

文章编号 : 1005-9865 (2008) 02-0011-06

海洋平台张力腿非线性动力响应

徐万海, 曾晓辉, 吴应湘

(中国科学院 力学研究所, 北京 100080)

摘 要: 采用非线性梁模型, 充分考虑张力腿轴向与流向的耦合效应及平台运动对张力腿的作用, 运用 Galerkin 法进行分析求解, 研究不同的长径比 (L/D) 情况下, 弯曲刚度和非线性耦合效应的影响, 以期得到更适用于实际的张力腿简化模型。

关键词: 长径比; Galerkin 法; 参数振动; 受迫振动; 张力腿

中图分类号: TV312 **文献标识码:** A

Nonlinear dynamic response of the tendon

XU Wan-hai, ZENG Xiao-hui, WU Ying-xiang

(Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

Abstract: The tendon is modeled as a nonlinear beam undergoing coupled in-line and axial motion, considering the effect excited by the Tension Leg Platform (TLP). The Galerkin's method and the modes superposition principle are implemented. Investigated in this paper is the influence of the bending stiffness and nonlinear coupled effect when the length-to-diameter is different, in order to obtain a simple tendon model in actual application.

Key words: Length-to-diameter; Galerkin's method; parametric excitation; forced excitation; tendon

细长柱状柔性结构在海洋工程中有着重要的应用, 关于其动力响应的研究很多^[1], 大多集中在应用简单的线性 Euler-Bernoulli 梁模型计算它的剪力与弯矩。近年来随着深海油气开采的需要, 张力腿, 立管的长度已经达到 1 500 m 以上, 长径比 (L/D) 的增加致使轴向与流向振动的耦合效应变得越来越显著^[2,3]。Han 等^[2,3]推导出了顺应塔的轴向与流向的耦合振动方程, 采用有限差分法进行了数值求解。随后又研究了在随机波作用下, 考虑耦合效应的非线性梁模型与线性梁模型在预测张力腿动力响应的差异, 其中把平台本体简化为点质量, 没有考虑平台运动对张力腿非线性振动的影响^[4]。Yigit A S 等^[5]采用非线性梁模型, 应用 Galerkin 方法研究了隔水套管的耦合振动。

为使问题简化, 忽略涡激振动的影响, 细长柱状柔性结构的外激励主要有两种, 即波浪及平台纵荡引起的受迫振动和平台垂荡而引起的参数振动, 如图 1 所示。Patel 等^[6]采用半解析的方法讨论了二维情况下张力腿在参数激励及受迫激励共同作用下的动力响应。Park 等^[7]应用有限元法研究了三维情形张力腿在参数激励及受迫激励共同作用下的动力响应。

考虑平台运动对张力腿非线性振动的影响, 采用非线性梁模型, 提出新的边界条件, 分析长径比 (L/D) 变化时, 弯曲刚度和非线性耦合效应的影响情况, 以期得到更适用于实际的张力腿简化模型。

收稿日期: 2007-07-04

基金项目: 国家高技术研究发展计划 (863 计划) 资助项目 (2006AA09Z350); 国家自然科学基金资助项目 (10702073); 中国科学院知识创新工程重要方向项目 (KXCX2-YW-L02); 国家自然科学基金重点资助项目 (10532070)

作者简介: 徐万海 (1981 -), 男, 黑龙江人, 博士研究生, 主要从事深海平台动力响应及平台与系泊系统之间的相互作用研究。

1 控制方程及相应的边界条件

1.1 控制方程

轴向与流向耦合的非线性梁模型已经得到了学者们的广泛深入研究,采用 Han 等^[2,3]提出的模型:

$$A\ddot{u} - (EA(u + \frac{1}{2}v^2)) = f_x \quad (1)$$

$$A\ddot{v} - (EA(u + \frac{1}{2}v^2)v) - (I\ddot{v}) + (EIv) = f_y \quad (2)$$

式中:“ \cdot ”代表对时间微分,“ \prime ”代表对空间微分,为材料的密度, A 为横截面面积, E 为材料弹性模量, I 为张力腿横截面的惯性矩, u 、 v 为轴向与流向的位移, f_x 、 f_y 分别为轴向与流向单位长度的分布力, f_x 可表示成单位长度的浮力与重力的差值:

$$f_x = \rho_f A_f g - A g \quad (3)$$

f_y 根据 Morison 方程进行计算:

$$f_y = -C_A \rho_f A_f \ddot{v} - C_D \rho_f r_{outer} v | \dot{v} | \quad (4)$$

式中: ρ_f 为海水密度, A_f 为圆柱所占用水体的横截面积, g 为重力加速度, C_A 、 C_D 分别为附加质量系数和粘性力系数, r_{outer} 为圆柱外半径。

1.2 边界条件

文献[2~4]中,把张力腿平台简化为点质量,不考虑平台的运动对张力腿非线性振动的影响,实际上平台的运动会引起张力腿的参数振动和受迫振动问题,假设张力腿是两端简支的非线性梁结构^[6,7],边界条件如下:

$$u(0, t) = 0, \quad u(L, t) = U_a(t) + U_{L0} \quad (5)$$

$$v(0, t) = 0, \quad v(L, t) = V_a(t) \quad (6)$$

$$EIv(0, t) = 0, \quad EIv(L, t) = 0 \quad (7)$$

式中: $U_{L0} = N_0 L / EA$ 为初始预张力作用下,顶端所产生的初始位移, N_0 为顶端初始预张力, $U_a(t)$ 、 $V_a(t)$ 分别为平台垂荡和纵荡的运动形式,可写成如下的简谐运动:

$$U_a(t) = U_{L1} \cos t, \quad V_a(t) = V_{L0} \sin t \quad (8)$$

式中: U_{L1} 、 V_{L0} 分别为平台垂荡和纵荡的幅值,为张力腿参数振动与受迫振动的圆频率。

1.3 方程的简化

分别选取张力腿长度 L , 振动的圆频率 ω 为空间与时间的特征量,将控制方程(1)和(2)进行无量纲化

$$\bar{m} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{t}^2} - \frac{\partial}{\partial \bar{x}} (s^2 (\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} + \frac{1}{2} (\frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{x}})^2)) = \bar{f}_x \quad (9)$$

$$\bar{m} \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial \bar{t}^2} - \frac{\partial}{\partial \bar{x}} (s^2 (\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} + \frac{1}{2} (\frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{x}})^2) \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{x}}) - \frac{\partial}{\partial \bar{x}} (\bar{J} \frac{\partial^3 \bar{v}}{\partial \bar{t}^2 \partial \bar{x}}) + \frac{\partial^4 \bar{v}}{\partial \bar{x}^4} = \bar{f}_y \quad (10)$$

其中,

$$\bar{m} = A \frac{2L^4}{EI}, \quad s^2 = \frac{L^2 A}{I}, \quad \bar{J} = I \frac{L^2}{EI}, \quad \bar{f}_x = f_x \frac{L^3}{EI}, \quad \bar{f}_y = f_y \frac{L^3}{EI} \quad (11)$$

从无量纲方程中可以看出,当长径比(L/D)较大时,流向与轴向振动的耦合因素不可忽略,转动惯量的影响可忽略,同时弯曲刚度的影响也是可以忽略的,因此控制方程(1)和(2)得到了简化。

2 数值方法

忽略方程(1)和(2)中转动惯量的影响,运用 Galerkin 法,令:

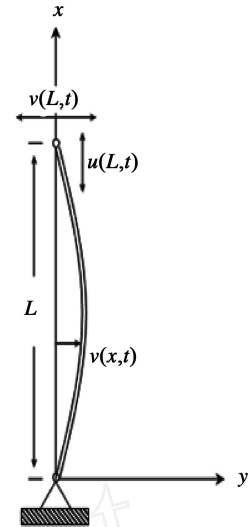


图 1 张力腿模型结构示意图

Fig. 1 Model structure configuration and notation

$$u(x, t) = U_a(t) \frac{x}{L} + \frac{xN_0}{EA} + u_n(t) \sin \frac{n-x}{L} \tag{12}$$

$$v(x, t) = V_a(t) \frac{x}{L} + v_n(t) \sin \frac{n-x}{L} \tag{13}$$

把式(12)和(13)带入式(1)和(2),利用振型的正交性,两端同乘以 $\sin(n-x/L)$ 并在 $[0, L]$ 上积分:

$$\ddot{u}_n(t) + \frac{EA}{A} \left(\frac{n}{L}\right)^2 u_n(t) + \frac{EA}{A} \left(\frac{n}{L}\right)^2 \frac{V_a(t)}{L} v_n(t) + (-1)^{n+1} \frac{2}{n} \dot{U}_a(t) = (1 - (-1)^n) \frac{2}{An} f_x \tag{14}$$

$$\ddot{v}_n(t) + \frac{EI\left(\frac{n}{L}\right)^4 + EA\left(\frac{U_a(t)}{L} + \frac{N_0}{EA}\right)\left(\frac{n}{L}\right)^2 + \frac{3}{2}EA\left(\frac{n}{L}\right)^2\left(\frac{V_a(t)}{L}\right)^2}{A + C_A \rho A_f} v_n(t) + \frac{EA\left(\frac{n}{L}\right)^2 \frac{V_a(t)}{L}}{A + C_A \rho A_f} u_n(t) + (-1)^{n+1} \frac{2}{n} \dot{V}_a(t) = \frac{2}{L(A + C_A \rho A_f)} \int_0^L f_0 \sin \frac{n-x}{L} dx \tag{15}$$

仅计算前两阶模态,取 $n=2$,共有 4 个关于时间的二阶常微分方程,应用四阶龙格库塔法对方程(14)和(15)进行耦合求解,采用龙贝格数值积分法对式(15)中积分项进行处理。

3 算例分析

不考虑海流对张力腿的作用,随着水深的增加,波浪对张力腿的直接作用也可以忽略不计,而是通过激励平台间接施加给张力腿,研究平台运动对张力腿非线性振动的影响,给出了两个不同长径比(L/D)的张力腿结构的算例分析,相应的计算参数如表 1 所示^[8],同时讨论弯曲刚度和轴向与流向非线性耦合效应所起的作用。

表 1 计算参数

Tab. 1 Physical data for example structures for case study

参 数	Model I	Model II
Length/ m	415	1 415
Tendon density/ (kg · m ⁻³)	7 800	7 800
Young s modulus/ (N · m ⁻²)	2.04 ×10 ¹¹	2.04 ×10 ¹¹
Inner diameter/ m	0.346 4	0.84
Outer diameter/ m	0.8	0.9
Added mass coefficient	1.0	1.0
Drag coefficient	1.0	1.0
Excitation period/ s	15	15
Top tension/ N	3.462 ×10 ⁷	3.462 ×10 ⁷
Platform heave amplitude/ m	0.1	0.1
Platform surge amplitude/ m	5.0	5.0
Length to diameter ratio	519	1 572

首先验证 Galerkin 法,仅截取二阶模态的合理性。图 2 给出了前三阶模态响应的图像,从图 2(a) ~ (c) 中可以很清楚的看出,三阶模态峰值是二阶峰值的 26%,是一阶模态峰值的 3%,即流向振动的下阶模态与上阶模态数值上差一个量级,这样应用 Galerkin 方法研究张力腿流向动力响应时,高阶模态的影响可以忽略。仅取前两阶模态可以保证计算结果的正确性与精度。

当长径比较小时,弯曲刚度的影响十分显著。随着深海油气开采的需要,张力腿等的长径比会变得很大,在此分析弯曲刚度的影响效应,图 3 给出了两种长径比的张力腿动力响应图像,可以看出弯曲刚度的影响很小,特别像张力腿这种长径比较大,且轴向承受巨大的预张力结构,弯曲刚度效应可以不考虑。

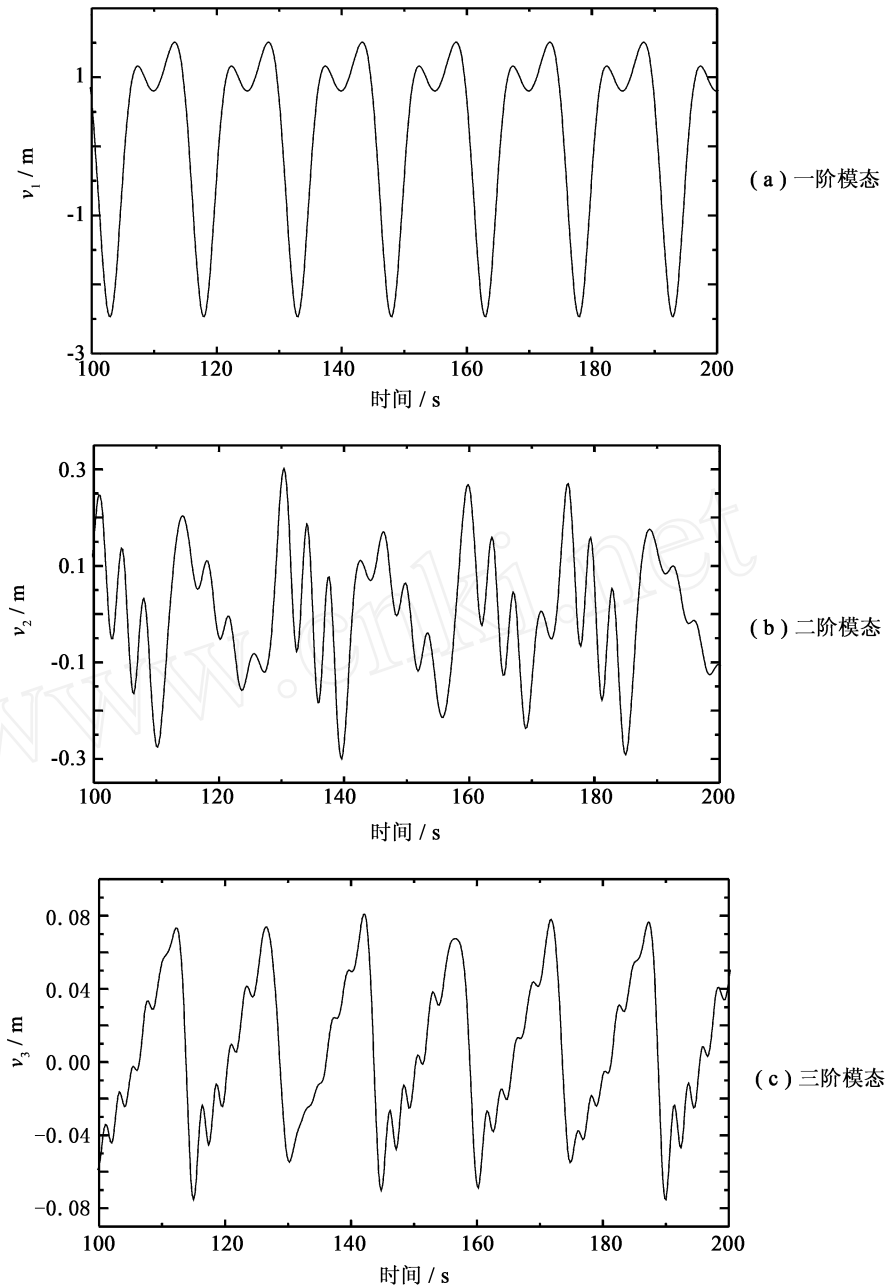


图 2 张力腿中点处流向的模式响应

Fig. 2 The mode time history in in-line direction at the middle of the tendon

下面分析轴向与流向的非线性耦合效应的影响,应用文献[4]的处理方法,忽略流向与轴向的耦合效应,把耦合方程组(1)和(2)线性化,得到了线性的 Euler-Bernoulli 梁模型:

$$A\ddot{v} - ((\rho A_f - A)g(x-L) + N_0)v + (EIv) = f_y(x, t) \quad (16)$$

相应的边界条件如式(6),(7)所示。图 4 给出了线性与非线性模型在预测张力腿动力响应时,张力腿中点处流向位移的图像,从图中可以看出,忽略了非线性耦合效应的线性模型得到的预测结果大于非线性模型,振动形式基本相同,从图 4 中不能发现长径比的增加,非线性耦合效应越来越明显,原因在于没有考虑波浪海流对张力腿的作用,而仅研究平台对张力腿的激励。

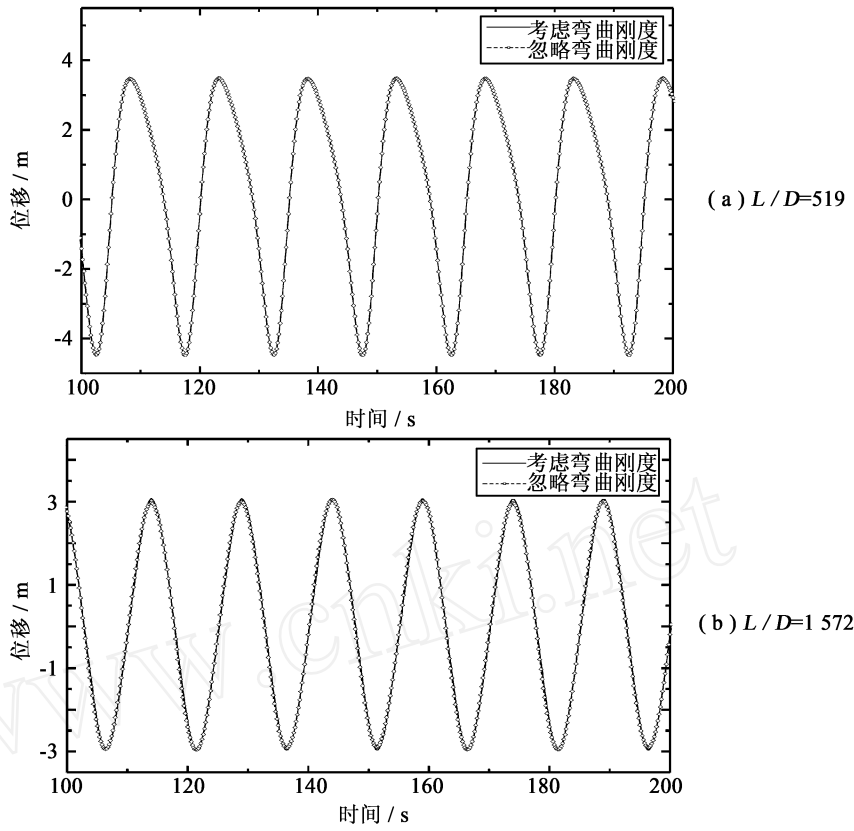


图 3 弯曲刚度的影响

Fig. 3 The effect of bending stiffness

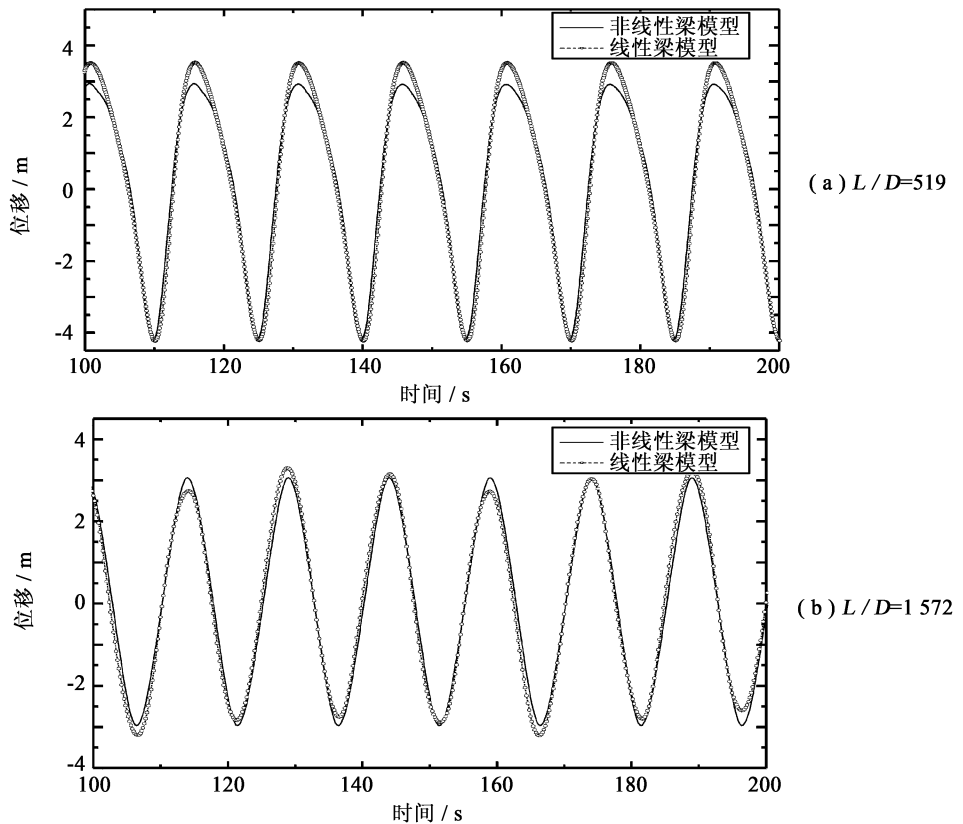


图 4 非线性耦合效应的影响

Fig. 4 The influence of nonlinear coupled effects

4 结 语

1) Galerkin 法可以用来求解张力腿非线性耦合动力响应。研究表明,这种方法具有更深层次的优越性,可应用于张力腿参数振动问题的研究。一般情况下,舍去高阶模态,仅考虑前两阶模态的计算结果是合理的。

2) 当长径比(L/D)较大时,张力腿的弯曲刚度和转动惯量效应对动力响应的影响可以忽略,但是轴向与流向之间的耦合不能忽略,建议采用非线性梁模型模拟张力腿。

3) 当长径比(L/D)较小时,轴向与流向之间的耦合效应不是很显著,线性 Euler-Bernoulli 梁模型也是合理的。

参考文献:

- [1] Patel M H, Seyed F b. Review of flexible riser modeling and analysis techniques[J]. Engineering Structure, 1995, 17(4):293 - 304.
- [2] Han S M, Benaroya H. Nonlinear coupled transverse and axial vibration of a compliant structure 1: formulation and free vibration[J]. J Sound Vib, 2000, 237(5):837 - 73.
- [3] Han S M, Benaroya H. Nonlinear coupled transverse and axial vibration of a compliant structure 2: forced vibration[J]. J Sound Vib, 2000, 237(5):874 - 99.
- [4] S M Han, H Benaroya. Comparison of linear and nonlinear responses of a compliant tower to random wave forces[J]. Chaos, Solitons and Fractals, 2002, 14(2):269 - 291.
- [5] Yigit A S, Christoforu A P. Coupled axial and transverse vibrations of oil well drillstrings[J]. Journal of Sound and Vibration, 1996, 195(4):617 - 27.
- [6] Patel M H, Park H I. Combined axial and lateral responses of tensioned buoyant platform tethers[J]. Engineering Structure, 1995, 17:687 - 95.
- [7] Park H I, Jung D H. A finite element method for dynamic analysis of long slender marine structures under combined parametric and forcing excitations[J]. Ocean Eng, 2002, 29:1313 - 25.
- [8] R ADREZIN. The nonlinear stochastic dynamics of tension leg platforms[D]. Ph. D. Thesis Rutgers, the State University of New Jersey, 1997.