

# 海洋平台 E36-Z35 钢表面疲劳裂纹扩展 速率的蒙特卡洛模拟\*

丁克勤 柳春图

(中国科学院力学研究所,北京市 100080)

**摘 要** 本文利用蒙特卡洛法模拟分析海洋平台 E36-Z35 钢表面疲劳裂纹扩展速率,并确定了算式中的参数分布规律及相关性。通过计算数据与试验数据的对比分析,表明蒙特卡洛法模拟结果合理、可靠。

**关键词** 蒙特卡洛法 模拟 疲劳裂纹扩展 试验

**中图法分类号** U674.38

## 1 前 言

近海采油平台是一种特大型焊接结构,它的工作环境是很复杂的,在其工作寿命期间,常常处于由振动或各种瞬变载荷(如风载、波载等)引起的交变应力状态下。在结构破坏事故中,由表面裂纹疲劳扩展引起的结构局部或整体的破坏是很多的,平台一旦发生事故,所造成的损失十分巨大,因此许多国家都十分重视对于近海采油平台结构疲劳寿命的研究。

但是由于结构和材料的疲劳是一个比较复杂的问题,其影响因素都具有随机性,因此研究疲劳问题必须用统计方法。而且由于疲劳试验数据不易获得,使得裂纹扩展速率算式的统计分析、算式中的参数的分布规律及其相关性的研究都难以进行。

在试验数据较少和用经典方法处理问题比较困难的情况下,蒙特卡洛法是一种行之有效的方法。蒙特卡洛法是通过随机现象的统计模拟求解数学物理、工程技术等问题的一种数值方法。使用蒙特卡洛法可以产生随机变量的大容量的样本,以代替复杂昂贵的试验。其次,蒙特卡洛法的数学概念清晰易懂,处理问题简单方便,不论问题难度多大,只要建立起它的概率模型,都可以按照一定的方法步骤来解决,其计算量只与变量数成正比。近些年来,基于蒙特卡洛法不同模拟法已在结构的可靠性分析以及疲劳寿命估算中得到了广泛应用<sup>[1-5]</sup>。

本文用蒙特卡洛法研究 E36-Z35 钢表面疲劳裂纹扩展速率的概率分布函数,确定了扩展速率算式中的参数分布规律及其相关性。并将计算数据与试验数据进行了比较,说明模拟结果是合理的、可用的。

\* 收稿日期:1997-6-24

丁克勤 男 29 博士; 柳春图 男 62 研究员 博士生导师

## 2 E36-Z35 钢表面疲劳裂纹扩展试验

为了探讨国产海洋平台 E36-Z35 钢的表面疲劳裂纹扩展特性,并将其与蒙特卡洛模拟结果比较,我们进行了 E36-Z35 钢母材和焊板的表面疲劳裂纹扩展试验。

### 2.1 试件材料和试样

试验使用的试件材料是上海江南造船厂提供的国产 Z 向钢 E36-Z35,其化学成分及机械性能如表 1、表 2 所示。试件为三点弯曲试样,尺寸为  $B \times W \times L = 28 \times 85 \times 370$  (mm)。试样的初始裂纹用电火花切割,深度为 1mm,表面长度为 2mm,切口宽度为 0.2mm。为使裂纹前缘足够尖,我们在高频疲劳试验机上进行了裂纹预测。

表 1 E36-Z35 的化学成份

C	Si	Mn	P	S	Cu	Al	Nb
0.16	0.33	1.34	0.10	0.01	0.02	0.49	0.35

表 2 E36-Z35 的机械性能

屈服点 ( $\text{kg/mm}^2$ )	抗拉强度 ( $\text{kg/mm}^2$ )	伸长率 (%)
42	57	34

### 2.2 试验条件

疲劳试验在液压伺服材料试验机 MTS810.12 上进行,试验频率为 10Hz。试验过程采用载荷控制的三点弯曲加载,各试样的加载情况参见文献[6]。

### 2.3 表面裂纹扩展监测

对于表面疲劳裂纹扩展,直接测量其裂纹扩展深度几乎是不可能的。本试验通过降载勾线法获得裂纹扩展量与循环次数  $N$  的关系。具体过程是:在试验过程中,当裂纹扩展到一定长度时,降低载荷幅值,在断口表面留下裂纹前沿的痕迹。试验结束后,将试样断口打开,用显微镜观察断口,测量出各应力循环  $N$  所对应的裂纹深度  $a$  和表面裂纹长度  $2c$ 。变载勾线的方法有以下几种:(1)平均应力不变,降低幅值为疲劳循环载荷幅值的  $1/2 \sim 1/3$ ;(2)最大载荷不变,降低幅值为  $1/2$ ;(3)最小载荷不变,降低幅值为  $1/2$ 。实验表明以上几种变载方法对勾线清晰度影响不大。本实验采用平均载荷不变,载荷幅值减小  $1/2$  的变载法。

### 2.4 试验结果

我们对 E36-Z35 钢母材和焊板各七个试件分别进行试验,试验结果如图 1,图 2 所示

## 3 疲劳裂纹扩展速率和各变量的分布

在各种裂纹扩展速率算式中,最简单、最常用的是 Paris 公式:

$$\frac{dX_j}{dN} = c_j (K_j)^{m_j} \quad (j = 1, 2) \quad (1)$$

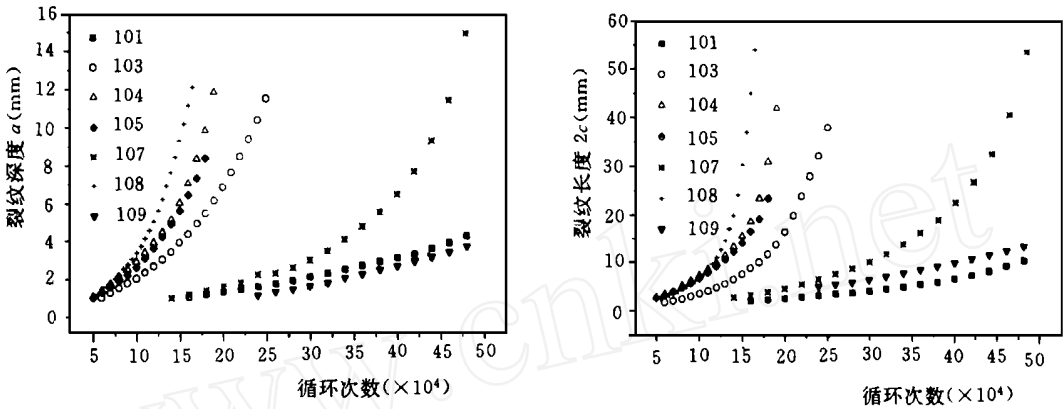


图1 母材表面疲劳裂纹扩展尺寸和循环次数的关系

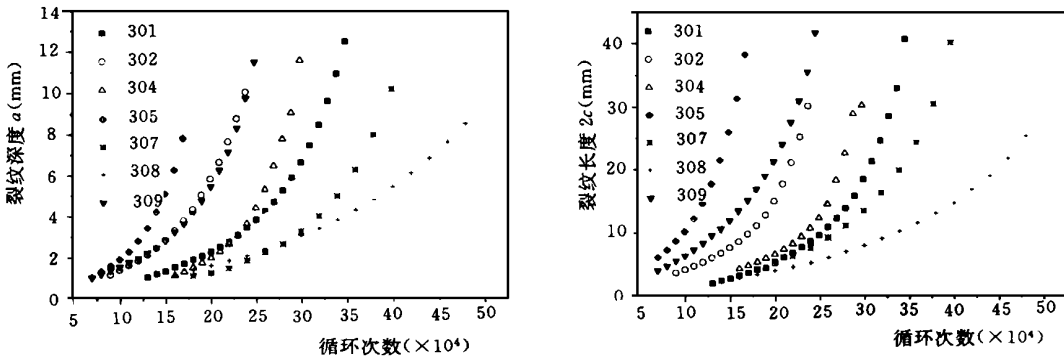


图2 焊板表面疲劳裂纹扩展尺寸和循环次数的关系

其中  $m_j, c_j$  为与试验条件有关的材料常数。  $K_1$  和  $K_2$  分别为表面和深度方向应力强度因子变化范围,对于三点弯曲试件表面裂纹  $K_1$  和  $K_2$  分别由下式计算:

$$K_1 = Z_n S H_1 M \sqrt{\frac{a}{Q} \cdot \frac{a}{c}} \tag{2a}$$

$$K_2 = Z_n H_2 M \sqrt{\frac{a}{Q}} \tag{2b}$$

其中

$$M = \{1.13 - 0.09(a/c)\} + \{-0.54 + 0.89[0.2 + (a/c)^{-1}]\}(a/B)^2 + \{0.5 - [0.65 + (a/c)^{-1} + 14(1 - a/c)^{24}]\} \cdot (a/B)^4$$

$$S = 1.1 + 0.35(a/B)^2$$

$$Q = 1 + 1.464(a/c)^{1.65}$$

$$H_1 = 1 - [0.34 + 0.11(a/c)](a/B)$$

$$H_2 = 1 - [1.22 + 0.12(a/b)](a/B) + [0.55 - 1.05(a/c)^{0.75} + 0.47(a/c)^{1.5}](a/B)^2$$

式中  $Z_n$  为弯曲应力幅值,  $a$ 、 $c$  分别为表面裂纹深度和半长,  $B$  为试件的厚度。

将(2)代入(1),得到表面和深度方向的疲劳裂纹扩展速率公式为

$$\frac{dc}{dN} = c_1 [Z_n S H_1 M \sqrt{\frac{a}{Q}} \cdot \frac{a}{c}]^{m_1} \tag{3a}$$

$$\frac{da}{dN} = c_2 [Z_n H_2 M \sqrt{\frac{a}{Q}}]^{m_2} \tag{3b}$$

用式(3)对海洋平台 E36-Z35 钢母材和焊板表面疲劳裂纹在深度和长度上扩展实验数据进行计算,数据处理方法是用 7 点多项式按最小二乘法拟合。计算结果见表 3。

表 3 试验数据的回归计算结果

材 料	E36-Z35 母材		E36-Z35 焊板		
	组别	一	二	三	四
参数	数值				
$m$		2.6291	2.6851	2.4791	2.5133
$\log c$		-10.6814	-10.6437	-10.5777	-10.2846
$r$		0.9226	0.9385	0.9286	0.9278
$s$		0.5202	0.5517	0.5144	0.5546

在进行蒙特卡洛模拟时,首先要确定变量的分布函数才能进行抽样。实验证明,  $\log \frac{da}{dN}$ ,  $\log \frac{dc}{dN}$  是一个有随机性的线性函数,它的标准偏差是常数,这里变差系数不能用作模拟参数。 $da/dN$ ,  $dc/dN$  的变差系数较大,而且它们均大于零,因此用正态分布误差较大。通常使用的有对数正态分布和威布尔分布,从物理意义上讲威布尔分布比较合理,而对数正态分布处理问题方便,由于两者在分布域中部分区间相差不大<sup>[7,8]</sup>。因此,常常取对数正态分布进行处理。一般情况下,平板受弯表面裂纹应力强度因子公式为<sup>[9]</sup>:

$$K_I = H \cdot \frac{3M}{B_1 B_2^2} \cdot \frac{\sqrt{a}}{E(k)} \cdot F\left(\frac{a}{B_2}, \frac{a}{c}, \frac{c}{B_1}, \right) \tag{4}$$

式中  $H$  为修正系数,  $M$  为作用于平板的弯矩,  $B_1$  为试件宽度,  $B_2$  为试件高度,  $E(k)$  为第二类完全椭圆积分。由于  $K$  的子因素都是正态分布,根据上式可得到  $K$  的分布,一般  $K$  的变差系数较小,符合正态分布。

#### 4 $m$ 、 $c$ 的分布函数及其相关性

$dX_j/dN$  的分散性是由材料性能的分散性引起的, 所以必须搞清  $m$ 、 $c$  的分布, 这是寿命可靠性基础。以往的方法多是对多组试验进行统计分析, 这样做代价较高, 而且样本数较少, 置信度不高。使用蒙特卡洛法则比较经济有效, 它是一种数值分析方法, 根据经验和少量试验进行模拟计算, 以达到减少试验, 获取一般规律的目的。用一组试验按最小二乘法求出  $m$ 、 $c$ 。

由于  $(m \log(K_j) + \log c)$  的各子因素的变差系数小于 0.2, 可作为  $\log \frac{dX_j}{dN}$  的均值, 将上表中求得的  $s$  作为  $\log \frac{dX_j}{dN}$  的标准差, 这样, 就确定了其分布函数。

由(4)式得  $K$  的变差系数:

$$C_{V_k} = \sqrt{C_{V_p}^2 + C_{V_{B_1}}^2 + 2C_{V_{B_2}}^2 + \frac{1}{4}C_{V_a}^2} \quad (5)$$

根据对一些试验的观察和统计, 一般载荷  $P$  和试件宽  $B_1$ , 高  $B_2$  的相对公差可取为 5%<sup>[10]</sup>。公差按 3 计算, 有

$$C_{V_p} = C_{V_{B_1}} = C_{V_{B_2}} = 0.017$$

对于裂纹长度,<sup>[11]</sup>通过一个观察实验, 用读数显微镜测量了 30 次裂纹长度, 其变差系数为  $C_{V_a} = 0.013$ 。由此得  $C_{V_k} = 0.0346$ , 这样  $K_j$  和  $dX_j/dN$  的分布如下:

$$K \sim N((K)_i, C_{V_k}((K)_i)) \quad (6)$$

$$\log \frac{dX_j}{dN} \sim N(\log c + m \log((K)_i), S) \quad (7)$$

按此分布进行抽样, 在每个点  $((K)_i, (\frac{dX_j}{dN})_i)$  处抽 5 个二维随机点, 然后用最小二乘法求出一对  $m$ 、 $c$  值, 重复 100 次, 做统计分析。模拟结果见表 4。

表 4 蒙特卡洛模拟结果  $C_{V_k} = 0.0346$

参数	组别	一	二	三	四
	数值				
$m$	均值	2.5764	2.5573	2.3959	2.3996
	标准偏差	1.6593	1.7417	1.4406	1.5074
$\log c$	均值	-10.7170	-10.5634	-10.6767	-10.2493
	标准偏差	0.4274	0.7627	0.0705	0.1586
$r$	均值	0.9187	0.9220	0.9216	0.9218
	标准偏差	0.06277	0.05936	0.05983	0.05990
$s$	均值	0.5196	0.5404	0.5054	0.5464
	标准偏差	0.3459	0.5895	0.3069	0.2799

对比表 3、4 知,蒙特卡洛模拟结果的均值与实验拟合结果有小的差别,这是由于模拟实验有随机性,而模拟次数又较小。但小的差别对结果影响很小。

根据上面得到的子样,可以确定  $m, c$  的分布形式,由于  $m, c$  之间是统计相关的,因此对其分布只需考查一个,本文选  $c$  为研究对象,用  $\chi^2$  检验对  $c$  做正态和对数正态检验,计算结果见表 5。

表 5  $c$  的  $\chi^2$  检验结果

分布形式 \ 组别 数值	一	二	三	四
对数正态	8.7453	10.2148	9.1742	11.2132
正态	10.7234	15.4728	13.2867	19.6275

$\chi^2$  值计算方法如下:

首先将统计量  $x_i$  (正态检验时  $x_i = c_i$ , 对数正态检验时  $x_i = \log c_i$ ) 标准化:

$$u_i = \frac{x_i - \bar{x}}{s_x} \tag{8}$$

然后将  $[-4, 4]$  等分为八个区间,计算出  $u_i$  落在第  $i$  个区间的频数  $n_i$ , 则

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^8 \frac{(n_i - 100 p_{i0})^2}{100 p_{i0}} \tag{9}$$

其中  $p_{i0}$  为在第  $i$  个区间的理论概率。

给定显著度水平  $\alpha = 0.05$ , 自由度  $\nu = 8 - 1 = 7$ , 则:

$$\chi_{0.95}^2(7) = 14.067$$

与表 5 对比可知,四组数据都符合对数正态分布,且对数正态分布的  $\chi^2$  值比正态分布的  $\chi^2$  值小,所以  $c$  符合对数正态分布。

最小二乘法中有关系式:

$$\log c = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \log \left( \frac{da}{dN} \right)_i - \frac{m}{n} \sum_{i=1}^n \log(K)_i \tag{1}$$

这说明  $m, c$  有相关性。实验也证明  $m, c$  是不独立的,其变化趋势相反。一般有以下式:

$$\log c = Am + B \tag{11}$$

在进行相关性考查时,也有样本点少的困难,解决的办法也是用蒙特卡洛法扩充样本量,利用前面模拟所得的 100 对  $m, c$  值按式(11)做最小二乘法分析,结果见表 6。

由表可知, 接近于 -1, 相关度很高,所以  $m, c$  是统计相关的。而且从式(11)可以看出  $m$  符合正态分布。

表 6  $m, c$  的相关性

参数 \ 组别 数值	一	二	三	四
A	- 6.9662	- 6.5266	- 7.2509	- 6.8312
B	- 1.4558	- 1.5786	- 1.4287	- 1.4244
R	- 0.9951	- 0.9952	- 0.9940	- 0.9947
S	0.2382	0.2701	0.2249	0.2204

## 5 结 语

本文利用蒙特卡洛法模拟分析了海洋平台钢 E36-Z35 母材和焊接表面疲劳裂纹扩展速率,并确定了算式中的参数分布规律及相关性。通过计算数据与试验数据的对比,两者基本一致,从而表明蒙特卡洛模拟是合理的、可靠的。

蒙特卡洛法的关键是建立起概率模型,计算效果主要在于抽样方法和随机数性质。其计算量较大,收敛速度为  $O(1/\sqrt{N})$ ,主要影响因素是精度。由于工程问题大多具有随机性,统计观点已得到广泛应用,蒙特卡洛法将有重要应用价值。

## 参考文献

- 1 张延宏,柳春图,梅红.管节点疲劳寿命估算的统计分析方法,海洋工程,1990,8(4)
- 2 丁克勤,柳春图.重要性抽样法在管节点疲劳可靠性分析中的应用,力学学报,1996,28(3).
- 3 丁克勤,柳春图.接管断裂失效概率估算的一种新方法,机械强度,1996,18(4).
- 4 丁克勤,柳春图.接管断裂失效概率估算的抽样方法研究,强度与环境,1997(2).
- 5 Madson HO, Skjong R, Kirkemo F. Probabilistic fatigue analysis of offshore Structure-reliability updating through inspection results, IOS '87. Glasgow, U. K. September, 1987. 28-29.
- 6 丁克勤.工程结构疲劳裂纹随机扩展及可靠性分析方法研究,中国科学院力学研究所博士论文,1997,10.
- 7 Johoston, G. O. :统计断裂力学综述,应用力学,1984, No. 4.
- 8 疲劳可靠性-疲劳和断裂概率的现状评论,应用力学,1984, No. 5.
- 9 Y. Murakami, Stress Intensity Factors Handbook, Pergamon Press, Vol. 182, No. 2, 1987.
- 10 徐灏.机械强度的可靠性设计,机械工业出版社,1984.
- 11 张骏华.结构可靠性设计与分析,宇航出版社,1989.

# MONTE CARLO SIMULATION OF SURFACE FATIGUE CRACK GROWTH RATE OF OFFSHORE PLATFORM STEEL E36-Z35

Ding Keqing    Liu Chuntu

(*Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080*)

**Abstract** The Monte Carlo method is used to simulate and analyze the surface fatigue crack growth rate of offshore platform steel E36-Z35, and define distribution law and relevance of the parameters of the algorithm. The calculative data and experimental data are compared, the results show that the Monte Carlo Simulation is reasonable and reliable.

**Key words** Monte Carlo method    simulation    fatigue crack growth    experiment