

文章编号: 1001-1455(2002)04-0308-07

# 环与杆高速碰撞动态响应的分析和预测\*

范亚夫<sup>1,2</sup>, 谈庆明<sup>2</sup>, 段祝平<sup>2</sup>

(1. 中国兵器工业第五二研究所, 内蒙古 包头 014034;

2. 中国科学院力学研究所非线性力学国家重点实验室, 北京 100080)

**摘要:** 采用量纲分析的方法, 讨论了环与杆高速碰撞时影响杆被击断的主要因素, 分别给出了相对临界速度、临界方位角及环的临界厚度与主要物理参数的函数关系, 并通过计算机仿真确定这种函数关系。

**关键词:** 量纲分析; 相似律; 高速碰撞; 计算机仿真

**中图分类号:** O382.4 **文献标识码:** A

## 1 问题的提出

出于对长杆弹或聚能射流主动防护的目的, 带有应力集中线的锥壳在爆炸载荷下可实现环形分解, 见图 1。由于聚能效应, 这些环沿轴线按一定的速度梯度拉开, 并在接触点上与长杆弹或破甲弹射流碰撞, 这与板和杆的撞击相比, 打击强度会更大。图 2 给出了  $\varnothing 6\text{mm} \times 94\text{mm}$  的 105 底推式钨合金穿甲模拟弹与金属锥环撞击后的结果。由图可见, 能够穿深 65 ~ 70mm 均质装甲钢的钨合金穿甲模拟弹已被击碎, 喷溅在后效板上, 最大垂直穿深仅 8mm, 其侵彻能力大为降低。



图 1 爆炸载荷下一锥壳被分解为三个环  
Fig. 1 A conical shell is separated three rings under explosive load



图 2 与锥环碰撞后的钨合金穿甲模拟弹喷溅在后效板上  
Fig. 2 The broken tungsten-alloy simulative projectile sprays an armor plate after impacting with conical rings

国内外学者从弹、塑性动力学的角度出发, 就有关环、杆在冲击载荷下的动态响应问题, 进行了大量的理论和实验研究<sup>[1]</sup>。

在高速冲击下, 圆环的动力分析应考虑惯性力的影响。R. H. Owens 等<sup>[2]</sup>对受一个集中力作用的自由环作了塑性动力响应分析。V. P. W. Shim 等<sup>[3]</sup>研究了几何和载荷参数对波在圆环中传播的影响。张铁光<sup>[4]</sup>研究了对径受撞圆环的刚塑性大变形。

余同希等<sup>[5]</sup>指出, 受强动载荷作用的自由梁中的塑性弯曲波和由其自由端反射回的弹性弯曲波的相互干涉, 对确定自由梁的变形模式起着非常重要的作用, 但所研究问题的响应时间仅在毫秒量级。韩强等<sup>[6]</sup>将梁在动载下的屈曲归结为应力纵波的传播和反射导致的分叉问题, 指出应力波在动力屈曲问

\* 收稿日期: 2001-09-18; 修回日期: 2002-06-25

基金项目: 国防科技预研基金项目(96J12.1.1)

作者简介: 范亚夫(1954—), 男, 博士研究生, 高级工程师。

题中的引入需考虑弯曲波和压缩波的耦合,如果再计及应力波在边界处的反射,将使问题进一步复杂化。

本文中,通过量纲分析试图定性地解释环与杆高速碰撞时的某些现象,建立能够通过模拟试验来预测原型试验现象的相似律,得到杆被击断时环应具有的最小速度及方位角,并通过计算机仿真确定不同杆径被击断时相对临界速度、临界方位角及环的临界厚度与主要物理参数的函数关系。从而对其作用机理有进一步的了解。

### 2 相似律

量纲分析是建立相似律的基本方法,而相似律是设计模型试验的理论依据。

就模拟试验而言,钨合金长杆弹的着靶速度为 1000 ~ 1500m/s,环的撞击速度为 200 ~ 800m/s。碰撞的动态响应主要取决二者之间相对速度  $v_{rel} = v_b \sin \phi + v_{xr}$ ,  $v_b$ 、 $v_{xr}$  分别为杆的碰撞速度和环的水平拦截速度,  $\phi$  为方位角,见图 3。

在撞击的过程中,环和杆都经历了在高应变速率下的弹、塑性变形乃至破坏,所以在分析中应该引入与材料性能相关的物理量。如图 3 所示,环与杆碰撞均为点接触(一点或二点接触),故作为几何参量的杆长和环直径不予考虑。

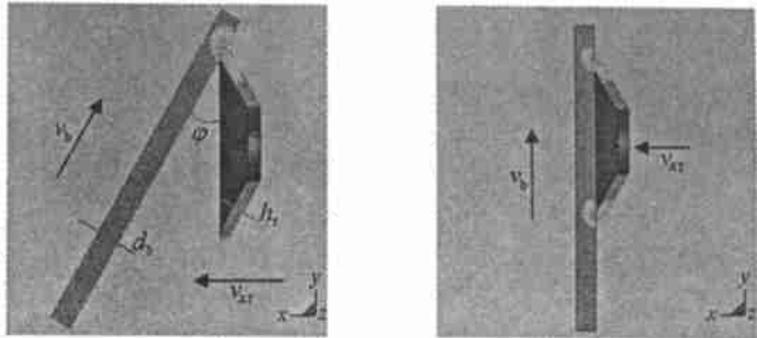


图 3 环与杆碰撞示意图

Fig. 3 Scheme of a conical ring impacting a long bar

在数值分析中采用 Johnson-Cook 材料模型、Grüneisen 状态方程并引入失效应变概念,而且环、杆都处在同一个应力-应变及温度场中。所涉及的物理量给出如下:

(1) 环:密度  $\rho_r$ ,杨氏模量  $E_r$ ,泊松比  $\nu_r$ ,屈服强度  $Y_r$ ,材料常数  $A_r, B_r, n_r, C_r, m_r, D_{ir}, c_{gr}, s_{ir}, \rho_0, a_r, e_{r0}$ ,容积应变  $\mu_r$ ,定容比热  $c_{vr}$ ,初始温度  $T_{r0}$ ,熔点  $T_{mr}$ ,环的厚度  $h_r$ 。

(2) 杆:密度  $\rho_b$ ,杨氏模量  $E_b$ ,泊松比  $\nu_b$ ,屈服强度  $Y_b$ ,材料常数  $A_b, B_b, n_b, C_b, m_b, D_{ib}, c_{gb}, s_{ib}, \rho_{b0}, a_b, e_{b0}$ ,容积应变  $\mu_b$ ,定容比热  $c_{vb}$ ,初始温度  $T_{b0}$ ,熔点  $T_{mb}$ ,量纲一的应变率  $\dot{\epsilon}^*$ ,量纲一的温度  $T^*$ ,杆直径  $d_b$ 。

(3) 环与杆相对撞击速度  $v_{rel}$ ,方位角  $\phi$ 。

#### 2.1 环与杆临界相对撞击速度 $v_{rel}$ 的函数表示

选  $\rho_r, Y_b, h_r, c_{vb}$  为四个基本量,由 Pi 定理可以得到杆被击断时的临界相对撞击速度应与上述物理量有如下函数关系

$$\frac{v_{rel}}{\sqrt{Y_b/\rho_r}} = f \left( \frac{E_r}{Y_b}, \frac{Y_r}{Y_b}, \frac{A_r}{Y_b}, \frac{B_r}{Y_b}, n_r, C_r, m_r, D_{ir}, \frac{\rho_r c_{gr}^2}{Y_b}, s_{ir}, \rho_0, a_r, \mu_r, \frac{e_{r0}}{Y_b}, \frac{c_{vr}}{c_{vb}}, \frac{\rho_r c_{vr} T_{r0}}{Y_b}, \frac{T_{mr}}{T_0}, \frac{\rho_b}{\rho_r}, \frac{E_b}{Y_b}, \frac{A_b}{Y_b}, \frac{B_b}{Y_b}, n_b, C_b, m_b, D_{ib}, \frac{\rho_b c_{gb}^2}{Y_b}, s_{ib}, \rho_{b0}, a_b, \mu_b, \frac{e_{b0}}{Y_b}, \frac{T_{mb}}{T_0}, \frac{d_b}{h_r}, \dot{\epsilon}^*, T^* \right) \quad (1)$$

若原型试验和模型试验使用的环、杆材料相同,则上式中代表材料性质的量纲一的量是常数。作为工程上的一种近似,假设体积不可压缩并视材料为理想刚塑性,同时忽略热传导和应变率对材料强度的影响,可导出简单的函数关系

$$\frac{v_{rel}}{\sqrt{Y_b/r}} = f\left(\frac{d_b}{h_r}\right) \quad (2)$$

如果原型和模型在撞击前满足几何相似,则  $d_b/h_r$  和  $v_{rel}$  也是常数,由此可得到

$$(v_{rel})_m = (v_{rel})_p \quad (3)$$

式中:下标  $m, p$  分别表示模型和原型。

可见,在满足几何相似以及原型和模型所用材料相同的条件下,模型试验所获得的杆被击断的相对临界速度  $v_{rel}$  就是原型试验所求的。

以上分析没有考虑应变率效应的影响,主要由于:当几何相似的模型缩小为原型的  $1/6$  时,冲击过程中的应变率增大到 6 倍,模型材料的强度也会增大而不会保持不变,这样就可能破坏几何相似律的成立<sup>[7]</sup>。比值一般在 10 左右,应变率只改变一个数量级,而实际上材料强度只有当应变率增加数个数量级时才有明显增加。

在本问题中,原型弹丸的直径和模型弹丸的直径比为  $(d_b)_p / (d_b)_m = 25/6 = 4.17$ ,所以应变率的影响是可以忽略的。

## 2.2 环的临界厚度 $h_r$ 的函数表示

将问题的提法改为:给定环、杆的材料、几何尺寸、相对打击速度和方位角,杆被击断时环的最大特征尺寸即临界厚度是多少?

选  $d_b, b, Y_r, c_{vb}$  为四个基本量,由  $\pi$  定理可以得到环的临界厚度与上面提到的物理量有如下函数关系

$$\frac{h_r}{d_b} = f\left(\frac{r}{b}, \frac{E_r}{Y_r}, \frac{v_{rel}}{\sqrt{Y_r/b}}, \frac{A_r}{Y_r}, \frac{B_r}{Y_r}, n_r, C_r, m_r, D_{ir}, \frac{c_{gr}^2}{Y_r}, s_{ir}, r_0, a_r, \mu_r, \frac{e_{r0}}{Y_r}, \frac{c_{vr}}{c_{vb}}, \frac{c_{vr} T_{r0}}{Y_r}, \frac{T_{mr}}{T_0}, \frac{E_b}{Y_r}, \frac{Y_b}{Y_r}, \frac{A_b}{Y_r}, \frac{B_b}{Y_r}, n_b, C_b, m_b, D_{ib}, \frac{c_{gb}^2}{Y_r}, s_{ib}, b_0, a_b, \mu_b, \frac{e_{b0}}{Y_r}, \frac{T_{mb}}{T_0}, \dots, T^*\right) \quad (4)$$

若原型和模型使用了相同的材料,并作如上所述的假设,上式可以化简为

$$\frac{h_b}{d_b} = f\left(\frac{v_{rel}}{\sqrt{Y_r/b}}\right) \quad (5)$$

假设模型的相对打击速度  $v_{rel}$  和方位角  $\theta$  与原型相同,则上式右端括号中的两个相似准数也保持不变,这样便有

$$\left(\frac{h_r}{d_b}\right)_m = \left(\frac{h_r}{d_b}\right)_p \quad (6)$$

因为模型的缩比是  $\frac{(d_b)_m}{(d_b)_p} = \frac{1}{6}$ ,也就是

$$\frac{(h_r)_p}{(h_r)_m} = \frac{(d_b)_p}{(d_b)_m} = 6 \quad (7)$$

从模型试验获得  $(h_r)_m$  后,可以由  $(h_r)_p = 6(h_r)_m$  推得原型试验的  $(h_r)_p$ 。

## 2.3 临界方位角 $\theta$ 的函数表示

将问题的提法改为:给定环、杆的材料、几何尺寸、相对打击速度和锥环厚度,杆被击断时的临界方位角是多少?

选  $r, Y_b, d_b, c_{vb}$  为四个基本量,依然作如上假设,当模型试验和原型试验使用了相同的环、杆材料时,由  $\pi$  定理可得

$$= f\left(\frac{h_r}{d_b}, \frac{v_{rel}}{\sqrt{Y_b/r}}\right) \quad (8)$$

只要原型试验和模型试验保持几何相似,并且相对撞击速度  $v_{rel}$  相等,则

$$(\theta)_m = (\theta)_p \quad (9)$$

从(2)、(5)、(8)式可以看到,  $\frac{v_{rel}}{\sqrt{Y_b/r}}$ 、 $\frac{h_r}{d_b}$ 、三个量纲一的量存在某一确定的函数关系,当问题的提法改变时,通过函数的反演可得到另一问题的所求。

### 3 数值仿真

(2)、(5)、(8)式中函数  $f$  的具体形式要由实验和理论分析来确定。这里采用数值仿真即计算机打靶实验给出上述函数关系的具体形式。

设  $x_1 = \frac{v_{rel}}{\sqrt{Y_b/r}}$ ,  $x_2 = \frac{d_b}{h_r}$ ,  $x_3 = \dots$ , 则(2)式变为

$$f = f(x_1, x_2, x_3) \tag{10}$$

由文献[8]可知,在工程中自变量在某一范围内,常取幂指数关系形式

$$f = c x_1^m x_2^n x_3^p \tag{11}$$

首先固定  $x_2, x_3$ , 给出  $f$  随  $x_1$  的变化曲线,并求得常数因子  $c_1$  和方幂  $n$ ; 然后固定  $x_3$ , 由  $f$  随  $x_2$  的变化,拟合  $f/x_1^m$  曲线以确定  $m$  和  $c$ 。最后,将上述结果代入(11)式即可。

计算机仿真采用 LS-DYNA 有限元结构分析程序。考虑了环、杆碰撞均为点接触这一应力集中现象进行网格划分。为了尽量真实反映靶试情况,采用带有应变率强化和温度软化的理想刚塑性强化 Johnson-Cook 材料模型

$$\sigma_e = (A + B(\epsilon_e)^n) (1 + C \ln \dot{\epsilon}^*) (1 - (T^*)^m) \tag{12}$$

式中:  $\epsilon_e$  为等效塑性应变,  $\sigma_e$  为 von Mises 流动应力;  $\dot{\epsilon}^* = \dot{\epsilon}_e / \dot{\epsilon}_0$  为相对等效塑性应变率,取  $\dot{\epsilon}_0 = 1.0s^{-1}$ ;

$T^* = \frac{T - T_r}{T_m - T_r}$ , 其中  $T_m$  与  $T_r$  分别表示材料的熔点与室温。

(12)式中,第一个因子给出的是当  $\dot{\epsilon}^* = 1.0, T^* = 0$  时流动应力与等效塑性应变的函数关系。第二个和第三个因子表示了应变率效应和温度效应。

在断裂时,应变

$$\epsilon_f = (D_1 + D_2 e^{D_3 \dot{\epsilon}^*}) (1 + D_4 \ln \dot{\epsilon}^*) (1 + D_5 T^*) \tag{13}$$

式中:  $\dot{\epsilon}^* = \frac{d\epsilon}{dt}$ 。当损伤参数  $D = \sum \frac{1}{\epsilon_f} = 1$  时,断裂发生。  $\Delta \epsilon$  为积分循环期间的等效塑性应变增量。

取 Grüneisen 状态方程,当材料处于压缩状态时

$$p = \frac{c_g^2 \mu \left[ 1 + \left( 1 - \frac{\mu}{2} \right) \mu - \frac{a}{2} \mu^2 \right]}{\left[ 1 - (s_1 - 1) \mu - s_2 \frac{\mu^2}{\mu + 1} - s_3 \frac{\mu^3}{\mu + 1} \right]^2} + (p_0 + a\mu) E \tag{14}$$

当材料处于膨胀状态时

$$p = c_g^2 \mu + (p_0 + a\mu) E \tag{15}$$

式中:  $c_g$  是曲线  $v_s - v_p$  的截距;  $s_1, s_2$  和  $s_3$  是曲线  $v_s - v_p$  斜率系数;  $p_0$  是 Grüneisen gamma 指数; 容积应变  $\mu = \Delta V / V_0 - 1$ 。

不同材料的材料常数见表 1。

表 1 材料常数

Table 1 Material constants

材料	Johnson-Cook 方程					Grüneisen 方程			
	A/MPa	B/MPa	n	C	m	$D_1$	$c_g/(m/s)$	$s_1$	$p_0$
RHA steel	1350	0	0	0.014	1.0	0.05	4580	1.33	1.67
Tungsten	1510	0	0	0.016	1.0	0.05	3990	1.24	1.54

为拟合  $v_{rel} - \varphi$  的关系曲线,计算中分别选取  $\varphi = 5^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 80^\circ$ ,  $d_b = 10\text{mm}$ , 求相应的临界打击速度  $v_{rel}$ 。具体求法如下:在给定  $\varphi$  和  $d_b$  的情况下,取一系列的  $v_{rel}$  作为试探值进行数值计算,直到所取  $v_{rel}$  的计算结果使杆出现断裂现象为止,则此  $v_{rel}$  即为所求。而  $v_{rel} - \varphi$  的关系曲线绘制,则取  $\varphi = 30^\circ$ , 杆的直径分别取为  $d_b = 6, 10, 15, 25\text{mm}$  进行计算,做法同前。图4分别示出临界碰撞速度下杆被击断时的瞬态形貌。根据仿真结果获得的量纲一的临界碰撞速度  $v_{rel} = \frac{v_{rel}}{\sqrt{Y_b/\sigma_r}}$ , 见表2。

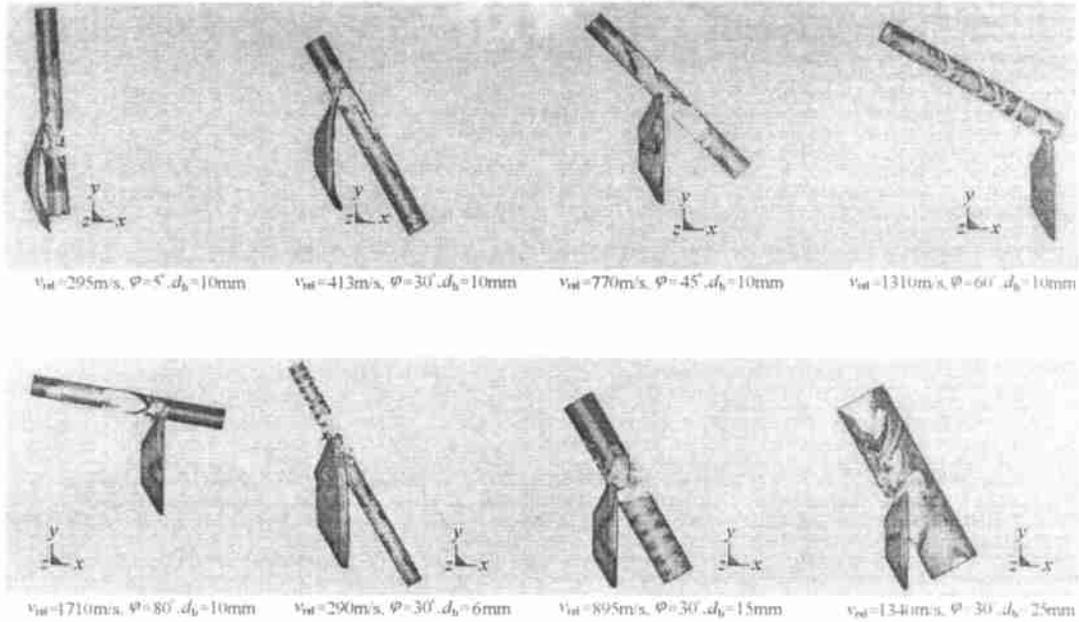


图4 临界打击速度下不同角度和弹径被击断的瞬态形貌

Fig. 4 Instantaneous cut pattern for the different angles and bar diameters under critical impact velocity

表2 计算机仿真值与拟合值的比较

Table 2 Comparison of fitting values to computer simulative values

方法	$v_{rel} = v_{rel} / \sqrt{Y_b / \sigma_r}$	$\varphi = d_b / h_r$	$\varphi =$	$v_{rel} / (\text{m/s})$
仿真	0.67			295
拟合式	0.12	3.33	5	
仿真	0.94			413
拟合式	1.16	3.33	30	
仿真	1.75			770
拟合式	1.95	3.33	45	
仿真	2.98			1310
拟合式	2.82	3.33	60	
仿真	3.89			1710
拟合式	4.08	3.33	80	
仿真	0.66			290
拟合式	0.67	2.0	30	
仿真	2.04			895
拟合式	1.80	5.0	30	
仿真	3.05			1310
拟合式	3.13	8.33	30	

$\Pi_1 \sim \Pi_3$ 、 $\Pi_1 \sim \Pi_2$  的拟合曲线见图 5。最终的拟合表达式为

$$\Pi_1 = 0.00408 \Pi_2^{1.08} \Pi_3^{1.28} \tag{16}$$

于是(2)式的具体形式为

$$v_{rel} = 0.00408 \left( \frac{Y_b}{r} \right)^{0.5} \left( \frac{d_b}{h_r} \right)^{1.08} \tag{17}$$

由(16)式计算的拟合值列入表 2,以便与计算机仿真值进行比较。

按此方法或通过函数的反演,也可以得到(5)式、(8)式的具体函数关系式。此处不赘述。

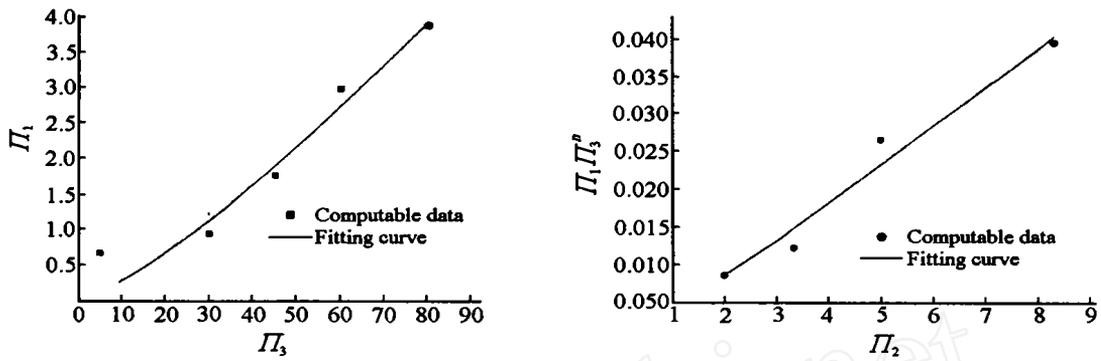


图 5 拟合曲线  
Fig. 5 Fitted curve

### 4 结 论

(1)通过量纲分析和计算机仿真的方法,可对环与杆高速碰撞的物理现象进行定性乃至定量的解释,并使这一过程可视化。这为工程应用展示了良好前景。临界碰撞速度  $v_{rel}$ 与杆屈服强度  $Y_b$ 的  $1/2$ 次方成正比,与环密度的  $1/2$ 次方成反比;与倾角  $\alpha$ 和杆径  $d_b$ 成正比;与锥环厚度  $h_r$ 成反比。

(2)由图 4 可见,杆被击断均属应力波所为,从应力波传播到杆的失稳断裂仅相隔  $0.8 \sim 0.9\mu s$ 。从而不难理解高速碰撞实质上是一种爆炸行为。动能在碰撞的瞬间以应力波辐射的形式经介质而被释放。当达到材料的失效应变时,结构便破坏了。文献[1]中 Johnson 损伤数和 Cauchy 数可分别表示为  $dn = \frac{v_0^2}{y}$ ,  $Ca = \frac{v_0^2}{E}$ ,而本文中给出的临界碰撞速度  $v_{rel} = \frac{v_{rel}}{\sqrt{Y_b/r}}$ 也可以变换为上述形式,可见它隐含着初始打击动能。Cauchy 数实质上是载荷速度和材料特征弹性波速之比的平方,也就是 Mach 数的平方,反映了波动效应。

(3)拟合函数  $y = ax^b$ 是要经坐标原点的。在拟合  $\Pi_1 \sim \Pi_3$ 的关系曲线时,当  $\alpha = 0$ 时,  $v_{rel} = 0$ 。从表 2 中看到,当  $\alpha = 5$ 时,仿真值和拟合值相差较大,正是由于此原因造成的。若采用  $y = a + bx^c$ 形式拟合,则可获得  $\Pi_1 = 0.14 \Pi_2^{1.08} + 5.09 \times 10^{-4} \Pi_3^{1.71}$ 的拟合公式。但这只能保证在  $0^\circ \sim 30^\circ$ 的范围内拟合值与仿真值吻合较好,但  $30^\circ$ 以后的拟合结果并不理想。这说明当方位角小于  $30^\circ$ 时,临界碰撞速度主要依赖杆径;当方位角大于  $30^\circ$ 时,则临界碰撞速度主要取决于方位角。考虑工程中的实际情况,仍取  $y = ax^b$ 形式进行曲线拟合。对  $\alpha = 0^\circ$ ,  $d_b = 10, 25mm$ 的临界碰撞速度也进行了计算,所得结果为:  $v_{rel} = 200, 450m/s$ 。图 6 给出临界碰撞速度下杆被击断时的瞬态形貌。

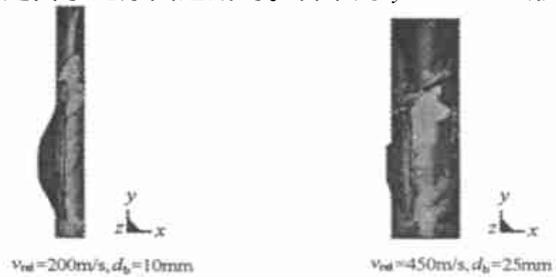


图 6 当  $\alpha = 0^\circ$ 时杆被击断的瞬态形貌  
Fig. 6 Instantaneous cut pattern for a bar  $\alpha = 0^\circ$

## 参考文献:

- [1] 赵亚溥,方竞,余同希. 结构塑性动力响应实验研究的简要综述[J]. 力学进展,1997,27(3):326-341.  
ZHAO Ya-pu, FANG Jing, YU Tong-xi. A Brief Survey on the Experimental Study of Dynamic Plastic Response of Structures[J]. Advances in Mech, 1997,27(3):326-341.
- [2] Owens R H, Symonds P S. Plastic Deformations of a Free Ring under Concentrated Dynamic Loading[J]. J Appl Mech, 1955,22:523-529.
- [3] Shim V P W, Quah S E. Effects of Geometrical and Loading Parameters on Wave Propagation in a Circular Ring[J]. Int J Impact Engineering, 2001,25:103-122.
- [4] 张铁光. 对径受撞圆环的刚塑性大变形[J]. 王礼立,等. 全国第二次高速冲击动力学学术会议论文汇编[C]. 太原: 冲击动力学专业组, 1987: 1-8.  
ZHANG Tie-guang. Rigid-plastic Large Deformation of a Circular Ring Subjected to Diametral Impulsive Loading[A]. WANG Li-li, et al. 2nd CHVID[C]. Taiyuan: A Panel of Impact Dynamics, 1987:1-8.
- [5] Yu T X, Yang J L, Reid S R. Dynamic Behaviour of Elastic-plastic Free-free Beams Subjected to Impulsive Loading[J]. Int J Solids Structures, 1996,33(18):2659-2680.
- [6] 韩强. 弹塑性系统的动力屈曲和分叉[M]. 北京: 科学出版社, 2000: 169-176.  
HAN Qiang. Dynamics Buckling and Bifurcation of the Elastic-plastic System[M]. Beijing: Science Press, 2000: 169-176.
- [7] 谈庆明. 高速冲击模型律[A]. 王礼立,等. 冲击动力学进展[C]. 合肥: 中国科学技术大学出版社, 1992:303-320.  
TAN Qing-ming. Modeling Laws of High Speed Impact[A]. Wang Li-li, et al. Advances in Impact Dynamics[C]. Hefei: University of Science and Technology of China Press, 1992:303-320.
- [8] 郑哲敏,谈庆明. 相似理论与模化[A]. 朱亚冠. 机械工程手册 卷 1[C]. 北京: 机械工业出版社, 1996:3-7.  
ZHENG Zhe-min, TAN Qing-ming. Similarity Theory and Modeling[A]. ZHU Ya-guan. Mechanical Engineering Handbook [C]. Beijing: Mechanical Industry Press, 1996:3-7.

## Analysis and Forecast of Dynamic Response on a Conical Ring Impacting a Long Bar

FAN Ya-fu<sup>1,2</sup>, TAN Qing-ming<sup>2</sup>, DUAN Zhu-ping<sup>2</sup>

(1. No. 52 Institute of Ordnance Industry of China, Baotou 014034, Neimenggu, China;

2. State Key Laboratory of Nonlinear Mechanics, Institute of Mechanics,  
Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080 China)

**Abstract:** Based on the dimensional analysis, this paper deals with the main influential factors of the bar-ring impact with high speed. The functional relations between the critical relative impact velocity, critical orientation angle and critical thickness of conical ring and the influential factors are established by numerical simulation.

**Key words:** dimensional analysis; similarity law; high velocity impact; numerical simulation