来计算外缘压力分布.

本文通过对钝锥绕流基本流场和稳定性方程求解, 进行了钝锥绕流的稳定性分析和转捩预报, 得到了可靠的钝锥边界层转捩数据.

## 1 基本方程

本文采用粘性可压缩气体 N-S 方程作为基本的

[收稿日期] 2000-07-10; [修回日期] 2001-02-25

[作者简介] 刘宏(1966-), 男, 山西黎城, 助研, 主要从事计算流体力学方面的研究.

控制方程

$$\left[ \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} \right] = - \frac{1}{\rho} \nabla p + \nabla \cdot [ \mu (\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T) ] + \dots$$

$$\frac{\partial}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) = 0, \tag{2}$$

$$c_p \left[ \frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) T \right] = \nabla \cdot (k \nabla T) + \dots$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) p + \phi, \tag{3}$$

$$p = \mathbf{R} T, \tag{4}$$

这里  $\mathbf{u} = (u, v, w)$  是速度矢量,  $\rho$  是密度,  $p$  是压力,  $T$  是温度,  $\mathbf{R}$  是气体常数,  $c_p$  是比热,  $k$  是热传导系数,  $\mu$  是第一粘性系数,  $\dots$  是第二粘性系数, 粘性耗散项  $\phi$  由下式给出

$$\phi = (\nabla \cdot \mathbf{u})^2 + \frac{1}{2} \mu [ \nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T ] : [ \nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T ] .$$

在高超声速流动中真实气体效应的表面热流效应对流动稳定性产生较大影响, 在本文研究的情况下认为气体为完全气体.

## 2 基本流场求解

为了在国内现有计算条件下求得能够满足稳定性需求的比较准确的基本流场解和它们的一阶二阶导数值, 本文采用了边界层方程和 Euler 方程匹配求解的方法, 即首先进行无粘 Euler 方程的计算, 以取得粘性边界层的外缘压力分布, 而不是采用通常的牛顿压力修正的方法来计算外缘压力分布. 牛顿压力分布的方法在高超声速时的使用效果较好, 在马赫数较小的情况下, 计算结果同直接数值模拟的结果相差比较大.

### 2.1 边界层控制方程

对于轴对称的钝锥, 将直角坐标系下的基本方程转化为贴体的正交坐标系. 设  $x$  为流向坐标,  $y$  为垂直物面的坐标,  $u$  和  $v$  分别代表  $x$  和  $y$  方向的速度, 则钝锥边界层方程可以表述为

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = - \frac{dp}{dx} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial y} \left[ r \mu \frac{\partial u}{\partial y} \right], \tag{5}$$

$$\frac{\partial}{\partial x} (r u) + \frac{\partial}{\partial y} (r v) = 0, \tag{6}$$

$$c_p u \frac{\partial T}{\partial x} + c_p v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial y} \left[ r k \frac{\partial T}{\partial y} \right] + \mu \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \right] + u \frac{dp}{dx}, \tag{7}$$

其中

$$r(x, y) = r_0(x) + y \cos \theta = r_0(x) + r_0(x) \times \dots$$

这里  $r_0(x)$  是锥体在  $x$  处的截面半径,  $\dots$  是物面的切角,  $\dots$  是锥体前沿至坐标点  $(x, y)$  沿物面的长度. 方程在  $x=0$  处存在奇性, 应用 Mangler-Levy-Lees 变换消去奇性并将方程转化为常微分方程.

$$\begin{cases} d \dots = \dots u_e (r_0(x)/L_r)^2 dx, \\ d \dots = [ \dots u_e / (2 \dots)^{1/2} ] (r/L_r) ( \dots / \dots ) dy. \end{cases} \tag{8}$$

这里下标“ $e$ ”表示外边界相应函数值,  $L_r$  为参考长度. 利用式(8), 在  $\dots$  平面上, 边界层控制方程(5)~(7)可以简化为方程组

$$\begin{cases} (cf) + ff + [ \dots / \dots - (f)^2 ] = 2 \left[ f \frac{\partial f}{\partial} - f \frac{\partial f}{\partial} \right], \\ (a_1 g + a_2 ff) + fg = 2 \left[ f \frac{\partial g}{\partial} - g \frac{\partial f}{\partial} \right], \end{cases} \tag{9}$$

其中

$$f = u/u_e, \quad c = (1 + \dots)^2 \mu / \dots u_e, \\ = (2 / u_e) (d u_e / d \dots),$$

$$g = H/H_e, \quad Pr = \mu c_p / k, \quad a_1 = c / Pr,$$

$$a_2 = \frac{(\dots - 1) M^2}{1 + \left( \frac{\dots - 1}{2} \right) M^2} \left( 1 - \frac{1}{Pr} \right) c, \quad M = \frac{u_e}{\sqrt{\mathbf{R} T_e}},$$

式中  $\dots$  是表示压力梯度的函数,  $H$  是焓,  $M$  和  $Pr$  分别表示 Mach 和 Prandtl 数.

本文采用四阶紧致格式和牛顿叠代法相结合的方法求解方程组(9).

### 2.2 Euler 方程的求解

对于 Euler 方程的求解, 我们采用了改进 NND 格式的有限体积法<sup>[7]</sup>. 该格式具有较好的环向对称性, 同时该方法的时间步长可以取得较大, 过激波基本不产生震荡.

### 2.3 基本流场计算结果

本文采用的算例为头部半径 1 cm, 长 6 个头部半径的钝锥. 来流马赫数 3.5, 绝热壁面, 来流静温 200 K. 在这种头部比较短、来流速度比较大、又没有背风面的情况下, 边界层是极薄的, 粘性的影响也很小, 故不必进行粘性修正. 在马赫数比较低的情况下, 头部的温度也比较低, 用 Euler 方程解出的物面流线可以看作是等熵线, 避免了高超声速时的熵层修正. 此方法同求解 N-S 方程的方法相比, 计算量较小. 在高马赫数的情况下, 熵层对不稳定性有很大影响, 若还采用本文的无粘解和边界层联合求解的方法, 必然带来较大的误差, 应该采用 N-S 方程求解全流场的方法, 如果要保证相同的精度, 该方法在计算

量是巨大的。

驻点压力的计算结果为 16.30,与公式给出的 16.24 极为接近.图 1 给出了钝锥绕流流场中压力分布的计算结果.从图中可以看出数值计算结果很好地反映了流动的物理图像.

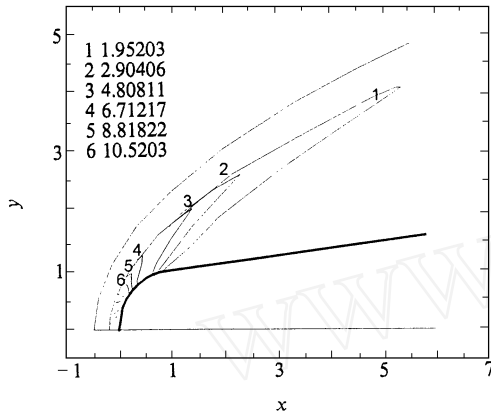


图 1 钝锥压力等值线

Fig. 1 Pressure contours for the blunt cone

### 3 稳定性方程及求解

#### 3.1 稳定性方程

由于稳定性分析是在特定的站位上进行的,我们采用局部笛卡尔坐标系,  $x$  表示来流方向,  $y$  表示垂直固壁坐标,  $z$  为展向(或环向)坐标. 首先将基本流场无量纲化,我们以  $\delta^*$  (当前站位的截面位移厚度),  $u_e$  (当前截面的边界层外缘的速度),  $\rho_e$ ,  $\rho_e u_e^2$ ,  $\delta^* / u_e$  分别作为长度、速度、密度、压力、时间的无量纲化参数.

在基本流场上叠加一个小扰动量

$$\begin{cases} u = \bar{u} + \tilde{u}, & v = \bar{v} + \tilde{v}, & w = \bar{w} + \tilde{w}, \\ p = \bar{p} + \tilde{p}, & T = \bar{T} + \tilde{T}, & \rho = \bar{\rho} + \tilde{\rho}, \\ \mu = \bar{\mu} + \tilde{\mu}, & \nu = \bar{\nu} + \tilde{\nu}, & k = \bar{k} + \tilde{k}. \end{cases} \quad (10)$$

假定基本流动的扰动波为沿流向传播的行波,则速度、压力、温度的扰动具有下列形式

$$\begin{aligned} (\tilde{u}, \tilde{v}, \tilde{w}) &= [\hat{u}(y), \hat{v}(y), \hat{w}(y)] e^{i(x + z - t)}, \\ \tilde{p} &= \hat{p}(y) e^{i(x + z - t)}, \\ \tilde{T} &= \hat{T} e^{i(x + z - t)}, \end{aligned} \quad (11)$$

式中  $\alpha$  为波数,  $\omega$  是谐波频率. 本文设  $\alpha$  为实数,  $\omega = \omega_r + i \omega_i$  为复数,即采用正则时间模化的方法. 将(10)式和(11)式带入基本方程(1)~(4)式,略去扰动量的二阶项和高阶项,得到下列矩阵形式的齐次方程组

$$(AD^2 + BD + C) \mathbf{\hat{}} = 0, \quad (12)$$

其中

$$\mathbf{\hat{}} = \begin{Bmatrix} \hat{u} + \hat{w} \\ \hat{v} \\ \hat{p} \\ T \\ \hat{u} - \hat{w} \end{Bmatrix}, \quad D = d/dy,$$

式中  $A, B, C$  均是  $5 \times 5$  阶矩阵,具体元素参见文[6].

边界条件为

$$\begin{cases} y = 0: & \phi_1 = \phi_2 = \phi_4 = \phi_5 = 0, \\ y = \delta^*: & \phi_1 = \phi_2 = \phi_4 = \phi_5 = 0. \end{cases} \quad (13)$$

齐次常微分方程组(12)连同其边界条件(13)构成一个特征值问题

$$= (\alpha, \omega, Re).$$

系数矩阵  $B$  中的雷诺数  $Re = \rho_e u_e l / \mu_e$  ( $l = \delta^*$  为边界层位移厚度).

#### 3.2 稳定性方程数值求解方法

为更精确刻画不稳定扰动波的近壁特性,应用坐标变换  $y = a / (b - \eta)$ ,  $b = (1 + a) / y_{max}$ ,  $a = y_{max} \cdot y_i / (y_{max} - 2y_i)$  将区域  $0 \leq y \leq y_{max}$  ( $y_{max}$  为边界层外不受边界层影响的一个为方便数值求解而设定的外边界)投影到求解域  $0 \leq \eta \leq 1$ .

在等间距节点上,采用交错网格技术,应用二阶中心差分得到下列差分格式

$$\begin{aligned} f_1 A_j \left[ \frac{\phi_{j+1} - 2\phi_j + \phi_{j-1}}{2} \right] + d_1 \left[ (f_2 A_j + f_3 B_j) \cdot \left( \frac{\phi_{j+1} - \phi_{j-1}}{2} \right) + C_j \phi_j \right] + d_2 \left[ f_3 B_j \left( \frac{\phi_{j+1/2} - \phi_{j-1/2}}{2} \right) + C_j \left( \frac{\phi_{j+1/2} + \phi_{j-1/2}}{2} \right) \right] = 0, \quad (j = 1, 2, \dots, N - 1). \end{aligned} \quad (14)$$

式中  $\phi_j (j = 1, \dots, N)$  表示  $\phi$  在节点  $j$  的函数值,包括 5 个分量  $\phi_{kj} (k = 1, \dots, 5)$ . 对于压力  $\hat{p}$ , 式中  $d_1 = 0$ ,  $d_2 = 1$ , 其它分量则取  $d_1 = 1, d_2 = 0$ . 式(14)中相应的差分系数如下

$$\begin{aligned} f_1 &= \frac{(b - a)^4}{b^2 a^2}, & f_2 &= - \frac{2(b - a)^3}{b^2 a^2}, \\ f_3 &= \frac{(b - a)^2}{ba}. \end{aligned}$$

一阶连续性方程的差分格式为

$$\begin{aligned} f_3 B_{j+1/2} \frac{\phi_{j+1} - \phi_j}{2} + C_{j+1/2} \phi_{j+1/2} = 0, \\ (j = 0, \dots, N - 1). \end{aligned} \quad (15)$$

由于速度和压力在固壁上的值为零,且在交错网格中,压力不在边界点取值,方程组共有  $5N$  个方程. 为确定特征值,我们采用整体方法和局部方法两

步骤进行.

整体方法:

将方程(14)和(15)表示为下列矩阵特征值形式

$$\bar{A}\phi = \bar{B}\phi. \tag{16}$$

其特征值则由式  $\text{Det}|\bar{A} - \bar{B}| = 0$  确定. 但由于在  $y = y_{\max}$  处  $\hat{u} = \hat{v} = T = \hat{w} = 0$  会导致矩阵的奇异性, 变通的方法是替代边界条件为  $\hat{u} = \hat{u}, \hat{v} = \hat{v}, \hat{w} = \hat{w}, T = T$ , 取  $10^{-6}$  甚至更小, 这样就得到了特征值的初步结果.

局部方法:

以矩阵特征值方法求出的特征值为初值, 采用 Rayleigh 反迭代方法进行改进. 为此, 让我们回到稳定性方程(12), 当时,  $T, \hat{u}, \hat{v}$  对的所有导数近似等于零, 系数矩阵的非零元素减少到 19 个, 且不依赖变量, 消去  $\phi_3$  (压力扰动), 得下面的二阶方程

$$\begin{cases} \phi_1 + e\phi_1 + a\phi_2 + f\phi_4 = 0, \\ \phi_2 + b\phi_1 + g\phi_2 + c\phi_4 = 0, \\ \phi_4 + h\phi_1 + a\phi_2 + s\phi_4 = 0, \\ \phi_5 + c\phi_5 = 0. \end{cases} \tag{17}$$

其中

$$\begin{aligned} a &= b_{12} - c_{13}/c_{33}, & b &= (b_{21} - b_{23}c_{31}/c_{33}), \\ c &= -b_{33}c_{34}[c_{33}(1 - b_{23}/c_{33})]^{-1}, \\ d &= -c_{43}/c_{33}, & e &= c_{11} - c_{13}c_{31}/c_{33}, \\ f &= -c_{31}c_{13}/c_{33}, & g &= c_{22}(1 - b_{23}/c_{33})^{-1}, \\ h &= -c_{43}c_{34}/c_{33}, & s &= c_{44} - c_{43}c_{34}/c_{33}. \end{aligned}$$

设方程(17)的通解为

$$\phi_i = \sum_{j=1}^8 c_j b_j^i e^{i(\cdot - \theta)}, \quad i = 1, 2, 4, 5.$$

将上式代入式(17)得特征根的 6 阶方程

$$6 + p^4 + q^2 + r = 0,$$

其中

$$\begin{aligned} p &= g + e + s - ab - cd, \\ q &= se - hf + fg + sg - abs + bdf - ced + abc, \\ r &= sf g - ghf, \end{aligned}$$

而  $\gamma = -\delta = \sqrt{c_{55}}$ , 对应的各特征矢量为

$$\begin{aligned} B_1^j &= 1, & j &= 1, \dots, 6; \\ B_2^j &= \frac{d^2 + ed + ah}{as - df + d^2}, & j &= 1, \dots, 6; \\ B_3^j &= -(\frac{2}{j} + e + fB_2^j), & j &= 1, \dots, 6; \\ B_4^j &= 1, & j &= 7, 8; \\ B_i^j &= \frac{1}{j} \cdot B_{i-4}^j, & i &= 5, 6, 7, 8; \end{aligned}$$

对于其它角标,  $B$  为零.

当  $i$  大于零时, 由于不满足远场条件(时, 扰动趋近于零), 必须舍去. 这样可以进行较精确的局部迭代计算, 迭代算法为

$$\begin{aligned} (\bar{A} - \bar{B})\phi^{(K+1)} &= \bar{B}\phi^{(K)}, \\ (\bar{A} - \bar{B})^T \phi^{(K+1)} &= \bar{B}^T \phi^{(K)}, \\ k_{+1} &= \frac{(\bar{A} - \bar{B})\phi^{(K+1)}}{(\bar{A} - \bar{B})\phi^{(K+1)}}, \\ \phi^{(K+1)} &= \phi^{(K+1)} / \max(\phi^{(K+1)}), \\ \phi^{(K+1)} &= \phi^{(K+1)} / \max(\phi^{(K+1)}). \end{aligned}$$

可以证明上述迭代的误差满足  $\phi^{(k+1)} - \phi^{(k)} = O((\phi^{(k)})^3)$ , 其中  $\phi^{(K+1)}$  是特征函数,  $\phi^{(K+1)}$  是  $\phi^{(K+1)}$  的伴随特征函数.

为进一步提高精度, 本文在不同网格点上进行了 Richardson 插值, 计算公式为

$$\text{extrapolated} = \frac{\left[\frac{(h_1^2 - h_2^2)}{h_0^2}\right]_0 + \left[\frac{(h_2^2 - h_0^2)}{h_1^2}\right]_1 + \left[\frac{(h_0^2 - h_1^2)}{h_2^2}\right]_2}{\left[\frac{(h_1^2 - h_2^2)}{h_0^2}\right] + \left[\frac{(h_2^2 - h_0^2)}{h_1^2}\right] + \left[\frac{(h_0^2 - h_1^2)}{h_2^2}\right]},$$

其中  $h_i = \Delta x / (N_i - 1)$ .

### 3.3 计算结果分析与转捩预报

本文计算的算例为: 头部半径 1 cm, 长 6 个头部半径, 半锥角为  $7^\circ$ , 来流马赫数 3.5 的钝锥绕流. 当雷诺数  $Re = 5291.552$ , 波数  $\omega = 0.1, \omega = 0.0$  时,  $(0.079867120, -0.0024887210)$ . 图 2~4 给出了相对应的速度  $u, v$  和压力  $p$  的扰动波的波形. 线性稳定性理论指出, 在高马赫数下, 更高的模态会起作用, 而且随着马赫数的不断增加, 更多的模态会出现, 流动会更加不稳定. 由图可以看出, 其扰动波形比较复杂, 同平板低马赫数时的不稳定扰动波的波形截然不同, 说明此时最不稳定的模态已经不是低马赫数时的第一模态, 而是高马赫数时的模态在起作用, 同线性稳定性理论的预言一致.

转捩点的预报:

要进行转捩点的预报, 群速度的计算是不可避免的. 设特征方程为

$$L(\omega, \gamma, (\cdot, \cdot))\phi = 0.$$

对  $\omega$  进行求导, 并应用伴随函数作内积

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \omega} \phi + \frac{\partial L}{\partial \gamma} \frac{\partial \phi}{\partial \gamma} + L \frac{\partial \phi}{\partial \omega} &= 0, \\ \frac{\partial}{\partial \omega} &= - \left[ \frac{\frac{\partial L}{\partial \omega} \phi}{\frac{\partial L}{\partial \omega} \phi} \right]. \end{aligned}$$

群速度的计算结果为

$$v_a = (0.928\ 425\ 00, 0.019\ 672\ 020),$$

$$v_b = (0.101\ 395\ 0E-10, -0.169\ 957\ 0E-10).$$

本文采用了  $e^N$  方法预报边界层的转捩点,按照实验结果,  $N$  取 9~11, 计算公式如下,

$$N = \int_{x_C}^{x_T} \frac{i}{|V_g|} dx,$$

这里群速度  $V_g = \left[ \frac{\partial}{\partial}, \frac{\partial}{\partial} \right]$ ,  $x$  表示到边界层起点的距离,角标“C”和“T”表示失稳临界点和转捩点的

$x$  坐标.

我们在流向的许多站位上进行了稳定性分析,分别找到了对应的最大不稳定模态,并进行了积分.图 5 给出了该流场的转捩预报结果.从计算结果中可以发现,在距前缘一定距离范围内,找不到不稳定的模态,流动总是稳定的,随着雷诺数的增加,不稳定的扰动放大因子不断增大,在转捩将要发生时,积分曲线总是要发生剧烈的跳跃,将转捩点限制在很小的范围内,有效地限制了范围,保证了精度.

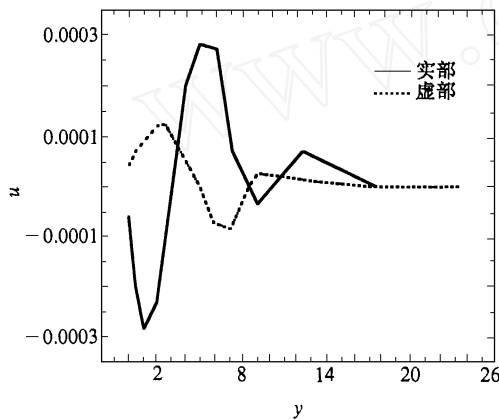


图 2  $u$  的扰动波形

Fig. 2 Streamwise velocity perturbation

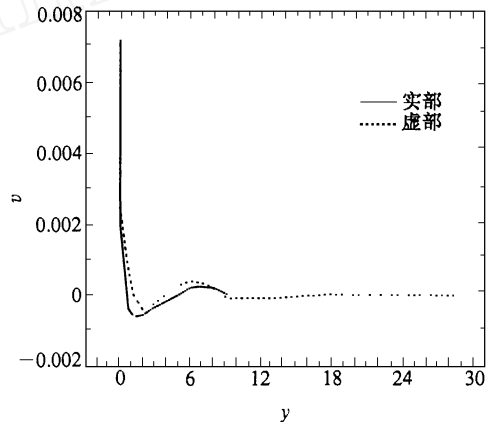


图 3  $v$  的扰动波形

Fig. 3 Vertical velocity perturbation

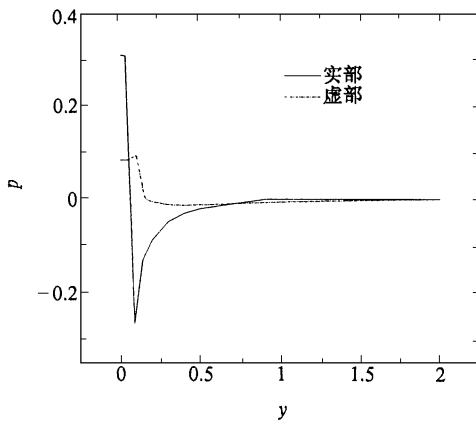


图 4  $p$  的扰动波形

Fig. 4 Pressure perturbation

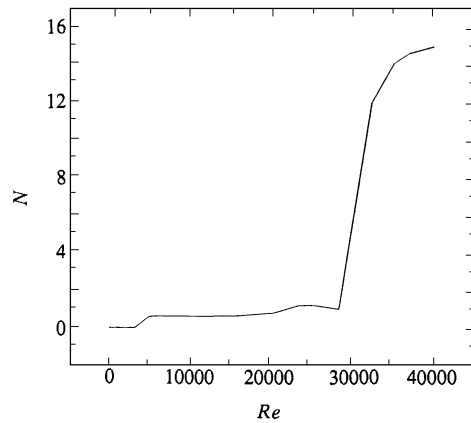


图 5 钝锥计算的  $N$  值

Fig. 4  $N$  integration for the blunt cone

## 4 结论

本文采用了边界层方程与 Euler 方程匹配求解的方法求解基本流场,采用 Malik 提出的二阶差分方法求解边值问题为初值,应用 Rayleigh 反迭代,结合外边界渐近分析,求解了钝锥可压缩边界层稳定性方程.通过对钝锥绕流稳定性的模拟,获得了钝锥

绕流的稳定性特性及钝锥边界层转捩数据,取得的结果令人满意,说明该方法是一种数值求解稳定性问题的有效手段.应该指出,本文的方法不仅适用于理想气体,也可以推广到考虑真实气体效应的情况,同时针对我国航空航天事业的实际需要,对其它型号的转捩研究还应继续下去.

## [参 考 文 献]

- [ 1 ] Chokani N, Lachowicz J T, Wilkinson S P. A computational study of hypersonic boundary layer stability on a blunt nose flared cone mode [R]. AIAA-93 - 2486, 1993.
- [ 2 ] Kimmel R L, Demetriades A, Donaldson J C. Space-time correlation measurements in a hypersonic transitional boundary layer [J]. AIAA J, 1996, **34**(2) :2484 - 2489.
- [ 3 ] Doggett G P, Chokani N, Wilkinson S P. Effect of angle of attack on hypersonic boundary layer stability [J]. AIAA J, 1997, **35**(3) :464 - 470.
- [ 4 ] MACK L M. Computation of the Stability of the Laminar Compressible Boundary Layer [A]. In: Methods of Computational Physics [M]. Edited by Alder B, Academic Press, New York, 1965, Vol. 4, 247 - 299.
- [ 5 ] Scott R, Watts H A. Computational solution of linear two-point boundary value problem via orthonormalization [J]. J Numer Anal, 1977, **14**:40.
- [ 6 ] Malik M R, Orszag S A. Efficient Computation of the Stability of Three-Dimensional Compressible Boundary Layers [R]. AIAA-81-1277, 1981.
- [ 7 ] 陈让福. 三维高超声速无粘定常绕流的数值模拟 [博士学位论文][D]. 北京大学, 1991.
- [ 8 ] 王发民, 黄泽远. Orr-Sommerfeld 方程特征值问题的一个展开式 [J]. 数值计算与计算机应用, 1991(1) :25 - 38.

## STABILITY ANALYSIS AND TRANSITION PREDICTION FOR BLUNT-CONE FLOW

LIU Hong, WANG Fa-min, LIU Jia, YAO Wen-xiu, LEI Mai-fang  
(Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080)

[ **Abstract** ] Numerical method for stability analysis and transition prediction for supersonic flow around a blunt cone is investigated. In order to meet the required accuracy of the numerical values in the basal flow field, the result of the flow field is obtained by solving Euler equations where the pressure attribution on the surface of the cone is used as the outer edge pressure attribution of the viscous boundary layer. The Rayleigh inverse-iteration method and boundary layer asymptotic expansion method are used to solve the blunt cone boundary layer stability equation to get reliable boundary layer transition data. This method improves the numerical precision, and saves the computation time. It is also useful for stability analysis of blunt cone supersonic flow.

[ **Key words** ] blunt cone; Rayleigh iteration; stability; transition