

激波 - 涡干扰声场的数值研究

胡国庆 傅德薰 马延文 *

(LNM, 中国科学院力学研究所, 北京 100080)

* (LHD, 中国科学院力学研究所, 北京 100080)

摘要 采用高精度差分格式求解非定常可压缩 Navier-Stokes 方程, 对激波 - 单涡 / 双涡相互干扰产生的声场进行了直接数值模拟. 详细研究了波 - 涡干扰声场结构的早期发展阶段, 将激波 - 单涡的计算结果和相应实验进行了对比, 并给出近场声压的衰减规律. 在此基础上模拟较为复杂的激波 - 双涡干扰, 给出不同旋涡旋转方向下的声场结构.

关键词 气动声学, 涡波干扰, 紧致差分格式, 数值模拟, 可压缩流

引 言

激波和涡运动的相互作用是一种主要的噪声来源, 它和一系列气动声学问题密切相关, 如直升机、高速飞行器、火箭发动机等产生的噪声. 由于各国法规对噪声污染的控制越来越严格, 研究气动噪声机理进而控制气动噪声的工作日益引起重视, 特别是目前巨型超音速民用飞行器和超音速燃烧发动机已经提上议事日程, 这些应用与激波 - 涡相互作用密不可分, 因此针对激波 - 涡干扰机制, 众多学者已进行了大量的研究^[1~4].

Hollingsworth & Richards^[5] (1955) 利用纹影照相技术, 研究了激波管中单个纵向涡和平面反射激波的相互干扰, 观察到涡 - 激波干扰产生一道从涡附近向外传播的圆形声波, 并且强度和符号随方向不同而变化. 随后, Hollingsworth & Richards^[6] (1956) 通过线性分析认为声波是由交替出现的压缩区和膨胀区组成, 即具有四极子性质. Dosanjh & Weeks^[7] (1965) 利用纹影照相和 Mach-Zehnder 干涉仪, 通过实验测出声波的周向压力分布, 证实了 Hollingsworth & Richards 的估算. Ellzey et al.^[8] (1995) 从非定常 Euler 方程出发研究激波 - 单涡的相互作用, 检验了激波强度和涡强度的影响, 计算显示在强激波时出现马赫反射, 而弱激波时出现正反射, 激波 - 涡相互作用的结果导致具有四极子性质的声波. Inoue & Hattori^[9] (1999) 通过求解 Navier-Stokes 方程, 研究了激波 - 单涡 / 双涡干扰声场, 给出了详细的流动图像和定量结果.

近年来, 计算气动声学 (CAA-Computational Aeroacoustics) 日益成为研究声学问题的强有力工具, 人们对如何提高差分格式捕捉波数能力进行了大量的研究. 其中, 包括 Lele 的紧致差分格式^[10], Tam & Webb 的保色散格式 (DRP-Dispersion-Relation-Preserving)^[11] 和优化紧致差分格式^[12]. 和传统的显式格式相比, 紧致格式在流动小尺度分辨能力上更接近谱方法, 非常适于模拟多尺度的复杂流动. 而保色散格式和优化紧致格式的思想是利用多余的网格点, 通过 Fourier 分析来构造差分格式, 使得它们在尽可能高的波数范围保持色散关系. 本文所采用的 5 阶迎风紧致格式, 除了具有较强的高波数捕捉能力外, 还由于格式的迎风性质, 可有效抑制非物理高频振荡, 增加计算稳定性, 能较好模拟存在间断的复杂流动问题. 有关这方面格式的讨论, 读者可参见文献 [13].

2000-01-07 收到第一稿, 2000-06-09 收到修改稿.

本文通过二维非定常 Navier-Stokes 方程的直接数值模拟,详细研究了激波-单涡/双涡相互作用的流动结构,考察激波的变形包括衍射激波、反射激波的发展过程,着重讨论了近场声波形成和传播的机制.先研究激波-单涡干扰,并选取一定的激波和旋涡马赫数,将计算结果和实验^[7]及其它结果^[8]进行比较,然后再模拟较为复杂的激波-双涡干扰.

1 数值方法

1.1 控制方程

直角坐标系下的无量纲二维非定常可压缩 Navier-Stokes 方程为

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial y} = \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial \mathbf{E}_v}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{F}_v}{\partial y} \right) \quad (1)$$

无量纲系统选取为

$$\begin{aligned} \rho - \bar{\rho}_\infty; \quad u, v - \bar{u}_\infty; \quad e, p - \bar{\rho}_\infty \bar{u}_\infty^2; \quad x, y - \bar{R}; \\ t - \bar{R}/\bar{u}_\infty; \quad T - \bar{T}_\infty; \quad \mu - \bar{\mu}_\infty; \quad \kappa - \bar{\mu}_\infty c_v \end{aligned}$$

上标‘-’代表有量纲量,下标‘∞’代表来流, \bar{R} 是涡核半径, $\bar{\mu}_\infty$ 与温度 \bar{T}_∞ 有关,采用萨泽兰特(Sutherland)公式计算.

1.2 差分离散和边界条件

控制方程的对流项经 Van Leer 矢通量分裂^[14]后采用 5 阶迎风紧致格式离散,当边界条件为非周期时,次边界点选用 3 阶迎风紧致格式,边界点采用 3 点 2 阶显式单边普通差分格式.黏性项采用 6 阶对称紧致格式离散,当边界条件为非周期时,次边界点选用 4 阶对称紧致格式,边界点采用 3 阶迎风紧致.具体差分格式参见文献[15].

对方程(1)采用 Jameson et al.^[16]提出的 4 步 4 阶精度 Runge-Kutta 方法推进求解.计算中 y 方向取周期边界条件, x 方向上游边界取来流条件,下游出口取无反射边界条件

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{E}^+}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial y} = 0$$

1.3 计算条件

在所有激波-涡相互作用的数值计算中,本文都假设初始涡有如下速度分布(Taylor 涡)

$$\text{切向速度: } u_\theta(r) = \frac{M_v}{M_\infty} r e^{(1-r^2)/2}, \quad \text{径向速度: } u_r = 0$$

在上面表达式中,旋涡马赫数 M_v 定义为 $M_v = u_{\theta \max}/c_\infty$,这里 $u_{\theta \max}$ 是涡的最大切向速度(对应于 $r = 1$).

设激波前的初始流场满足等熵关系,且考虑到本文的无量纲定义,流场初始压力和密度分布为

$$p(r) = \frac{1}{\gamma M_\infty^2} \left[1 - \frac{\gamma-1}{2} M_v^2 e^{(1-r^2)} \right]^{\gamma/(\gamma-1)}, \quad \rho(r) = \left[1 - \frac{\gamma-1}{2} M_v^2 e^{(1-r^2)} \right]^{1/(\gamma-1)}$$

将坐标固定在激波上,涡从左向右运动并穿过激波.计算区域为矩形($x_{\text{up}} \leq x \leq x_{\text{down}}, y_{\text{bot}} \leq y \leq y_{\text{top}}$),激波固定于 $x = 0$ 处.采用拉伸网格,在所有计算中,除非另作说明,计算域为($-5 \leq x \leq 17, -12 \leq y \leq 12$),网格点为 $\xi \times \eta = 549 \times 509$,网格间距取 $\Delta x_{\min} = 0.0045, \Delta x_{\max} = 0.02, \Delta y_{\min} = 0.01, \Delta y_{\max} = 0.22$.

文中根据表 1 的流动参数进行计算:

表 1 计算参数

Table 1 Parameter of computation

	M_∞	M_v	Re	Direction of vortex
single vortex	1.29	0.39	500	anticlockwise
single vortex	1.05	0.25	500	anticlockwise
double vortex (model A)	1.20	0.25	500	clockwise for upper vortex anticlockwise for lower vortex
double vortex (model B)	1.20	0.25	500	anticlockwise for upper vortex clockwise for lower vortex

表中, $M_\infty = 1.29$, $M_v = 0.39$ 和文献 [7] 的实验条件一致, 只是 Re 数取为 500. $t = 0$ 时刻涡心位置为

$$\text{单涡: } x = -2.0, y = 0; \quad \text{双涡: } x = -2.0, y = \pm 2.0$$

2 激波 - 单涡干扰的计算结果和讨论

2.1 激波 - 涡相互干扰的演化过程

图 1 为 $M_\infty = 1.29$, $M_v = 0.39$ 条件下涡 - 波结构的初始演化过程, 所有图例均为声压 Δp 的等值线图, 实线和 '+' 代表压缩区 ($\Delta p > 0$), 虚线和 '-' 代表膨胀区 ($\Delta p < 0$). 声压定义为

$$\Delta p = \frac{p - p_s}{p_s} \quad (2)$$

这里 p_s 为波后压力.

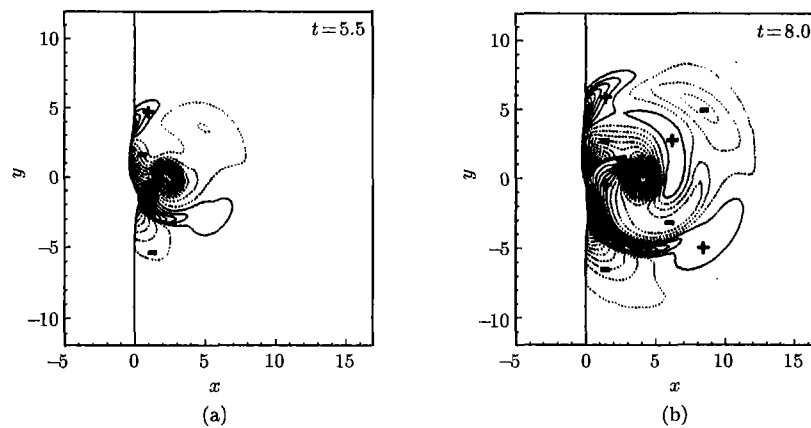


图 1 声压场 Δp 随时间发展的演化过程, $M_\infty = 1.29$, $M_v = 0.39$

Fig.1 Time-development of the pressure field Δp , $M_\infty = 1.29$, $M_v = 0.39$

当涡从左至右靠近激波时, 涡产生的速度场叠加到激波引起的速度跳跃上. 由于涡是逆时针旋转的, 上半面从超音速区流向亚音速区的速度减小为 $u_1 - u_v$, 下半面增加为 $u_1 + u_v$, 其中 u_1 为波前速度, u_v 为涡导致的流向速度. 在刚发生作用时, 原来垂直的激波开始以涡心为中心发生变形, $y > 0$ 处的激波向上游弯曲, 而 $y < 0$ 处的激波向下游弯曲. 同时, 激波后面出现一个压缩区和一个膨胀区. 随着旋涡进一步靠近, 涡心和激波重合, 激波变形也增大, 此时在上方膨胀区之外又出现一个压缩区, 而下方压缩区之外产生另一个膨胀区. 这种压缩 - 膨胀区域交替出现的情形在图 1(a) 中表现得更清楚. 这一系列变化显示了前导声波的产生和声波的

四极子特性^[6]. 图 1(a) 中, 激波扭曲变形更为厉害, 由此在 y 方向产生压力梯度. 这种展向压力梯度又开始导致反射激波的形成. 前导声波形成并向周围传播, 接着第二个压缩 - 膨胀交替区在原激波附近出现, 这一变化又导致第二声波的产生, 同时由于涡逐渐离开激波, 它对激波的诱导作用减小, 激波开始恢复原来的形状. 从图 1(b) 中可以看到这些变化.

2.2 声压的径向和周向分布

图 2 为以涡心为圆心, 固定 $\varphi = -45^\circ$ 方向, 不同时刻声压 Δp 沿径向 r 的分布. 从图中可以看到, 前导声波和二次声波均随着时间增长沿径向 r 向外传播, 声压峰值随着 r 的增加而衰减并趋向于零即未扰动状态. 对比图 2(a) 和 (b) 可发现, 声压最大振幅值随着 M_∞ 而增加.

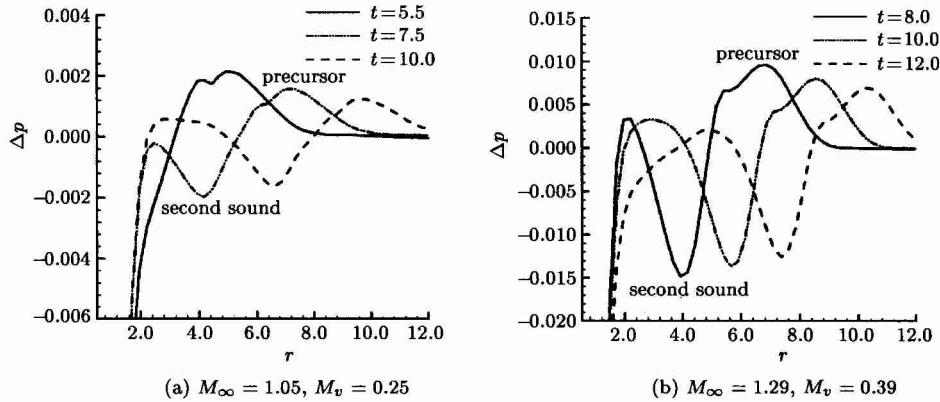


图 2 不同时刻声压 Δp 的径向分布, $\varphi = -45^\circ$

Fig.2 Radial distributions of the sound pressure Δp at different time, $\varphi = -45^\circ$

2.3 和实验结果及 Euler 计算结果的对比

在本文计算中, $t = 13.5$ 时刻对应于实验, 此时前导声波半径约为 11, 加上涡心移动, 它已经超过原先下游边界, 因而保持原有网格间距不变, 将计算域扩大为 $(-5 \leq x \leq 21, -12 \leq y \leq 12)$. 图 3 为计算纹影图像和实验纹影照片的对比. 两者都捕捉到了圆形的声波, 但实验并未显示密

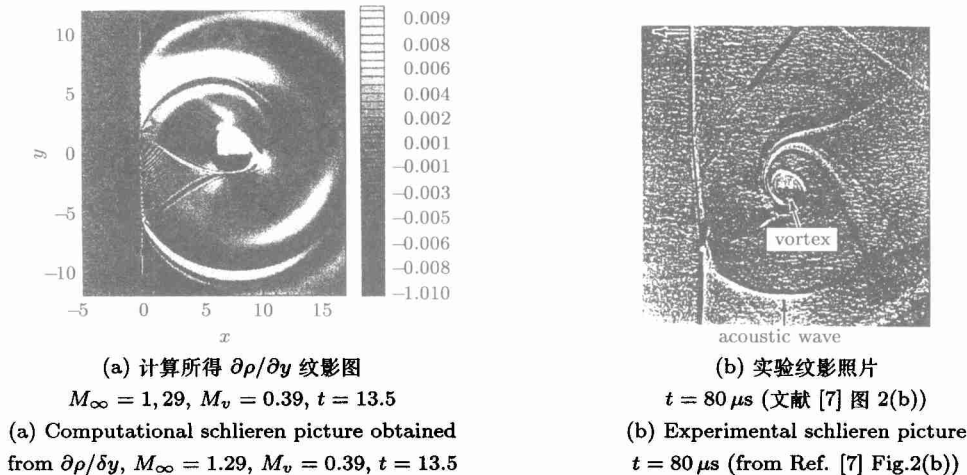


图 3 计算结果和实验图像对比

Fig.3 Comparison of computational result and experimental picture

度滑移线和反射激波，而数值计算指出了更为细致的流场结构。图 4 为本文计算所得无量纲声压 $(p_2 - p_1)/p_s$ 和文献 [7] 实验值以及文献 [8] Euler 计算结果的比较。三种结果符合较好，只是本文结果在 $\phi = 0^\circ \sim 90^\circ$ 之间与实验结果存在一定的差别，这可能是由于文献 [7] 中的旋涡为螺旋涡，而本文所用的是理想的 Taylor 涡。

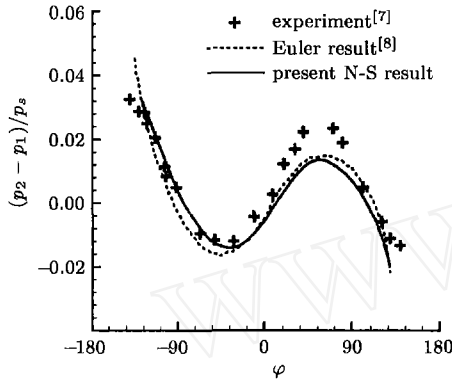


图 4 声压周向分布对比, $M_\infty = 1.29$, $M_v = 0.39$, $t = 13.5$

Fig.4 Comparison of circumferential sound pressure distributions, $M_\infty = 1.29$, $M_v = 0.39$, $t = 13.5$

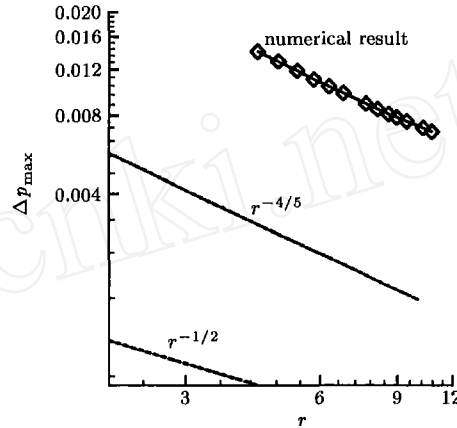


图 5 声压峰值 Δp_{\max} 随距离 r 的衰减, $M_\infty = 1.29$, $M_v = 0.39$

Fig.5 Decay of the peak sound pressure Δp_{\max} with distance r , $M_\infty = 1.29$, $M_v = 0.39$

2.4 近场声压衰减规律

Landau & Lifshitz^[14] 认为在二维流动中，远场声压的衰减和 $r^{1/2}$ 成反比关系。图 5 采用对数坐标给出最大声压 Δp_{\max} 相对于 r 的变化规律。图中另有两条标为 $r^{-1/2}$ 和 $r^{-4/5}$ 的直线，用来比较与计算所得曲线斜率的接近程度。可以看到，计算得到曲线的斜率接近于 $r^{-4/5}$ 的斜率，这说明 Δp 衰减更快，大致和 $r^{4/5}$ 成反比关系。这是因为本文采用的计算区域有限，并未达到远场范围，只捕捉到了中、近场噪声。而在这一区域，噪声受到复杂涡 - 波干扰的影响较大，远场声学假定不再适用，导致声压衰减有着不同于远场的规律。

3 激波 - 双涡干扰的计算结果和讨论

在激波 - 双涡计算中，取 $M_\infty = 1.2$, $M_v = 0.25$, $Re = 500$ ，根据旋涡旋转方向的不同，分为 A, B 两种模式（请参见表 1）。

图 6(a)~图 6(b) 为模式 A 不同时刻激波 - 双涡干扰产生声压 Δp 的等值线，它反映声波产生和传播的过程。在激波 - 涡干扰的最初阶段，上、下平面产生了压缩区，显示前导声波开始形成，它以涡心为中心沿径向朝外传播。紧接着在前导声波后产生膨胀区，它对应于二次声波。随着旋涡向下游运动，产生三次声波。在图 6 中，分别用 1, 2, 3 代表前导声波、二次声波、三次声波。

由于涡的旋向和模式 A 相反，模式 B 的流场表现出不同于模式 A 的特性来。图 7(a)-(d) 为模式 B 不同时刻激波 - 双涡干扰产生声压 Δp 的等值线。图 7(a) 显示，当双涡向激波靠近时，波后 $y = 0$ 处即产生压缩区，在它上下同时产生膨胀区，这和模式 A 的膨胀及压缩区正好相反。随着干扰增加，在两个膨胀区外又产生对应的压缩区，激波也产生了更大的变形，受到双涡共同诱导作用，激波向亚音速区鼓出，如图 7(b) 所示。由于膨胀 - 压缩区域的交替存在，

导致 y 方向出现压力梯度, 受此压力梯度作用, 激波扭曲变形并在中央压缩区边缘生成两组反射激波.

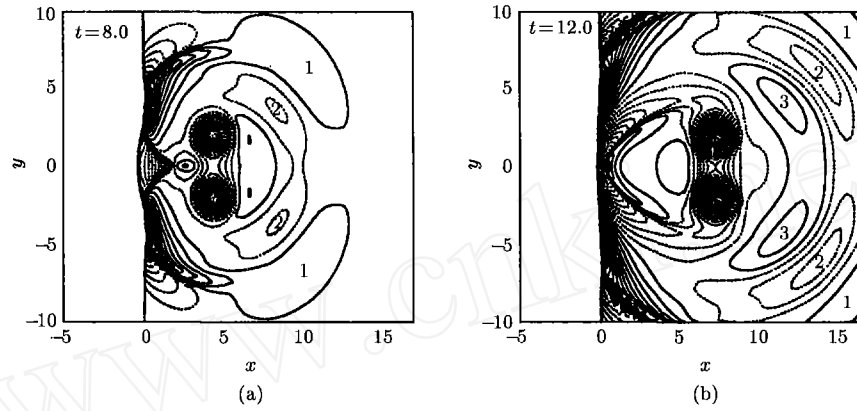


图 6 声压场 Δp 随时间发展的演化过程 (模式 A)
Fig.6 Time-development of the pressure field Δp (mode A)

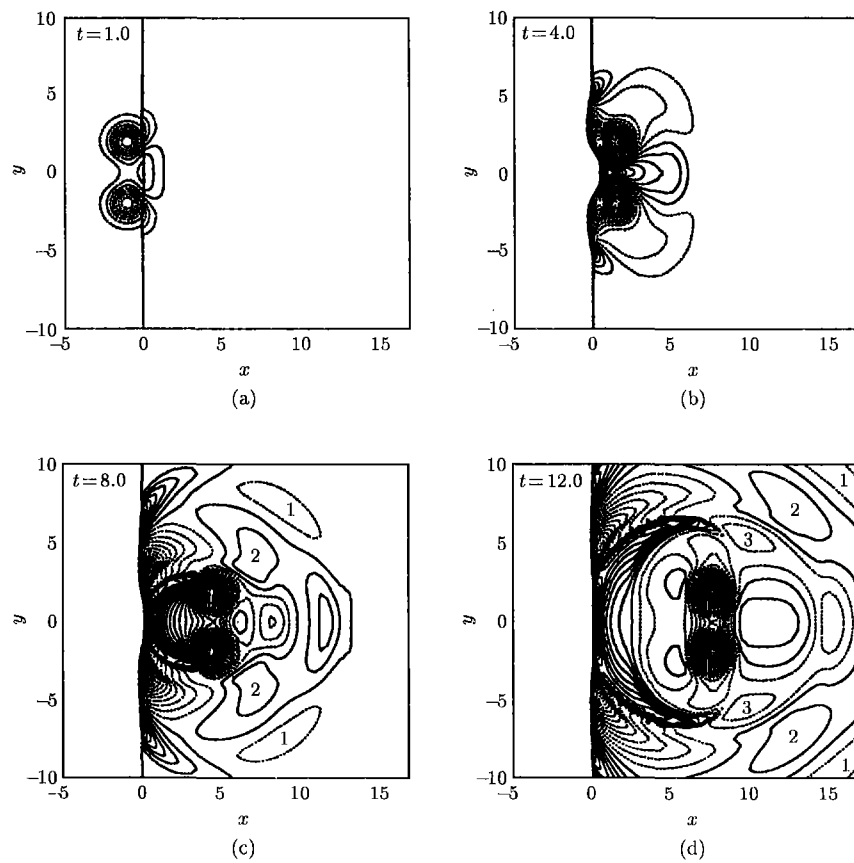


图 7 声压场 Δp 随时间发展的演化过程 (模式 B)
Fig.7 Time-development of the pressure field Δp (mode B)

4 结 论

采用 5 阶迎风紧致格式和 4 步 4 阶 RK 方法, 通过求解可压缩 Navier-Stokes 方程, 对二维激波 - 单涡 / 双涡相互干扰的近场声场特性进行了直接数值模拟, 较为仔细地研究了激波 - 涡结构的演化和声波产生的机理及传播过程. 在单涡情况下, 由于旋涡的作用, 流场在展向出现压力梯度, 导致入射激波变形并生成二次反射激波. 这种变化和声波的形成密切相关. 观察到前导声波和二次声波, 它们均具有四极子特性, 但声压的周向变化正负相反. 将本文所得声压周向分布和实验结果及 Euler 数值结果进行对比, 符合较好. 通过研究声压衰减和传播距离的关系, 发现近场声压衰减大致和 $r^{4/5}$ 成反比关系. 在双涡情况下, 根据旋涡旋转方向的不同, 流场表现出不同的变化, 从而影响声波的特性.

参 考 文 献

- 1 Lighthill MJ. On the energy scattered from the interaction of turbulence with sound or shock waves. *Proc Camb Phil Soc*, 1953, 49: 531~551
- 2 Ribner HS. Shock-turbulence interaction and the generation of noise. NACA Rept 1233, 1995
- 3 Ribner HS. Cylindrical sound wave generated by shock-vortex interaction. *AIAA J*, 1985, 23: 1708~1715
- 4 McCroskey WJ. Vortex wakes of rotorcraft. AIAA paper 95-0530, 1995
- 5 Hollingsworth MA, Richards EJ. A schlieren study of the interaction between a vortex and a shock wave in a shock tube. Aeronautical Research Council Rept, 17985, Fluid Motion Sub-Committee 2323, 1955
- 6 Hollingsworth MA, Richards EJ. On the sound generated by the interaction of a vortex and a shock wave. Aeronautical Research Council Rept, 18257, Fluid Motion Sub-committee 2371, 1956
- 7 Dosanjh DS, Weeks TM. Interaction of a starting vortex as well as a vortex street with a traveling shock wave. *AIAA J*, 1965, 3: 216~223
- 8 Ellzey JL, Henneke MR, Picone JM, et al. The interaction of a shock with a vortex: shock distortion and the production of a acoustic waves. *Phys Fluids*, 1995, 7: 172~184
- 9 Inoue O, Hattori Y. Sound generation by shock-vortex interactions. *J Fluid Mech*, 1999, 380: 81~116
- 10 LeLe SK. Compact finite difference scheme with spectral-like resolution. *J Comput Phys*, 1992, 103(1): 16~42
- 11 Tam CKW, Webb JC. Dispersion-relation-preserving finite schemes for computational acoustics. *J Comput Phys*, 1993, 107(2): 262~281
- 12 Kim JW, Lee DJ. Optimized compact finite difference schemes with maximum resolution. *AIAA J*, 1996, 34(5): 887~893
- 13 胡国庆. 可压缩流气动声场的数值模拟. [博士论文]. 北京: 中国科学院力学研究所, 2000. 9~30 (Hu Guoqing. Numerical simulation of aeroacoustic field generated by compressible flows. [Dissertation]. Beijing: Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, 2000. 9~30 (in Chinese))
- 14 Van Leer B. Flux-vector splitting for the Euler equations. ICASE Rept, No.82-30, 1982
- 15 Fu DX, Ma YW. A high order accurate difference scheme. *J Comput Phys*, 1997, 134(1): 1~15
- 16 Jameson A, Schmidt W, Turkel E. Numerical solutions of the Euler equations by finite volume methods using Runge-Kutta time-stepping schemes. AIAA paper 81-1259, 1981
- 17 Landau LD, Lifshitz EM. Fluid Mechanics, 2nd ed, Course of Theoretical Physics, Vol 6. Oxford: Pergamon Press, 1984

NUMERICAL STUDY ON SOUND GENERATED BY SHOCK-VORTEX INTERACTIONS

Hu Guoqing Fu Dexun Ma Yanwen*

(LNM, Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

* (LHD, Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

Abstract By using the direct numerical simulation, two-dimensional flows produced by the interactions between a shock and a single vortex or a pair of vortices are studied. The fully compressible Navier-Stokes equations are solved by fifth-order accurate upwind compact scheme for spatial derivatives together with the fourth-order accurate Runge-Kutta scheme for time integration. A series of time-dependent numerical simulation results are presented. The effects of the strengths of shock and vortices on the flow fields are examined. The characteristics of near-field sound generated by the interactions are underscored.

The deformation of the shock structure is analyzed. Within the interaction region, pressure gradient in the direction parallel to the shock is created and then promotes the generation of secondary reflected shock. The generation of acoustic is associated with the deformation of the shock structure. For the case of a single vortex, two kinds of acoustic waves are observed: precursor and second sound. Both of them are of quadrupolar nature. The circumferential distribution of sound pressure is compared to other results. It is shown that present result from Navier-Stokes equation is in good agreement with corresponding experimental result and Euler solution. It is also found that the decay of the sound pressure is inversely proportional to $r^{4/5}$ in the near-field. For the case of pair of vortices, the flow field and sound generated by the interactions differs significantly depending on the rotational direction of vortices.

Key words aeroacoustics, shock-vortex interaction, numerical simulation, compact difference scheme, compressible flow

Received 7 January 2000, revised 9 June 2000.