

# 均质圆形定压油藏不稳定渗流的数值解

周 蓉\* 刘曰武 周富信

(中国科学院力学研究所非线性国家重点实验室 北京)

**摘要** 为了解有水体压力供源的(或称有边水存在的)圆形油藏的压力动态变化,为小型断块边水油气藏的合理开发提供依据,利用网格自动划分技术,通过有限元计算解决了均质圆形定压油藏任意井位条件下的不稳定渗流问题,得到压力传播过程图,提出井位系数的概念,计算出井在油藏任意位置时的井底压力随时间变化的理论曲线。通过井在圆形定压油藏中心位置的特殊情况数值解与解析解的对比,验证了数值解的正确性。

**关键词** 渗流 不稳定流动 定压油藏 数值解

## 前 言

## 模型的描述

我国有许多断块油气田,如胜利油田、中原油田、冀东油田等,这些断块油气田是由许多小的断块油气藏组成的,断块油气藏在某种意义上可以看作圆形油气藏,而在这些断块油气藏周围常常有一定的水体存在。水体在这种情况下即成为小型断块油藏的压力供源。国内外科学家对圆形油气藏的研究已有几十年的历史,主要目的是为了了解存在水体压力供源的(或称有边水存在的)圆形油藏的压力动态变化,为小型油田的合理开发提供依据。对圆形油藏的最早研究是1949年 Van Everdingen 和 Hurst<sup>[1]</sup> 给出的水入侵圆形油藏的 Laplace 空间的压力公式, Ditzs<sup>[2]</sup> 利用形状系数法研究了圆形油藏的近似处理方法, Raghavan<sup>[3]</sup> 给出了以有效井径为基础的 Laplace 空间的不稳定压力解,国内孔祥言等人<sup>[4]</sup> 也对此问题进行了研究,给出了 Laplace 空间和实空间的不稳定压力解。文献[5]给出了新的形状系数的确定方法。目前的边界油藏的研究仍集中在解析解和半解析解方法<sup>[6,7,8,9]</sup>,而且这些研究都集中在井位于圆形油藏中心的情况。本文主要目的是利用90年代提出的新的网格自动划分技术<sup>[10,11,12]</sup>,通过有限元计算来解决井在圆形油藏任意位置时的不稳定渗流问题,为小型断块油藏的油气井测试资料的解释提供有利依据。

### 1. 物理模型

油藏为水平板状、均质各向同性、定压边界的圆形地层,在油藏周围存在边水。

井在圆形定压油藏中的任意位置,贯穿地层并以一定产量生产。

地层流体为弱可压缩、定常粘度的牛顿流体。

流体在地层中的流动为层流状态,遵从达西定律。

整个测试过程是一个等温过程,忽略重力作用,不考虑其它物理化学变化的影响。

### 2. 数学模型

$$\text{控制方程: } \frac{\partial^2 p_D}{\partial R_D^2} + \frac{1}{R_D} \frac{\partial p_D}{\partial R_D} = \frac{1}{C_D e^{2s}} \frac{\partial p_D}{\partial T_D} \quad (1)$$

$$\text{初始条件: } p_D(T_D = 0) = 0 \quad (2)$$

$$\text{外边界条件: } p_D / R_D = R_{eD} = 0 \quad (3)$$

$$\text{内边界条件: } \left. \frac{\partial p_D}{\partial R_D} \right|_{R_D=1} = -1 + \frac{\partial p_{wD}}{\partial T_D} \quad (4)$$

$$\text{其中: } p_D = \frac{Kh(p_i - p)}{1.1842 \times 10^{-3} q \mu B}; t_D = \frac{3.6 Kt}{\mu C_i r_w^2};$$

$$T_D = \frac{t_D}{C_D}; r_{we} = r_w e^{-s}; R_D = \frac{r}{r_{we}}; C_D = \frac{1.592 C}{h C_i r_w}$$

式中:  $p_i$  ——地层原始压力, MPa;

$p$  ——地层压力, MPa;

$K$  ——油藏渗透率,  $\mu\text{m}^2$ ;

\* 周蓉,女,中国科学院力学所博士生,主要从事渗流力学研究工作。地址:北京市海淀区中关村路15号,邮政编码:100080。

- $h$  —— 地层有效厚度, m;  
 $C$  —— 井筒存储系数,  $\text{m}^3/\text{MPa}$ ;  
 —— 油藏孔隙度;  
 $C_t$  —— 总压缩系数,  $\text{MPa}^{-1}$ ;  
 $\mu$  —— 地层中流体的粘度,  $\text{mPa}\cdot\text{s}$ ;  
 $B$  —— 体积系数;  
 $r_w$  —— 油井半径, m;  
 $q$  —— 生产率;  
 $S$  —— 表皮系数。

## 有限元网格划分及方程构造

### 1. 有限元网格划分

根据文献[10]~[12]所提供的方法, 对所研究的油藏绘制成的网格如图 1 所示, 近井区域的网格图如图 2 所示。

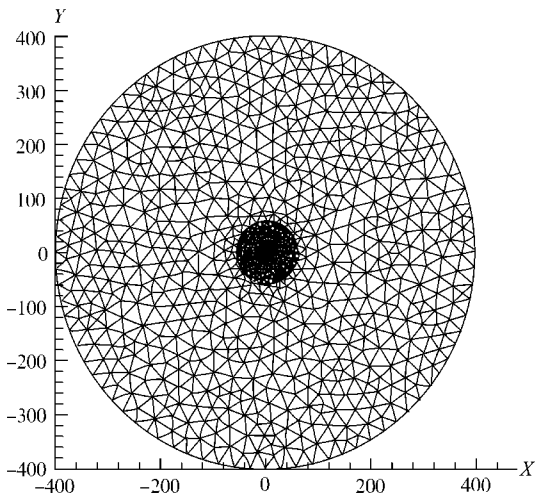


图1 所研究油藏的三角形网格

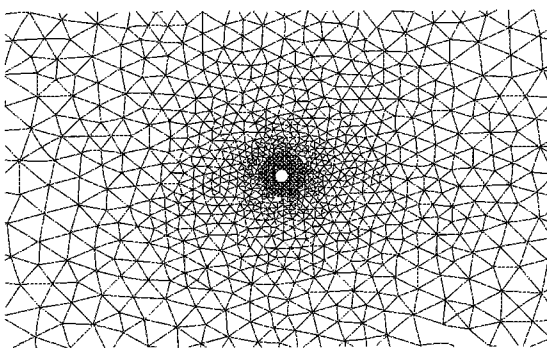


图2 近井区域的网格

### 2. 有限元方程构造和计算

构造计算区域内每个网格单元的有限元方程的表达式如下

$$\iint_A \left[ \frac{\partial^2 p_D^e}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p_D^e}{\partial y^2} - \frac{1}{C_D e^{2S}} \frac{\partial p_D^e}{\partial T_D} \right] dA = 0 \quad (5)$$

$i = 1, 2, 3$

式中:  $e_i$  —— 单元插值函数;

$p_D^e$  —— 计算单元每个结点上的压力。

然后, 集成整体矩阵, 需要引入的定压边界条件为:  $p|_l = p_0$ , 为定压边界。在不破坏矩阵对称性的情况下, 可以采用下述方法把以上边界条件引入系统方程组中。如: 为了引入条件  $p_j = p_0$ , 把第  $j$  列的全部非对角线元素 (乘  $p_0$  得到的) 移到方程组的右边, 然后把左边的这些元素置 0, 而对角线元素置 1, 并用  $p_0$  代替新右端项的第  $j$  个分量。最后, 求得整体矩阵的解, 从而得到每个结点上的压力值。

## 圆形定压油藏不稳定渗流数值解

### 1. 井在圆形定压油藏中心的数值解

首先对井在圆形定压油藏中心的情况进行求解, 在不同的  $C_D e^{2S}$  参数值时, 所计算的井底压力随时间变化的理论曲线如图 3 所示。

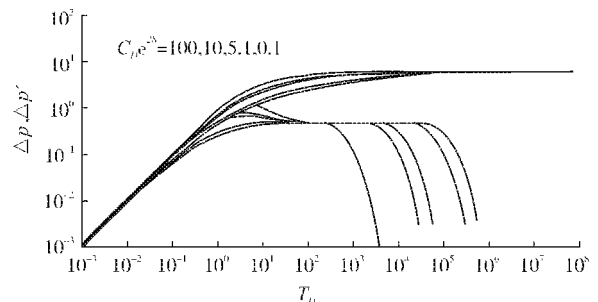


图3 不同  $C_D e^{2S}$  值时的理论曲线

为了更好地了解地层中的压力变化, 计算了圆形定压油藏中压力传播过程。在不同时刻的压力的等值线图如图 4 所示。

### 2. 井在圆形定压油藏中任意位置时的数值解

为了描述井在油藏中的位置, 提出了可以描述井与油藏位置几何特征关系的特征参数 —— 井位系数。井位系数  $w_D$  定义为井距圆形油藏中心的距离  $r$  与圆形油藏半径  $R_e$  的比值, 即:  $w_D = \frac{r}{R_e}$ 。在此概念下, 计算了不同井位系数的井底压力与时间的理论曲线如图 5 所示。

图 5 是不同井位系数下的井底压力理论曲线 ( $w_D = 0.9, 0.7, 0.5, 0.3, 0.1, 0, C_D e^{2S} = 1.0$ )。

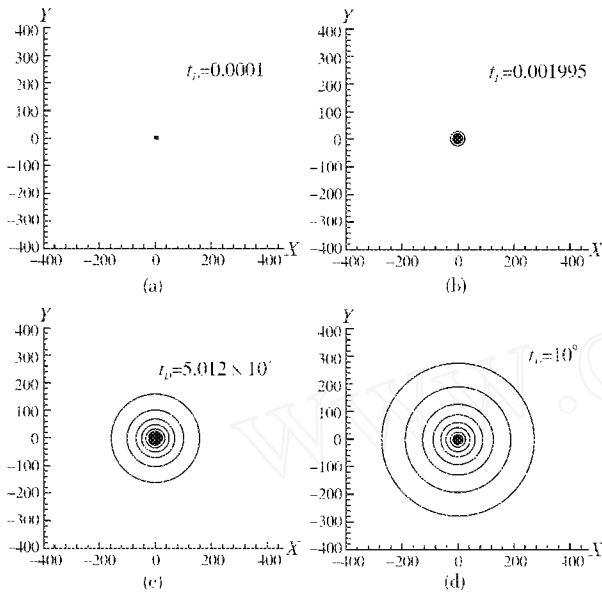


图4 井在圆形油藏中心时的压力发展历程

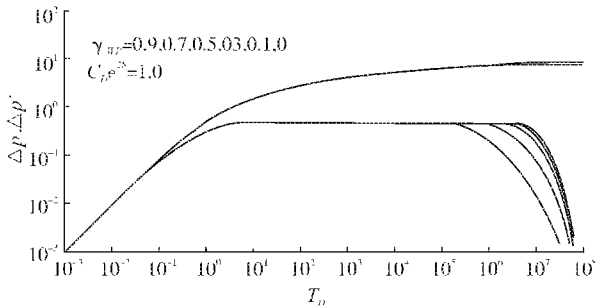


图5 不同井位系数下的井底压力理论曲线

当  $w_p = 0.7$  时,圆形定压油藏中的压力传播发展过程如图 6 所示。

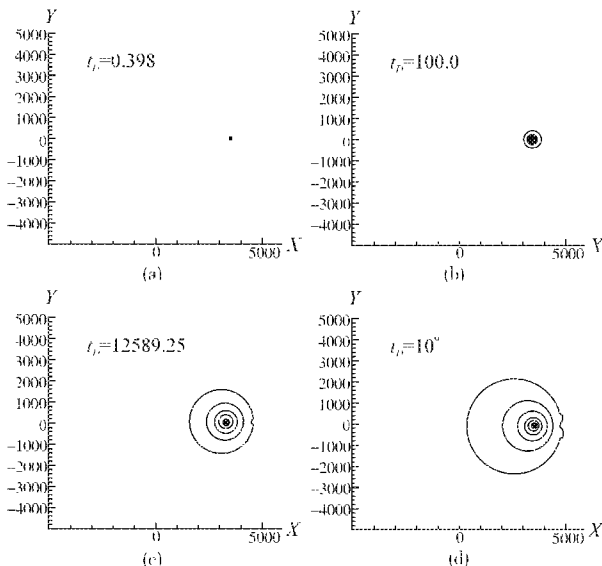


图6 偏心井井位系数  $\gamma_{wi}=0.7$ 时的压力发展历程

### 3. 数值解与解析解的对比

为了验证计算方法的正确性和计算结果的准确性,取井在圆形油藏中心情况的数值解与文献[3]的解析解做了对比,对比结果如图 7 所示。

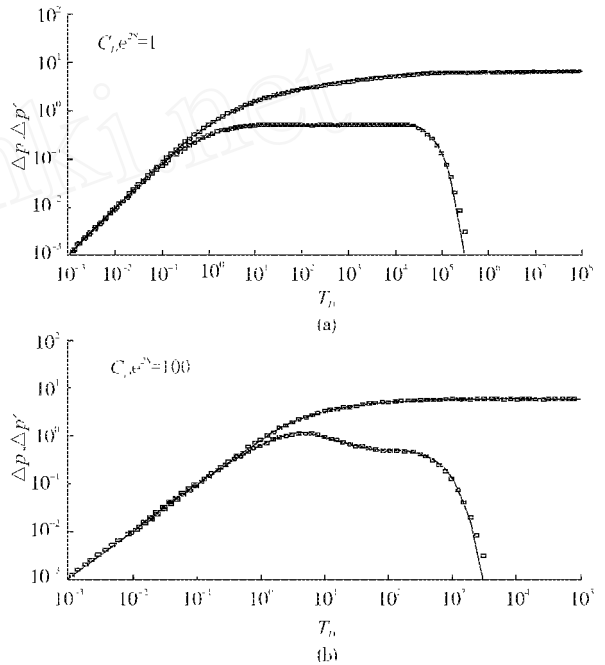


图7 数值计算结果与解析解结果的对比图

## 结 论

本文利用数值方法解决了圆形定压油藏中的不稳定流动问题。得到了井在圆形油藏中心和在任意位置条件下的不稳定压力扩散过程及井底压力理论曲线。首次提出了描述井与圆形油藏关系的特征量——井位系数的概念,计算出了井在圆形定压油藏中心位置和任意位置时井底压力随时间变化的理论曲线。通过井在圆形定压油藏中心位置的特殊情况数值解与解析解的对比,说明了本文数值计算方法的正确性。

### 参 考 文 献

1. Van Everdingen, A. F. and Hurst, W. :The Application of the Laplace Transformation to Flow Problem in Reservoirs, Trans. , AIME(1949) Vol. 186, 305-324.
2. Ditzs, D.N. :Determination of Average Reservoir Pressure from Build up Surveys, J. Pet. Tech. (Aug, 1965) 955-959.
3. Raghavan, R. :Pressure Behavior in Circle and Elliptical Reservoirs, WELL TEST ANAL YSIS Prentice-Hall, Inc. , New Jersey, 1993, 126 ~ 164.

4. 孔祥言:高等渗流力学,中国科学技术大学出版社,1999。
  5. Helmy, M. W. , Wattenbarger, R. A. :New Shape Factors for Well Produced at Constant Pressure , SPE 39970 , presented at the 1998 SPE Gas Technology Symposium , Calgary , Canada , Mach , 1998.
  6. Guo , Boyun , Westaway , Peter and Jacquemont , Jerome : Field Case Studies of Pressure Transient Data from Complex Reservoirs , SPE 63308 , presented at the 2000 SPE Annual Technical Conference and Exhibition , Dallas , Texas , October 2000.
  7. Qasem ,F. H. , Nashawi ,I. S. and Mir ,M. I. :A New Method for the Detection of Wellbore Phase Redistribution Effects During Pressure Transient Analysis , SP 67239 , presented at the SPE Production and Operations Symposium , Oklahoma city , Oklahoma , March 2001.
  8. Finley ,Douglas B. and Pahlmyer ,Robert C. :Well Testing in the New Millennium Real Time , SPE 68757 , presented at the SPE Asia Pacific Oil and Gas Conference and Exhibition , Jakarta , Indonesia , April 2001.
  9. Zhao ,Gang and Thompson ,Leslie G. :Transient Pressure Analysis of Bounded Communicating Reservoirs , SPE 71032 , Presented at the SPE Rocky Mountain Petroleum Technology Conference , Keystone , Colorado , May 2001.
  10. Edward L. Wilson : Automation of the finite element method\_A personal historical view ,Finite Elements in Analysis and Design , Vol. 13 ,91-104(1993) .
  11. J. Z. Zhu :A New Approach to the Development of Automatic Quadrilateral Mesh Generation , International , Journal for Numerical Methods in Engineering , Vo1. 3 2 , 849-866(1991) .
  12. 李水乡 ,袁明武 :平面有限元网格生成的自适应技术 ,计算机工程与设计 ,1999(4) 20 :51-55.
- 本文收稿日期 :2001 - 09 - 15 编辑 :穆立婷

## 中油股份公司试油监督培训班圆满结束

为加强试油监督工作、满足勘探生产需要,根据中油股份公司培训计划安排,于2001年11月11日~12月20日对来自大庆、辽河、新疆、吉林、吐哈、青海、玉门、西南、华北、长庆、大港、塔里木、冀东等油田的51名学员进行了系统培训。培训班聘请了大庆、大港、塔里木、石油研究院、研究分院、酸化压裂中心、渤海、华北、爱克普罗、哈里伯顿、贝克等公司共计26名现场专家教授。培训内容基本覆盖了试油全过程及相关学科。涉及常规试油技术、地层测试技术、油气层改造与增产措施,监督业务管理与标准法规,新工艺、新技术共六大类26门课程。经过30余日的学习,圆满地完成了股份公司规定的所有课程,达到了预期目的,取得了良好的效果。

**WELL TESTING ( YOUQLING CESHU)**

Vol. 10 No. 6 (Serial No. 68) 2001

**Abstracts****·Research of Theory & Method ·****The Numerical Results of the Transient Flow in the Reservoir with Constant Pressure Boundary.** 2001(6)10:1~4*Zhou Rong, Liu Yuewu, Zhou Fuxin (LNM, Institute of Mechanic, Chinese Academy Sciences)*

In order to know pressure change of the developed formation and provide formation data for developing the reservoirs with constant pressure boundary reasonably, the transient flow should be researched. In this paper, the authors use the automatic mesh generation technology to solve the transient flow problem in which the well is located in an arbitrary position of the reservoir with constant pressure boundary by using the finite element method. The pressure diffusion process is visualized and the well-location factor concept is first developed in this paper. The typical curves of pressure vs time for the well with different well-location factors are presented. By comparing numerical results with the analytical solutions of the well located in the center of the reservoir with constant pressure boundary, the numerical method is verified.

**Subject heading** :fluid flow in porous media, transient flow, reservoir with constant pressure boundary, numerical solution**Transient Pressure Analysis for the Low Permeability Reservoir.** 2001(6)10:5~6*Nie Lixin (Department of App. Math., Petroleum University, China)*

With the low permeability reservoir development, the flowing boundary extends. A new well test model with the startup pressure is developed to simulate the real flow in the porous media. This model without considering moving boundary is easy to solve by using numerical method. The result can be used to the well test analysis in the low permeability reservoir.

**Subject heading** :low permeability pools, mathematical model, pressure analysis, well testing analysis**Polymer Concentration Distribution and Its Change in the Polymer Flood Reservoir.** 2001(6)10:7~10*Xu Jianping, Wang Lianze (Department of Engineering Mechanics, Tsinghua), Liu Cong (Well Test Company, Dagang Oilfield)*

By considering the absorption, dispersion and the thermal degradation of the polymer fluid flowed in the formation, a mathematical model with polymer fluid diffusion and dispersion is developed. The solutions for the low, middle and high concentration polymer fluid is got in the Laplace space. The model can be used to forecast the concentration distribution change of the polymer fluid in the formation, and to calculate the persistent coefficient. It's useful for the reservoir dynamic monitoring in the third enhanced oil recovery.

**Subject heading** :pyrolysis, diffusion, percolation, mathematical model, concentration, distribution, change**Using the Genetic Algorithms to Infer Permeability Distribution.** 2001(6)10:11~14*Liu Zheng, Liu Yonghong, Qi Lianyong (Well Testing Company, Huabei Petroleum Administrative Bureau)*

It is impossible to solve a assemble optimization problem with hundreds of unknown parameters by hand or a common optimization algorithm. Genetic algorithms with global optimization can easily adapted to the solution of large-scale assem-