

文章编号: 1000-4750(2007)10-0025-05

基于柔度修正的局部刚体化 结构动力模型简化方法

*刘 彬¹, 丁 桦¹, 时忠民²

(1. 中国科学院力学研究所工程科学部, 北京 100080; 2. 中国海洋石油总公司研究中心, 北京 100027)

摘 要: 提出一种基于柔度修正的局部刚体化结构动力模型简化方法。以复杂工程结构的有限元模型为基础, 根据运动同步性假设将结构分成若干同步性区域, 对每个区域引入准刚体模态, 实现对结构的简化。同时对简化方法进行误差分析, 利用柔度修正的思路实现对简化变化矩阵的修正, 得到更精确的简化结果。以海洋平台结构作为算例应用该方法, 得到了比较满意的简化结果。

关键词: 模型简化; 同步性; 模型修正; 准刚体模态; 误差分析

中图分类号: TU318 **文献标识码:** A

A MODEL REDUCTION METHOD FOR DYNAMIC ANALYSIS BASED ON QUASI-RIGID-BODY MODE AND FLEXIBILITY MODIFICATION

*LIU Bin¹, DING Hua¹, SHI Zhong-min²

(1. Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China;

2. Research Center, China National Offshore Oil Corp., Beijing 100027, China)

Abstract: A new model reduction method for dynamic analysis of complex structures based on Quasi-Rigid-Body Mode and Flexibility Modification is presented. The complex structures can be divided into several displacement synchronous parts by analyzing the finite element models based on the synchronistic assumption. Every synchronous part can be substituted by a quasi-rigid-body mode that is considered the extremum of the synchronous assumption, with which the full-size models can be reduced. According to the error analysis of the reduction process, the reduction model is updated by optimizing the transformation matrix based on flexibility modification and an accurate reduction model is obtained. As an example, an offshore jacket platform is presented to show the efficiency of the proposed method. And the result of the reduction model satisfies the precision requirement.

Key words: model reduction; synchronism; model modification; quasi-rigid-body mode; error analysis

动态系统模型简化方法的研究和应用, 一直是关于大型动态系统的理论研究和结构设计中的重要课题^[1]。同样, 在结构动力学领域, 模型简化也是结构动力学分析中一个非常关键的技术。结构动力学模型简化的根本目的是为了获得一个满足工程精度要求的低阶、有效的计算模型, 从而可以用简

化模型对原始复杂结构进行性能分析以及模拟仿真等。根据不同的思路, 可以将现有的结构动力学模型简化方法分成三类。

1) 自由度减缩方法。又可分为静态和动态两大类^[2,3]。基本思路是从结构动力方程或特征方程出发, 用保留自由度来表示减缩掉的自由度, 从而实

收稿日期: 2006-03-16; 修改日期: 2006-05-18

作者简介: *刘 彬(1978), 男, 河北人, 博士生, 从事结构动力学研究(E-mail: liubinliubin@yeah.net);

丁 桦(1960), 男, 北京人, 教授, 博士, 从事结构动力学、岩土力学等方面研究(E-mail: hding@imech.ac.cn);

时忠民(1955), 男, 北京人, 教授级高工, 博士, 海洋工程首席工程师, 从事海上结构物研究、设计工作(E-mail: shizhm@enooc.com.cn).

现对模型的简化。典型的此类方法有 Guyan-Irons 法^[4,5]、Kuhar 法^[6]、IRS 法^[7]和模态缩聚法^[8]等。

2) 动态子结构方法^[9,10]。这类方法可以认为是直接得到低阶模型的方法。首先从各个子结构的低阶动力模型出发,然后通过子结构间位移和力的双协调条件得到整体结构以低阶模态坐标表示的综合振动方程。

3) 结构等效方法^[11,12]。此类方法从结构力学分析出发,针对特定的结构,用简单的结构等效复杂结构的主要特征,得到简化的力学模型。

这些简化方法最初的研究目的是为了减少求解计算量。因为现代工程结构越来越复杂,求解结构的动力特性所需的计算工作量随着结构自由度的增加成级数增加。针对计算量的问题,随着现代计算机技术的发展,应用现有的数学模型简缩方法,已经基本能够得到很好的解决。

但是随着结构动力学研究领域的进一步深入,近些年来,研究重点已经由结构动力学正问题发展到结构动力学反问题方面。像参数识别、载荷反演、振动控制等都属于结构动力学反问题的范畴。这些新问题的求解对动力学系统的建模提出了更高的要求。首先,通常求解这些反问题都需要构建一个目标函数,选取结构中对求解问题灵敏度系数高的特征作为主要参数,进行优化求解。但是由于结构过于复杂,对于提取求解问题的主要特征带来了很大的困难,有时甚至无法抓住问题的主要矛盾;另一方面,结构自由度越多,计算中引入的误差项越复杂,可能导致解的不稳定性,而无法得到解的最优极值。其次,这些动力学反问题通常基于实际结构的测量或试验结果,这要求计算所用的数学模型和实际结构的物理模型之间要建立比较清晰和直接的联系,模型简化的应用也必须考虑这方面的问题;同时,利用简化模型也能更好的设计模拟试验。再次,大型复杂结构的控制、工况检测及故障检测等问题中,如果结构系统的数学模型的自由度太大,就无法实现“实时”。最后,如果问题求解中涉及非线性,同样会有计算量过大的困难。对于以上诸多方面对模型简化提出的要求,现有的主要以减少计算量为出发点的模型简化方法有时远远不能达到。

本文针对上面的问题,引入结构模态位移同步性假设,对结构划分同步性区域,利用准刚体模态得到一种简单的动力学模型简化方法,同时根据简

化过程的误差分析,利用柔度修正的思路对简化变换矩阵进行修正,最后得到满足精度的简化模型。简化过程实现以下两个目的:a. 在实现复杂结构大规模降阶的基础上,保留了结构的重要的低阶特性,因为对现有的大部分复杂工程结构,往往只关心结构的前几阶特征。b. 同时考虑结构的物理模型和数学模型,利用修正变化矩阵的方法,使简化模型和原模型之间始终保持着一种简单直接的联系,简化模型能很好的应用到相应的动力学反问题分析中。

1 结构位移同步性假设

任何形式的模型简化方法都是有一定的假设条件的,因为它必然要忽略结构的某些次要因素,只保留其重要特征来达到简化模型的目的。像在有限元分析中被广泛采用的 Guyan 法,就是忽略了副自由度上的质量的影响。本文的方法也不例外,要实现简化也要忽略一些次要因素。我们在对许多大型复杂结构,如:高层建筑、海洋平台、大型舰船等等,进行模态分析时,会发现结构的某些区域的位移特征呈现同步性。所谓运动同步性,就是在一定的位移模式下,结构整体运动可以用统一模式进行描述。同步性可以有多种形式,具体到位移模式,可以认为结构自由度之间的相对位移特征对结构的整体运动贡献很小。基于此,刚体运动可以看作是位移同步性假设的极值状态。

本文的方法就是针对相应结构的有限元模型,先根据位移同步性的假设将结构划分为若干个同步性区域,然后用准刚体模态去等效每个区域的位移模式,最后得到简化模型。

于是,每个区域上任一点*i*的运动可以用6个基本的准刚体模态进行叠加,

$$\mathbf{u}_i = \mathbf{R}_i \mathbf{q} \quad (1)$$

其展开形式为:

$$\begin{Bmatrix} u_{ix} \\ u_{iy} \\ u_{iz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & z_{ci} & -y_{ci} \\ 0 & 1 & 0 & -z_{ci} & 0 & x_{ci} \\ 0 & 0 & 1 & y_{ci} & -x_{ci} & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_x \\ q_y \\ q_z \\ q_{\theta_x} \\ q_{\theta_y} \\ q_{\theta_z} \end{Bmatrix}$$

式中: \mathbf{u}_i 表示子区域中第*i*点的位移向量; \mathbf{q} 表示刚体位移向量; \mathbf{R}_i 表示6个刚体模态的叠加矩阵或称变换矩阵; x_{ci}, y_{ci}, z_{ci} 表示区域中任一点*i*到区域

质心的距离。

由此，得到区域 r 的整体变换方程，区域 r 包含 m 个节点，

$$U_r = T_r q_r \quad (2)$$

式中： $U_r = \begin{Bmatrix} u_{r1} \\ \vdots \\ u_{rm} \end{Bmatrix}$ 表示区域 r 的位移向量；

$T_r = \begin{bmatrix} R_{r1} \\ \vdots \\ R_{rm} \end{bmatrix}$ 表示区域 r 的整体变换矩阵。

那么，对整个结构，假设可以划分为 p 个位移同步性区域，整体的变换方程为，

$$U = \begin{Bmatrix} U_1 \\ \vdots \\ U_r \\ \vdots \\ U_p \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} T_1 & & & \\ & \ddots & & \\ & & T_r & \\ & & & \ddots \\ & & & & T_p \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_1 \\ \vdots \\ q_r \\ \vdots \\ q_p \end{Bmatrix} = TQ \quad (3)$$

式中： U 为 $3n \times 1$ 阶结构位移向量， n 为结构节点总数； T 为 $3n \times 6p$ 阶变换矩阵； Q 为 $6p \times 1$ 阶刚体位移向量。

为了分析利用这种位移模式简化的可行性，定义误差向量，

$$\varepsilon = U - \Phi = TQ - \Phi \quad (4)$$

式中， $\Phi = \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \vdots \\ \varphi_k \end{bmatrix}$ 表示实际结构的第 k 阶固有模态矩阵，维数为 $3n \times 1$ 。

平方误差为，

$$E = \varepsilon^T \varepsilon = (TQ - \Phi)^T (TQ - \Phi)$$

为求误差最小，

$$\frac{\partial E}{\partial q_i} = 2T^T (TQ - \Phi) = 0$$

得到：

$$AQ = B \quad (5)$$

式中， $A = T^T T$ ， $B = T^T \Phi$ 。

求解方程(5)，从而得到整体结构的等效位移模态 U ，引入模态置信因子(MAC)^[13]， $MAC(k) =$

$\frac{[U_k^T \Phi_k]^2}{U_k^T U_k \times \Phi_k^T \Phi_k}$ 来衡量利用此种位移模式等效的偏差， $MAC(k)$ 值越接近于 1，表示等效位移模式的相似性越高。偏差太大说明在给定的模态空间，所给出的结构同步性区域划分不满足相应的误差范

围，需要调整划分方案。

公式(4)给出的是位移模式的绝对误差向量，而模态置信因子的应用，为判断给定位移同步性区域划分的可行性，提供一个充分必要条件。

2 基于柔度修正的局部刚体化结构动力模型简化方法

根据公式(3)，每个相应区域的位移特征利用 6 个准刚体模态位移特征进行简化，然后整合所有的区域得到整体简化模型。分析简化结果误差是否满足工程计算的误差范围，如果简化误差偏大，可以根据误差分析对简化模型进行修正，来减少简化误差，得到更精确的简化模型。

2.1 模型简化过程

利用式(2)中得到的变换矩阵 T ，将变换关系(3)代入到整体的动力学运动方程：

$$M\ddot{U} + C\dot{U} + KU = F$$

得到简化后的运动方程

$$M_R \ddot{Q} + C_R \dot{Q} + K_R Q = F_R \quad (6)$$

式中： M, C, K 为原始有限元结构的质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵； $M_R = T^T M T$ ， $C_R = T^T C T$ ， $K_R = T^T K T$ 为简化后结构的质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵， $F_R = T^T F$ 为简化后的载荷向量。

此简化过程同样保留了 Ritz 法的变换关系，可以使原结构和简化结构之间始终存在一个简单的对应关系。

2.2 简化误差分析

任何简化方法都要忽略原结构的一些次要特征才能实现，因此，不可避免的使简化模型相对于原模型存在一定的误差。对简化过程进行误差分析是非常必要的，一方面它可以保证简化模型满足工程精度要求，另一方面也可以根据误差项对简化模型进行修正。模型修正也是结构动力建模中的一个重要课题^[14]。根据模型修正的含义，多数方法是以实测模态参数或其它振动测量值作为参考基，直接修正结构的某些特征，例如结构质量 M 、结构刚度 K 等。针对本文的模型简化方法，以原结构的有限元模型分析结果作为参考基，引入模型修正的概念，对简化模型进行修正，得到更加精确的简化结果。

由于对结构特征参数的直接修正，会导致原结构和简化结构之间建立的直接联系不复存在，这也

是现有的简化方法遇到的一个问题。因此本文给出一种通过误差分析结果，直接修正变换矩阵的方法，解决上面遇到的问题。

分析本文简化方法的关键，是将结构的一定区域看作位移同步区域，利用相应的准刚体模态去简化相应区域。在力学机理上分析，简化过程可看作是将区域内部的弹性连接忽略，而等效成刚性连接。因此，如果每个子区域内部为完全刚性化，则简化结果为精确的；而简化结果的误差主要是由于区域内部非刚性化，简化过程将原结构的刚度增加所致。

2.3 局部刚体化简化模型修正

根据 2.2 节的误差分析结果，为了得到一个更精确的简化模型，本文采用修正简化模型的方法来减小简化误差。为了避免直接修正刚度矩阵，保证简化模型和原模型保持直接的联系，采用通过修正变换矩阵 T 的方法来间接修正刚度矩阵。根据公式(3)定义修正关系，

$$U = TQ + \sigma(Q) \quad (7)$$

式中， $\sigma(Q)$ 表示由于结构位移非完全同步性引起的附加位移向量，为了得到修正项 $\sigma(Q)$ 的表达式，由于误差是由于结构刚度被放大引起的，因此假设质量分布保持不变，由公式(6)考虑简化结构的静力方程 $K_R Q = F_R$ 。将简化结构的载荷向量还原到对应的原结构空间中，引入广义逆，有：

$$F = (T^T)^+ F_R = ((T^T T)^{-1} T^T)^T F_R = ((T^T T)^{-1} T^T)^T K_R Q \quad (8)$$

由载荷向量 F 的作用引起原结构的静力位移；

$$\tilde{U} = K^{-1} F = K^{-1} ((T^T T)^{-1} T^T)^T K_R Q = \tilde{T} Q \quad (9)$$

其中，

$$\tilde{T} = K^{-1} ((T^T T)^{-1} T^T)^T K_R$$

因此取 $\sigma(Q) = \tilde{U}$ 作为修正量，则有：

$$U = TQ + \sigma(Q) = TQ + \tilde{T}Q = (T + \tilde{T})Q \quad (10)$$

因此，利用修正的变换矩阵 $T_N = T + \tilde{T}$ 重复 2.1 部分的简化过程，得到修正后的简化模型。根据修正项 \tilde{T} 的推导过程和表达式，可以将修正过程作为一种柔度修正，将同步区域内的非完全刚性因素作为修正项添加在简化过程中。

3 工程算例

下面利用一个等比例缩尺后的导管架式海洋平台结构作为算例来验证本文提出的方法。首先建

立起此海洋平台的有限元模型，如图 1 所示。对于有限元模型，结构离散为 764 个节点，4584 个自由度，可以说是一个比较复杂的工程结构。

根据结构特点，按层状结构将其分成 10 个区域，简化模型由图 2 可以示意表示。原结构每一层划为一个区域，简化模型每个区域有 6 个自由度，这样原结构简化为只剩 60 个自由度。根据有限元模型利用公式(1)、公式(3)得到位移转换矩阵 T 。分析结构的前 20 阶振型，得到简化的等效模态与原结构的实际计算模态比较的 MAC 值，见表 1。

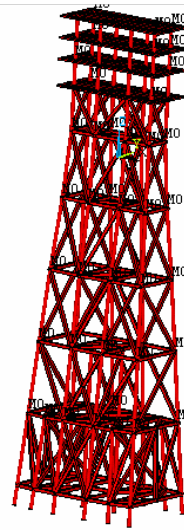


图 1 海洋平台有限元模型
Fig.1 The finite element model of an offshore jacket platform

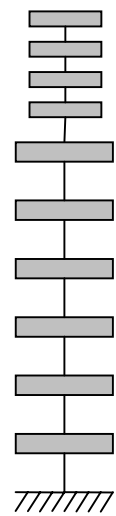


图 2 简化模型示意图
Fig.2 The schematic figure of the reduced model

表 1 模态置信因子(MAC)计算结果

Table 1 The results of MAC

阶数	1	2	3	4	5
MAC值	1.000	1.000	0.998	1.000	0.984
阶数	6	7	8	9	10
MAC值	0.993	0.984	0.987	0.994	0.987
阶数	11	12	13	14	15
MAC值	0.967	0.989	0.994	0.987	0.968
阶数	16	17	18	19	20
MAC值	0.520	0.955	0.881	0.357	0.993

由计算结果可知：只考虑位移模式的情况下，简化模型可以保证前 15 阶模态有足够的精度，而在实际的海洋平台的动力分析中，一般只需要得到结构的前几阶的动力特性就可以满足工程需要了。

表 2 和图 3 分别给出了用有限元模型、局部刚体化简化模型和柔度修正局部刚体化简化模型求解出的结构前 10 阶固有频率值，由结果可以看出，

对于局部刚体化简化模型，随着阶数的提高简化误差逐渐增大。通过柔度修正后的简化模型简化精度进一步提高，特别是使得结构高阶特征的简化精度大幅度提高，满足了工程精度要求。

表 2 简化结构修正前后频率结果对比 Hz
Table 2 Natural frequency results of the finite element model and the reduced model Hz

阶 数	1	2	3	4	5
有限元结果	3.98	4.60	6.13	18.06	19.62
局部刚体化简化结果	4.38	5.12	7.49	20.32	22.60
柔度修正局部刚体化简化结果	3.98	4.60	6.13	18.07	19.63
阶 数	6	7	8	9	10
有限元结果	19.85	31.95	32.52	32.94	35.57
局部刚体化简化结果	23.72	35.35	36.41	36.64	40.2
柔度修正局部刚体化简化结果	19.87	32.38	32.98	33.56	35.788

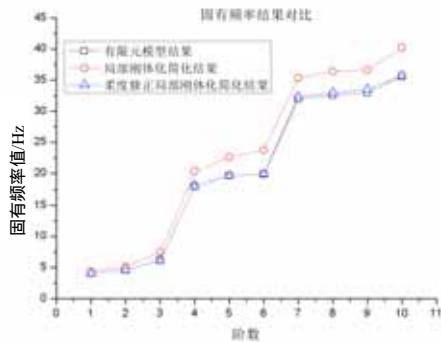


图 3 频率对比图

Fig.3 The contrast for the natural frequency results

4 结论

随着现代科学技术的发展，所要分析和设计的工程结构变得越来越复杂；同时结构动力学的研究领域也在不断的深入，当前研究方向更多的集中在了结构动力学的反问题方面。综合这两方面的发展趋势，都对动力学系统建模提出更高的要求，动力模型简化作为其中一个非常重要的技术，仅仅为了满足减少计算量的要求已经远远不够了。模型简化在分析数学模型的基础上，必须考虑实际结构的物理模型，这样才能在分析计算中更好的应用试验或测量数据，抓住问题本质特征，减少复杂问题求解的困难。本文基于这些方面的考虑，提出基于柔度修正的局部刚体化结构动力模型简化方法，并且通过对具体结构的应用得到以下结论。

(1) 任何简化方法都是基于一定的前提假设条件的，通过忽略掉原结构中的一些次要因素，抓住主要特征来达到简化的目的。本文方法正是考虑到运动同步性规律，首先利用同步性的极值状态——

准刚体模态，对结构进行简化，然后通过误差分析直接修正简化变换矩阵来修正简化模型。本文方法对于一些复杂结构动力模型进行简化，计算过程简单，而且简化模型和原模型之间始终保持着直接简单的联系。

(2) 本文方法不同于其它简化方法，将模型修正的概念直接引入到模型简化过程，而不需要增加更多的结构特征，就可以减小简化带来的误差。通过在海洋平台结构上的应用，证明本文方法得到的简化模型可以很好的应用到载荷反演，参数识别以及设计模型试验等动力学分析中。

参考文献：

- [1] Qu Z Q, Jung Y, Selvam R P. Model condensation for non-classically damped systems-part I: static condensation [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2003, 17(5): 1003~1016.
- [2] Qu Z Q, Selvam R P, Jung Y. Model condensation for non-classically damped systems-part II: iterative schemes for dynamic condensation [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2003, 17(5): 1017~1032.
- [3] 陈陆平. 动态系统的模型简化方法[J]. 力学进展, 1994, 24(1): 88 ~ 97.
Chen Luping. The methods for simplifying the model of dynamic systems [J]. Advances in Mechanics, 1994, 24(1): 88~97. (in Chinese)
- [4] Guyan R J. Reduction of stiffness and mass matrices [J]. AIAA Journal, 1965, 3(2): 380.
- [5] Irons B. Structural eigenvalue problems: elimination of unwanted variables [J]. AIAA Journal, 1965, 3(5): 961~962.
- [6] Edward J Kuhar, Clyde V Stahle. Dynamic transformation method for modal synthesis [J]. AIAA Journal, 1974, 12(5): 672~678.
- [7] O'Callahan J C. A procedure for an improved reduced system (IRS) model [C]. Proceedings of the 7th International Model Analysis Conference, Las Vegas, 1989. 17~21.
- [8] 张德文, 魏阜旋[美]. 模型修正与破损诊断[M]. 北京: 科学出版社, 1999.
Zhang Dewen, We Fuxuan. Model updating and damage detection [M]. Beijing: Science Press, 1999. (in Chinese)
- [9] 傅志方, 施勒忠, 盛宗毅. 模态分析与结构动力修改技术在中国古钟研制中的应用[C]. 第五届全国模态分析与试验学术交流会议论文集, 1988. 28~36.
Fu Zhifang, Shi Lezhong, Sheng Zongyi. The application in the research of Chinese ancient bells using modal analysis and structure dynamic modification [C]. (Symposia Series) Proceeding of the 5th Countrywide Modal Analysis and Test Conference, 1988. 28~36. (in Chinese)

(参考文献[10]~[14]转第 35 页)

本文工作材料物理参数与 I 值之间的关系是假定的,需要通过物理实验手段来精确地测定 I 值与材料物理参数之间的关系。

参考文献:

- [1] Tang C A. Numerical simulation of progressive rock failure and associated seismicity [J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 1997, 34(2): 249~261.
- [2] Takano N, Zako M, Kubo F, Kimura K. Microstructure-based stress analysis and evaluation for porous ceramics by homogenization method with digital image-based modeling [J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2003, 40(5): 1225~1242.
- [3] Tham L G, Li L, Tsui Y, Lee P K K. A replica method for observing microcracks on rock surface [J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2003, 40(5): 785~794.
- [4] Yue Z Q, Chen S, Tham L G. Finite element modeling of geomaterials using digital image processing [J]. *Computers and Geotechnics*, 2003, 30(5): 375~397.
- [5] Chen S, Yue Z Q, Tham L G. Digital image-based numerical modeling method for prediction of inhomogeneous rock failure [J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2004, 41(6): 939~957.
- [6] 盛金昌, 刘继山, 赵坚. 基于图像数字化技术的裂隙岩体非稳态渗流分析[J]. *岩石力学与工程学报*, 2006, 25(7): 1402~1407.
Sheng Jinchang, Liu Jishan, Zhao Jian. Analysis of transient fluid flow in fractured rock masses with digital image-based method [J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2006, 25(7): 1402~1407. (in Chinese)
- [7] COSMOL. FEMLAB User's guide and introduction, Version 3.1 [Z]. 2004.
- [8] Noorishad J, Tsang C-F. Coupled thermo-hydroelasticity phenomena in variably saturated fractured porous rocks-Formulation and numerical solution [A]. Stephansson O, Jing L, Tsang C-F. *Coupled Thermo-Hydro-Mechanical Progresses of Fractured Media* [C]. Elsevier: *Development in Geotechnical Engineering*, 1996. 93~134.
- [9] Rutqvist J, Wu Y S, Tsang C F, Bodvarsson G. A modelling approach for analysis of coupled multiphase fluid flow, heat transfer, and deformation in fractured porous rock [J]. *Int. J. Rock Mech. & Min. Sci.*, 2002, 39(4): 429~442.
- [10] 孔祥言, 李道伦, 徐献芝, 卢德唐. 热流固耦合渗流的数学模型研究[J]. *水动力学研究与进展(A 辑)*, 2005, 20(2): 269~275.
Kong Xiangyan, Li Daolun, Xu Xianzhi, Lu Detang. Study on the mathematical models of coupled thermal-hydrological-mechanical (THM) processes [J]. *Journal of Hydrodynamics*, 2005, 20(2): 269~275. (in Chinese)
- [11] 李宁, 陈波, 党发宁. 裂隙岩石介质温度、渗流、变形耦合模型与有限元解析[J]. *自然科学进展*, 2000, 10(8): 722~728.
Li Ning, Chen Bo, Dang Fanning. Coupled thermal-hydrological-mechanical model for fractured rock masses and finite element method analysis [J]. *Progress in Natural Science*, 2000, 10(8): 722~728. (in Chinese)
- [12] Reida T R, Harrison J P. A semi-automated methodology for discontinuity trace detection in digital images of rock mass exposures [J]. *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences*, 2000, 37(7): 1073~1089.
- [10] 楼梦麟. 结构动力分析的子结构方法[M]. 上海: 同济大学出版社, 1997.
Lou Menglin. *The substructure method for dynamic analysis of structures* [M]. Shanghai: Tongji University Press, 1997. (in Chinese)
- [11] 邵永松, 刘洪波, 谢礼立, 张耀春. 平面与空间钢框架结构的简化柱梁模型[J]. *工程力学*, 2004, 21(1): 1~8.
Shao Yongsong, Liu Hongbo, Xie Lili, Zhang Yaochun. The simplified column-beam model for planar and spacial steel frames [J]. *Engineering Mechanics*, 2004, 21(1): 1~8. (in Chinese)
- [12] 吕明云, 瞿伟廉, 陈伟. 基于有限元的升船结构简化力学模型[J]. *武汉理工大学学报*, 2002, 24(5): 55~57.
Lu Mingyun, Qu Weilian, Chen Wei. Simplified mechanical model of lift-ship structure for earthquake response based on finite element model [J]. *Journal of Wuhan University of Technology*, 2002, 24(5): 55~57. (in Chinese)
- [13] Penny J E T, Friswell M I, Garvey S D. Automatic choice of measurement locations for dynamic testing [J]. *AIAA Journal*, 1994, 32(2): 407~414.
- [14] 朱安文, 曲广吉, 高耀南, 魏震松. 结构动力模型修正技术的发展[J]. *力学进展*, 2002, 32(2): 337~348.
Zhu Anwen, Qu Guangji, Gao Yaonan, Wei Zhensong. A survey of the modifying techniques of structure dynamic models [J]. *Advances in Mechanics*, 2002, 32(2): 337~348. (in Chinese)

(上接第 29 页)