

文章编号:1000-0887(2001)02-0182-09

非线性动力学系统的辨识:时频 滤波与骨架曲线*

王丽丽^{1,2}, 张景绘¹

(1. 西安交通大学 建筑工程与力学学院,西安 710049; 2. 中国科学院 力学研究所,北京 100080)

(本刊编委张景绘来稿)

摘要: 利用非平稳信号的时频分析方法研究了一类非线性系统的频率特性和阻尼特性随运动形态的变化规律,得到了能简洁、直观地反映系统基本非线性动力学特性的广义骨架线性系统(简称 GLS)和骨架曲线.在此基础上,利用时频滤波方法根据系统非平稳响应信号对非线性系统进行辨识.该项工作为非线性系统反问题的研究提供了一条新的途径.

关键词: 系统识别; 非线性动力学系统; 非平稳信号; 时频分析; 希尔伯特变换

中图分类号: O322 **文献标识码:** A

引 言

由于实际工程结构中非线性因素普遍存在,加之人们越来越多地积极利用非线性特性,可应用于工业实际的非线性系统辨识技术显得十分迫切.近年来,IMAC、ASME、IEEE 及 IFAC 等许多大型国际会议和国内外学术期刊上,系统识别方面注意力更多地集中在非线性问题上.目前较为常用的方法有:各种等效或统计线性化方法,基于 Volterra 级数展开的高阶频率响应函数、多维谱,各种非线性时序方法(如 NARMAX 模型),神经网络建模等等,但各种方法都有其局限性,目前尚没有一种辨识方法被工程界普遍接受^[1].文献[2,3]对非线性系统建立时变线性模型(文中称为伪线性系统),得到了能够直观描述系统非线性基本特性的骨架曲线,并利用窄带滤波、希尔伯特变换和低通滤波方法对骨架曲线进行识别.但文中没有给出该模型与原系统之间的联系.文献[4]在此基础上作了发展,定义了带通映射并利用该算子推导出两个系统参数和响应之间的关系.但上述文献中所用的窄带滤波方法在许多场合是失效的,且带宽的物理意义不明确,在实际应用中常常难以确定.

通常情况下非线性动力学系统所表现出的频率特性与阻尼特性,是与系统的运动形态密切相关的,尤其是一类近线性系统,其固有振动特性随着不同的运动幅值而演变,在自由衰减

* 收稿日期: 2000-03-06; 修订日期: 2000-09-19

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(19632001);西安交通大学在职博士基金项目;中国博士后基金项目

作者简介: 王丽丽(1968—),女,安徽人,博士,已发表论文 10 余篇,研究方向:振动与控制、流体力学;

张景绘(1939—),男,河北人,教授,博士生导师,研究方向:振动与控制、结构抗震与减灾.

振动以及在一些特殊非平稳信号激励下,其响应信号近似呈现为渐近函数的形式,其中就包含这种演变信息.本文即利用这种非平稳响应信号来认识非线性系统的本质规律,进而对系统进行辨识.为此,本文利用 Cohen 类二次时频分布,提出了一种时频定区域掩模算子,利用该算子对一类非线性动力学系统进行时频滤波,重新推导出非线性系统的广义骨架系统(即在研究弱非线性系统自由衰减振动时所定义的等效线性系统,不是指统计意义下的等效线性系统)和骨架曲线方程,并将这些概念推广到一定条件下的非平稳振动情形,在此基础上提出了一种新的系统辨识方法.

1 数学准备

对于非平稳信号,传统的基于傅立叶分析的信号处理方法是不足的.傅立叶频谱仅显示了任一频率分量包含在信号内的总的强度,通常不能提供有关谱分量的时间局部化的信息.傅立叶分析即使没有丢失信号的任何信息,也无法更精细地跟踪信号的时变特征结构,至少无法直观地描述信号的瞬时动态特性.联合时频分析方法针对非平稳信号的时变特性,引入“时频域”的概念,将一个一维的信号序列扩展到二维时频平面上考察,从而能直观地描述信号随时间的细微变化.特别是 Cohen 类二次时频分布,是一种能量化的时频表示方法,能够较为准确地描述信号在时频平面上各点的能量密度.连续信号的 Cohen 类二次时频分布定义为:

$$X(t, \omega) = \frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \phi(u, v) X^* \left(u - \frac{1}{2}, v \right) \cdot X \left(u + \frac{1}{2}, v \right) e^{-j\omega t - j\pi uv} du dv, \quad (1)$$

式中 $X(t)$ 为所分析的实值信号 $x(t)$ 的解析形式,即:

$$X(t) = x(t) + j\tilde{x}(t),$$

其中 $\tilde{x}(t)$ 是 $x(t)$ 的希尔伯特变换:

$$\tilde{x}(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x(\tau)}{t - \tau} d\tau,$$

$\phi(u, v)$ 为二次时频分布的核函数,它定义了所选择的观测模式.目前已提出的可作为时频分析工具的二次时频分布主要有 Wigner-Vile 分布、伪 Wigner 分布、指数核发布(又称 Choi-Williams 分布)、锥形核发布、减少干扰分布等,其中 Wigner-Vile 分布的时频分辨率最高,同时满足作为时频分析工具所希望具有的绝大多数性质,但是它具有严重的交叉项.其它各个分布实际上是为了抑制交叉项,对 Wigner-Vile 分布进行了各种平滑处理,这些方法具有较好的抗干扰性(即交叉项小),但同时也不同程度地降低了信号的时频分辨率.本文采用一种指数锥形核发布^[5],其时频分辨率和抗干扰性都较为理想.

另外,本文将经常用到渐近信号的概念,所谓渐近信号,指可以表示成如下形式的信号:

$$x(t) = a(t)e^{j\omega(t)}, \quad (2)$$

其中 $\frac{1}{a(t)} \left| \frac{da(t)}{dt} \right| \ll \left| \frac{d\omega(t)}{dt} \right|$,

显然,渐近信号在时频平面上集中于一条窄带区域.

下面定义两个基本概念并推导与渐近信号有关的两个命题,为后面分析提供数学准备.

定义 1 设 $x(t, \omega)$ 为连续信号 $x(t)$ 的某种二次时频分布, R 为时频平面上有限闭区域,

$$\text{令: } x(t, \omega) = \begin{cases} x(t, \omega), & (t, \omega) \in R, \\ 0, & (t, \omega) \notin R. \end{cases}$$

若信号 $y(t)$ 的同种时频分布 $y(t, \omega)$ 能最佳逼近 $x(t, \omega)$,称 $y(t)$ 为信号 $x(t)$ 在时频区

上的投影,将 $x(t)$ 到 $y(t)$ 的映射称为时频定区域掩模算子,记为 $M(\cdot, \cdot): x(t) \rightarrow y(t)$.

定义 2 对于渐近信号 $x(t) = a(t)\cos(\omega(t))$, 本文将如下时频区域 $x(t)$ 定义为其有效时频区域:

$$x(t) = [\omega(t) - \omega(t)/2, \omega(t) + \omega(t)/2], \quad (3)$$

其中 $\omega(t) = \dot{\omega}(t)$, $\dot{\omega}(t) = |\dot{a}(t)/a(t)|$.

定理 1 渐近信号的函数关于其有效时频区域的定区域掩模.

对于有效时频区域为 x 的渐近信号 $x(t) = a(t)e^{j\omega(t)}$, 其光滑函数 $f(x(t))$ 关于 x 的定区域掩模近似为:

$$M[f(x(t)), x] \approx \frac{1}{2} \frac{1}{a(t)} \int_0^2 f[a(t)e^{j\omega}] e^{-j\omega} d\omega \cdot x(t). \quad (4)$$

证明 $f(x(t)) = f(a(t)e^{j\omega(t)})$ 是时间尺度 t 的函数, 由于 $a(t)$ 相对 $e^{j\omega}$ 变化很慢, 可近似认为 a 是与 ω 无关的变量, 且在 $e^{j\omega}$ 的任一周期内可将 a 视为一常数. 所以 $f(x(t)) = f(a(t)e^{j\omega(t)})$ 可近似看作是两个相互独立的尺度 a 和 ω 的二维函数, 且关于 ω 是周期函数, 将它作关于 ω 的傅立叶级数展开, 有:

$$f[x(t)] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} C_k(t) e^{jk\omega(t)}, \quad (5)$$

$$C_k(t) = \frac{1}{2} \int_0^2 f[a(t)e^{j\omega}] e^{-jk\omega} d\omega. \quad (6)$$

将整个时频平面作如下划分:

$$k(t, \omega) = \begin{cases} [0.5(2k-1)\omega(t), 0.5(2k+1)\omega(t)] & (k=1, 2, 3, \dots), \\ [0, 0.5\omega(t)] & k=0, \end{cases} \quad (7)$$

显然有: $x(t, \omega) \subset x^1(t, \omega)$, 且两区域中心线重合.

现考查 $f[x(t)]$ 在时频区域 x 内的掩模信号. 因为 $f[x(t)]$ 的谐波分量 $C_k e^{jk\omega}$ 在时频平面上集中在 $k(t, \omega)$ 的中心线附近, 所以其在时频定区域 $x(t, \omega)$ 上的投影约等于其傅立叶级数展开的第一项 $C_1(t) e^{j\omega(t)}$, 即:

$$M[f[x(t)], x] \approx M[f[x(t)], x^1] = C_1(t) e^{j\omega(t)} = \frac{1}{2} \frac{1}{a(t)} \int_0^2 f[a(t)e^{j\omega}] e^{-j\omega} d\omega \cdot x(t). \quad (8)$$

根据函数逼近理论中的 Weierstrass 定理, 任何定义在一个闭区间的连续函数都可以用一个多项式函数任意准确地逼近, 故幂级数在非线性分析中具有非常重要的地位. 由 (8) 可得, 对于渐近信号有:

$$M[|x|^n \cdot \text{sign}(x), x] \approx \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{\Gamma(n/2 + 1)}{((n+1)/2 + 1)} a^{n-1} x, \quad (9)$$

其中 $\Gamma(\cdot)$ 表示 Γ 函数.

定理 2 渐近信号的导数关于其有效时频区域的定区域掩模.

现考察渐近信号的前两阶导数:

$$\dot{x}(t) = [\dot{a}(t) + j a(t) \dot{\omega}(t)] e^{j\omega(t)}, \quad (10)$$

$$\ddot{x}(t) = [\ddot{a}(t) - a(t) \dot{\omega}^2(t) + 2j \dot{\omega}(t) a(t) + j a(t) \ddot{\omega}(t)] e^{j\omega(t)}. \quad (11)$$

若 $a(t)$ 、 $\omega(t)$ 是充分光滑的非振荡信号, 上两式括号中的变量相对 $e^{j\omega(t)}$ 为慢变信号, 所以 $\dot{x}(t)$ 和 $\ddot{x}(t)$ 的瞬时频率都等于 $\omega(t)$, 在时频平面上都集中在 x 附近. 所以有:

$$M[\dot{x}(t), x] \dot{x}(t), M[\ddot{x}(t), x] \ddot{x}(t) \cdot \quad (12)$$

2 时频滤波与广义骨架线性系统

对于单自由度非线性自治动力学系统:

$$m\ddot{y} + F(y, \dot{y}) = 0 \cdot \quad (13)$$

若没有非线性项,该系统的响应为一渐近信号,且瞬时频率为常数;当存在非线性项时,响应一般不再为渐近信号,但当非线性较弱时,一般响应中存在某一渐近信号分量占优,本文称该分量为分量.假设任一瞬时响应信号中主分量外的剩余分量与之相比可视为小量,方程的解可表示为:

$$y(t) = x(t) + z(t), \quad (14)$$

其中 $x(t)$ 为主分量, $z(t)$ 代表剩余分量.主分量可表示为:

$$x(t) = a(t) \cos[\phi(t)], \quad (15)$$

$$\text{令 } \dot{\phi}(t) = \omega(t) / dt, \quad (16)$$

$a(t)$ 、 $\phi(t)$ 、 $\omega(t)$ 分别为主分量的瞬时振幅、瞬时相位和瞬时频率, $a(t)$ 、 $\phi(t)$ 均是时间的慢变函数,可利用希尔伯特变换求出:

$$a(t) = \sqrt{x^2(t) + \tilde{x}^2(t)}, \quad (17)$$

$$\phi(t) = \frac{x(t)\tilde{x}'(t) - \tilde{x}(t)x'(t)}{x^2(t) + \tilde{x}^2(t)}. \quad (18)$$

记主分量的有效时频区域为 ω_x ,考察方程(14)两端各变量在 ω_x 上的投影.忽略剩余分量的影响,有:

$$M(m\ddot{x}, x) + M(F(x, \dot{x}), x) = 0 \cdot \quad (19)$$

由命题 1、2,得到主分量近似满足的微分方程:

$$\ddot{x} + 2h_0\dot{x} + \omega_0^2 x = 0, \quad (20)$$

其中:

$$\omega_0 = \left[\frac{1}{ma} \int_0^{2\pi} F(a \cos \theta, -a \sin \theta) \cos \theta d\theta \right]^{1/2}, \quad (21)$$

$$h_0 = - \frac{1}{2ma} \int_0^{2\pi} F(a \cos \theta, -a \sin \theta) \sin \theta d\theta. \quad (22)$$

该系统可视为一线性时变系统,且瞬时参数 $\omega_0(t)$ 和 $h_0(t)$ 是时间的慢变函数,它们与 $a(t)$ 、 $\phi(t)$ 之间的非线性关系反映了原系统(13)的基本非线性特征.本文将该系统称为系统(13)的广义骨架线性系统,简称 GSLs,将 $\omega_0(t)$ 、 $h_0(t)$ 称为其瞬时无阻尼固有频率和瞬时衰减系数.

对于非线性非自治系统,假设系统受一渐近信号激励,且响应信号中同频响应分量占主要成分,可推出其 GSLs 与自治情况下形式完全相同.需要特别说明的是,若主分量或同频响应分量不占主导地位,以上结论一般不再成立.

以上利用非线性时频分析方法建立的 GSLs 与一般非线性振动中针对自治弱非线性系统定义的等效线性系统具有完全相同的表达式,并将适用范围拓宽到满足一定条件的非线性系统的非平稳振动.更主要的是,利用时频分析方法可以从实测到的原系统响应数据 $y(t)$ 中提取出其 GSLs 的响应信号 $x(t)$,然后利用 Hilbert 变换求出其瞬时振幅 $a(t)$ 和瞬时频率 $\omega(t)$,进而可直接得到其 GSLs 的瞬时参数.而由于 $x(t)$ 和 $y(t)$ 均为非平稳信号,利用传统的基于

傅立叶变换的信号处理方法无法从 $y(t)$ 中精确地提取 $x(t)$,这也是本文引入时频分析方法的一个根本原因。

3 骨架曲线

本文将回归曲线 $o(a, \cdot)$ 和 $h_0(a, \cdot)$ 分别定义为原系统(13) 的频率骨架曲线和阻尼骨架曲线,它们分别描述了系统刚度特性和阻尼特性与系统运动形态之间的变化规律,直观地揭示了系统中非线性的存在与否和基本特性。一般情况下,骨架曲线是两条三维空间曲线,且由同一系统在不同初始条件或激励形式下的响应得到的骨架曲线一般不重合,但都分别位于式(21)和(22)描述的曲面上。对于以下特殊形式的非线性系统,其骨架曲线可以用更加简单的平面曲线表示。

若系统可表示为:

$$\ddot{y} + P(y) + Q(\dot{y}) = 0, \quad (23)$$

其中 $P(y)$ 、 $Q(\dot{y})$ 分别为 x, \dot{x} 的实值奇函数,分别称为对称弹性恢复力和对称阻尼力,其骨架曲线方程分别为:

$$o(a, \cdot) = o_0(a) = \left[\frac{1}{a} \int_0^a P(\cos \theta) \cos \theta d\theta \right]^{1/2}, \quad (24)$$

$$h_0(a, \cdot) = h_0(a) = -\frac{1}{2} \int_0^a Q(-\sin \theta) \sin \theta d\theta. \quad (25)$$

此时 o_0 仅与 a 有关,而 h_0 仅与 a 有关,故可分别用平面曲线 $o_0(a)$ 和 $h_0(a)$ 更为简洁地表示,且对于同一系统两条骨架曲线是唯一的,即由不同的响应信号得到的骨架曲线是重合的。显然,线性系统的骨架曲线均为水平直线,若系统的某个骨架曲线不为水平直线,说明该系统存在对应的非线性项,若系统的两个骨架曲线都不为水平直线,说明该系统同时存在非线性刚度和非线性阻尼。

进一步假设 $P(\cdot)$ 、 $Q(\cdot)$ 可用多项式函数逼近:

$$\ddot{y} + \sum_{j=1}^n c_j |\dot{y}|^j \text{sign}(\dot{y}) + \sum_{i=1}^m k_i |y|^i \text{sign}(y) = 0, \quad (26)$$

其骨架曲线分别为:

$$o(a) = \left[\sum_{i=1}^m \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{(i/2 + 1)}{((i + 1)/2 + 1)} k_i \cdot a^{i-1} \right]^{1/2}, \quad (27)$$

$$h_0(a) = \sum_{j=1}^n \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{(j/2 + 1)}{((j + 1)/2 + 1)} c_j \cdot [a(t) \cdot (t)]^{j-1}. \quad (28)$$

4 骨架曲线的识别

本节讨论利用非线性系统的实测响应信号识别其骨架曲线,限于篇幅,仅简要叙述其三个关键环节。

4.1 激励信号类型的选择

识别的前提是要保证系统的 GSLs 与原非线性系统之间存在式(20)~(22)所描述的关系,为此需要选取适当的激励形式和幅值对系统进行激振。可采用敲击激励进行测试,使系统的响应分量近似为一渐近信号,其优点是非常简单方便,但对于阻尼较大的系统,敲击法能量有限,自由振动响应很快衰减,使得低频段可利用的有效数据点很少,影响了识别精度。所以对于阻尼较大的系统,最好使用强迫振动响应测试方法。利用强迫振动响应进行识别的关键是

使响应信号中同频响应占主导地位,为此,应将激励信号的瞬时频率取在系统的主共振区内,利用主共振响应还可以在较小的激振力下获得较大的振幅.利用强迫振动响应进行识别需要对系统有一定的先验知识.

4.2 提取 GSLS 的响应信号

由于 $y(t)$ 中渐近信号 $x(t)$ 占优,由 $y(t)$ 的二次时频分布 $y(t, \omega)$ 的模的分布可以较容易确定 x 的大致范围.例如通过求各时刻 t 下 $|y(t, \omega)|$ 的条件极大值得到 $\omega(t)$,再设置一阈值 $(0 < \alpha < 1)$,将以 $\omega(t)$ 为中心线,满足 $|y(t, \omega)| > \alpha |y(t, \omega(t))|$ 的最大带状区域作为 x 的估计.

因为

$$x(t) = M(y(t), \omega(t)), \tag{29}$$

所以

$$x(t, \omega) = \begin{cases} y(t, \omega), & \omega(t) \leq \omega < \omega(t) + \Delta\omega \\ 0, & \omega < \omega(t) / \Delta\omega \end{cases} \tag{30}$$

对 $x(t, \omega)$ 作反变换,有:

$$x(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x(t, \omega)}{\phi(\omega, t)} e^{j\omega t + j(\omega - \omega(t) t)} dt \tag{31}$$

其中 $\phi(\omega, t)$ 是二次时频分布在 (t, ω) 域上的核函数.

上述反变换公式存在奇异点,给计算带来困难,为此文献[6]另外讨论了一种利用信号沿小波脊的小波变换的时频滤波算法.值得说明的是,由于 x 是时频平面上的一条窄带区域,上述处理实际上是对 $y(t)$ 作了时变窄带滤波,同时绝大部分随机噪声信号被滤除,所以本文的辨识方法具有很好的抗噪性.

4.3 GSLS 瞬时参数的计算

GSLS 是一种特殊的线性时变系统,其瞬时参数相对其瞬时响应信号而言是时间的慢变函数,这一特性使得其瞬时参数可以近似地表示成响应信号的解析函数,从而可利用其响应信号直接求出瞬时参数^[2,3,6].对于如下 GSLS:

$$\ddot{x}(t) + 2h_0(t)\dot{x}(t) + \omega_0^2(t)x(t) = m^{-1}u(t), \tag{32}$$

其瞬时参数和瞬时响应近似满足如下的解析关系^[2,3,6]:

$$\omega_0^2(t) = \omega^2(t) + \frac{\ddot{\omega}(t)}{m} - \frac{\dot{\omega}(t)\dot{a}(t)}{ma(t)} - \frac{\ddot{a}(t)}{a(t)} + 2\frac{\dot{a}^2(t)}{a^2(t)} + \frac{\dot{a}(t)\dot{\omega}(t)}{a(t)\omega(t)}, \tag{33}$$

$$h_0(t) = \frac{\dot{\omega}(t)}{2m\omega(t)} - \frac{\dot{a}(t)}{a(t)} - \frac{\dot{\omega}(t)}{2\omega(t)}, \tag{34}$$

其中 $\tilde{x}(t) = \frac{x(t)u(t) + \tilde{x}(t)\tilde{u}(t)}{x^2(t) + \tilde{x}^2(t)}$, $\tilde{\omega}(t) = \frac{x(t)\tilde{u}(t) - \tilde{x}(t)u(t)}{x^2(t) + \tilde{x}^2(t)}$.

若 u, \tilde{u} 均为 0,对应自由振动情形.

5 算 例

本文利用两个非线性系统响应的数值计算结果对系统进行识别,以验证本文方法的有效性.

例 1 考察如下非线性动力学系统:

$$y'' + c_1 y' + c_2 / |y'| y' + k_1 y + k_2 y^3 + k_3 y^5 = u, \tag{35}$$

其中 $k_1 = 5^2, k_2 = 3 \times 10^6, k_3 = 2 \times 10^9, c_1 = 0.05, c_2 = 0.2$.

该系统为可分多项式系统,其弹性恢复力具有硬弹簧特性,阻尼为线性粘性阻尼加平方阻尼.其频率骨架曲线和阻尼骨架曲线方程分别为:

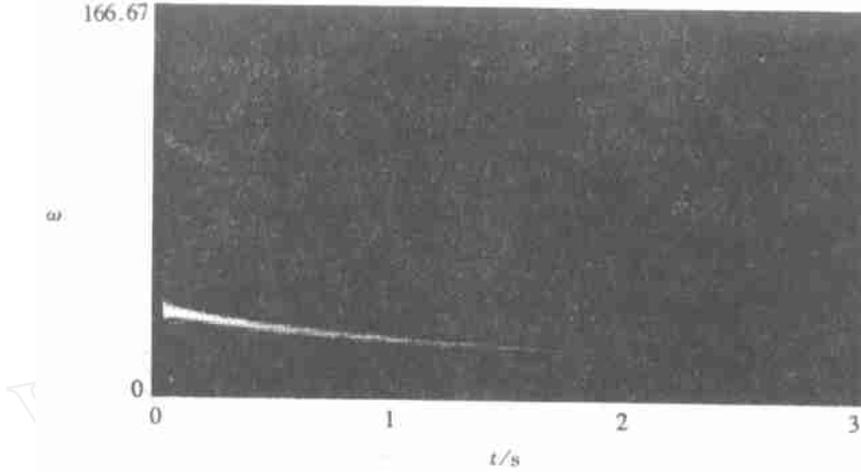


图1 例1中加速度响应信号的二次时频分布灰度图

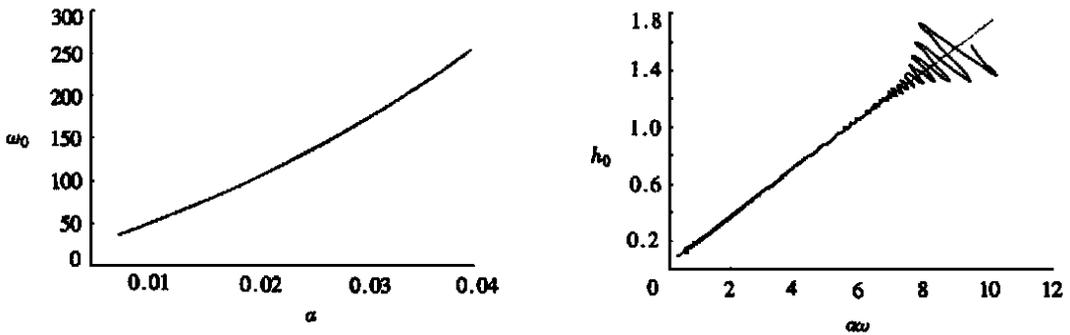


图2 例1的频率骨架曲线和阻尼骨架曲线

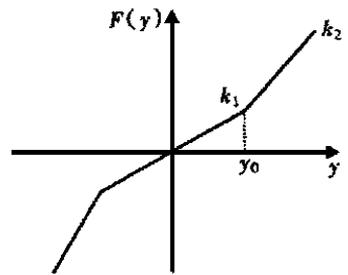
$$\omega_0(a) = [k_1 + (3/4)k_2 a^2 + (5/8)k_3 a^4]^{1/2}, \quad (36)$$

$$h_0(a) = c_1 + (4/3)c_2 a. \quad (37)$$

利用自由振动响应数据进行识别,初始条件取为:

$$y(0) = 0.02, \quad \dot{y}(0) = 0, \quad \ddot{y}(0) = 0.$$

利用该系统的数值解加入均值约为最大幅值的5%的白噪声作为实测响应信号,图1为0~3.07 s内加速度响应信号的ECKD分布灰度图(dB表示),图中横坐标为时间轴(0~3.07 s),纵坐标为频率轴(0~166.67 Hz).图2为利用0~20.48 s内的响应信号数据识别出的骨架曲线(实线)以及通过式(36)和(37)计算出的在该振幅范围内系统的理论骨架曲线(虚线).在本例中,响应主分量的瞬时频率从35.55 Hz变化至6.25 Hz,主分量的三次谐波分量的瞬时频率从106.65 Hz变化至18.75 Hz,两个频带范围有重叠,用文献[2~4]中提出的窄带滤波方法无法将主分量准确地提取出来.



例2 下面再利用主共振响应对如下非线性动力学系统进行识别:

$$\ddot{y} + c\dot{y} + M \text{sign}(\dot{y}) + F(y) = u, \quad (38)$$

其中 $F(y)$ 为如图3所示双线性弹性恢复力,系统的阻尼项是线性粘性阻尼加干摩擦.各参

数如下:

$$k_1 = 1\ 600\ \text{N/m}^2, k_2 = 2\ 500\ \text{N/m}^2, y_0 = 0.5, c = 0.8, M = 60\ \text{kg}.$$

激励信号取为:

$$u(t) = 500(1+t)\cos\left[2\left(20 + \frac{5}{10.24}t\right)t\right].$$

该系统属于强非线性系统,且非线性项非光滑函数,但由于分段线性系统的特殊性,其响应信号近似为一渐近信号,且其 GSLs 满足 (20) ~ (22)^[11],其骨架曲线分别为:

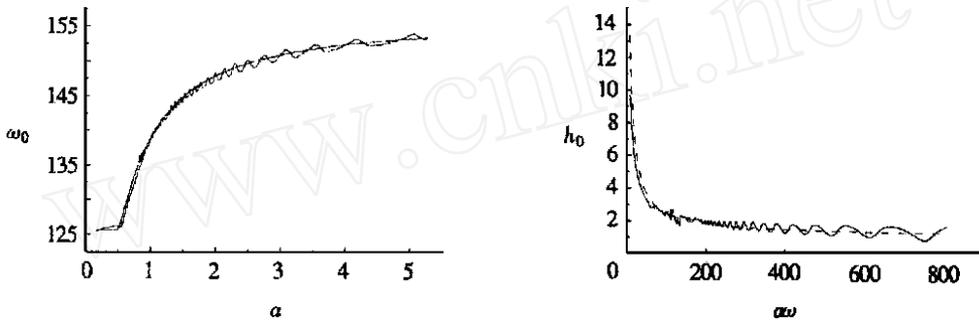


图 4 例 2 的频率骨架曲线和阻尼骨架曲线

$$\omega_0(a) = \begin{cases} \left[k_2 + \frac{2(k_1 - k_2)}{a} \left(\arcsin\left(\frac{y_0}{a}\right) + \frac{y_0}{a} \sqrt{1 - \frac{y_0^2}{a^2}} \right) \right]^{1/2}, & a > y_0, \\ k_1, & a < y_0, \end{cases} \quad (39)$$

$$h_0(a) = c/2 + 2^{-1} M \cdot [a \cdot J^{-1}]. \quad (40)$$

识别出的骨架曲线(实线)与通过式(39)和(40)计算出的理论曲线(虚线)如图 4 所示.

6 总 结

通常情况下,非线性动力学系统所表现出的频率特性与阻尼特性,是与系统的运动形态密切相关的,其固有振动特性一般随着运动的瞬时振幅和瞬时频率而演变.本文通过定义时频定区域掩模算子,将一类非线性系统映射为具有慢变参数的线性时变系统,从而揭示出系统非线性特性的本质规律,在此基础上提出了一种利用非平稳振动信号的非线性动力学系统辨识方法.

本文利用 Cohen 类二次时频分布的概念建立的广义骨架线性系统(GSLs),包含了传统的等效线性系统和控制工程中常用的描述函数法,并将适用范围拓宽到满足一定条件的非平稳振动.尤为重要的是,这一新的推导过程产生了新的识别方法.非线性系统与其 GSLs 有着密切的关系:GSLs 保留了原系统的基本非线性特征,而其响应信号近似为原系统响应的主分量或同频响应分量.在自由振动情况和响应中同频分量占主导地位的单分量激励作用下的受迫振动情况,两系统参数之间存在由式(19)和(20)所确定的函数关系.频率骨架曲线和阻尼骨架曲线分别简洁、直观地描述了系统刚度项和阻尼项的非线性程度及主要特征.频率骨架曲线与通常非线性振动中讨论的频率响应曲线有着密切的联系.频率骨架曲线与频率响应曲线中的骨干曲线方程形式相同,但是频率响应曲线是利用系统在不同振幅的正弦激励下的平稳响应逐点得到的,而且一般无法直接由系统的响应数据得到其骨干曲线,而本文定义的频率骨架曲线由系统的一个实测非平稳响应信号即可直接识别出来.与文献[2~4]相比,本文用

时频滤波方法取代了窄带滤波方法,当响应信号中主分量与其它子分量的瞬时频率所在的频带范围有重叠时,窄带滤波方法的带宽难以确定,而且误差往往很大,而本文方法则不受该限制,且时变带宽的物理意义明确,易于确定,识别精度和抗噪性都是以往方法无法比拟的.本文工作尚处于探索阶段,大量问题有待提出和解决.

[参 考 文 献]

- [1] Imregun M. A survey of nonlinear analysis tools for structural systems[J]. The Shock and Vibration Digest, 1998, **30**(5): 363—369.
- [2] Michael Feldman. Non-linear system vibration analysis using Hilbert transform. Free vibration analysis method 'freevib' [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 1994, **8**(2): 119—127.
- [3] Michael Feldman. Non-linear system vibration analysis using Hilbert transform. Forced vibration analysis method 'forcevib' [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 1994, **8**(3): 309—318.
- [4] WANG Li-li, ZHANG Jing-hui, HU Shi-yue. The accompanied slowly-variant-system of nonlinear dynamic systems[J]. Acta Mechanica Sinica(English Series), 1999, **15**(1): 73—81.
- [5] 刘贵忠,刘志梅. 一种新的二次时频分布和几种主要二次时频分布的比较研究[J]. 电子科学学刊, 1996, **18**(5): 455—461.
- [6] 王丽丽. 动力学系统的时频分析及其在非线性建模中的应用[D]. 博士学位论文. 西安:西安交通大学, 1999.
- [7] WANG Li-li, ZHANG Jing-hui, HU Shi-yue. Study of non-linearity through the quadratic time-frequency distribution[A]. In: Zhang J H, Zhang X N Eds. International Conference on Advanced Problems in Vibration Theory and Applications[C]. Xi 'an, Beijing: Science Press, 2000, 552—554.
- [8] 科恩 L. 时-频分析:理论与应用[M]. 白居宪译. 西安:西安交通大学出版社, 1998.

Identification of Nonlinear Dynamic Systems : Time-Frequency Filtering and Skeleton Curves

WANG Li-li^{1,2}, ZHANG Jing-hui¹

(1. School of Civil Engineering and Mechanics, Xi 'an
Jiaotong University, Xi 'an 710049, P R China;

2. Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, P R China)

Abstract: The nonlinear behavior varying with the instantaneous response was analyzed through the joint time-frequency analysis method for a class of S. D. O. F nonlinear system. A masking operator on definite regions is defined and two theorems are presented. Based on these, the nonlinear system is modeled with a special time-varying linear one, called the generalized skeleton linear system (GSLs). The frequency skeleton curve and the damping skeleton curve are defined to describe the main feature of the non-linearity as well. Moreover, an identification method is proposed through the skeleton curves and the time-frequency filtering technique.

Key words: system identification; nonlinear dynamic system; non-stationary signal; time-frequency analysis; Hilbert transform