

# 欠膨胀超声速射流不稳定性机理的数值研究<sup>1)</sup>

刘 昕<sup>\*,†,2)</sup> 姜宗林<sup>\*</sup> 王 春<sup>\*</sup> 阎 超<sup>†</sup>  
<sup>\*</sup>(中国科学院力学研究所高温气体动力学重点实验室, 北京 100190)  
<sup>†</sup>(北京航空航天大学流体力学研究所, 北京 100083)

**摘要** 应用 NND 有限差分格式求解轴对称可压缩 N-S 方程, 研究了不同驻室与环境压力比条件下欠膨胀超声速射流近场的失稳特性. 计算结果表明欠膨胀超声速射流的失稳机制根据射流激波结构的特征可分为 3 种失稳模式: 具有规则反射激波结构和单一剪切层特征的射流不稳定性; 带有马赫反射激波结构和双剪切层特征的射流不稳定性; 具有弯曲马赫杆和高度欠膨胀射流的不稳定性. 对于欠膨胀超声速射流, 沿射流方向重复出现拟周期性的射流激波结构是射流稳定发展的特征, 这种射流激波结构的消失是射流开始失稳的标志.

**关键词** 欠膨胀超声速射流, 射流不稳定性, 射流激波结构, 剪切层, 数值模拟

**中图分类号:** TP601 **文献标识码:** A **文章编号:** 0459-1879(2008)05-0577-08

## 引 言

超声速射流广泛地出现在超声速混合、燃烧反应过程、发动机喷流、噪声防护等研究领域. 目前关于超声速射流的研究, 尤其是欠膨胀超声速射流的流动特征研究已受到相当的重视. 这是因为超声速射流包含有超、跨、亚声速区和射流激波结构与剪切层, 其失稳机理的研究有着重要的理论价值和广泛的应用背景. 关于超声速射流在理论和实验方面已经有许多研究工作<sup>[1~4]</sup>. Jiang 等<sup>[5]</sup>对超声速轴对称自由射流和冲击射流进行了数值模拟, 在驻室与环境压力比从 4 到 9 变化的条件下, 发现射流喷口处超声速射流的激波结构发生从规则反射到马赫反射的转变. 这种转变引起了剪切层及其漩涡结构的演变, 导致两种不同的失稳机制. Menon 等<sup>[6]</sup>对非轴对称超声速射流进行了数值模拟, 发现改变驻室与环境的压力比以及椭圆形喷口的长短轴比、矩形喷口的长短边比, 射流流场中马赫盘结构发生变化. 姚朝晖等<sup>[7]</sup>利用纹影和高速摄影技术得到了高速冲击射流在不同压力比下的流场结构, 发现在马赫盘出现之前, 冲击射流的流场是整体振荡的; 而马赫盘出现之后, 流场振荡局限于马赫盘与冲击平板之间, 且此时离散频率的冲击单音也明显减弱甚至消失, 这意味着马赫盘的形成可在一定程度上

抑制射流反馈环的形成. 上述研究都表明: 超声速射流流场中由于规则反射和马赫发射激波结构的存在, 使得射流呈现出特别的激波诱导不稳定特性.

从已经发表的研究结果中可以发现, 较多的研究主要涉及欠膨胀超声速射流的波系结构和流动特征, 对射流失稳机制的研究较少. Jiang 等<sup>[5]</sup>讨论了较低压力比情况下欠膨胀超声速射流的波系结构变化及其引起的不稳定性, 但是没有研究进一步提高压力比情况下新的不稳定性. 本文的目的就是在此基础上利用数值计算方法进一步研究射流初始阶段的流场失稳特征. 计算方法采用有限差分 NND 格式捕捉流场波系结构. 计算域离散划分采用均匀结构网格. 主要考察大结构流体物理现象对轴对称射流稳定性发展的影响机理.

## 1 物理模型和计算区域

由于本文的数值模拟仅考察超声速射流近场层流阶段的波系结构及其诱导的不稳定性, 这个阶段射流的三维特性没有充分发展起来, 因此, 可以近似认为在射流近场具有二维轴对称特性. 物理模型如图 1 所示. 驻室内充入较高压力的空气, 高压空气通过直的圆管喷入环境大气, 形成射流, 当驻室内压力远高于环境压力时, 形成的射流为欠膨胀超

2006-12-30 收到第 1 稿, 2008-01-11 收到修改稿.

1) 国家自然科学基金资助项目 (10602059).

2) E-mail: bibi8020@yahoo.com.cn

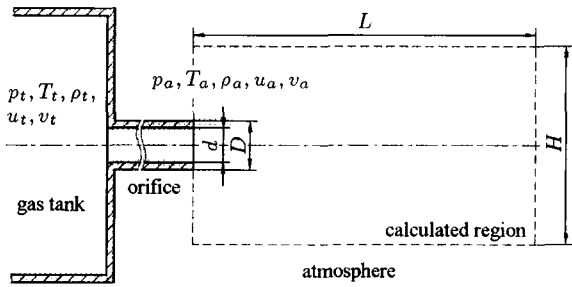


图 1 物理模型和计算区域示意图

Fig.1 Computational domain of the supersonic free jet

声速射流。本文主要考察欠膨胀超声速射流在不同驻室 / 环境压力比条件下的近场特性。

计算区域取物理模型的一半。  $p, T, \rho, u, v$  分别表示流体的压力、温度、密度、轴向速度和径向速度，图中参数下标  $a$  表示环境参数，下标  $t$  表示驻室参数。  $D$  和  $d$  分别为圆管的外径和内径，  $L$  和  $H$  分别为计算区域的长和宽。在本文的计算中，  $d=7.2\text{ mm}$ ，  $D=16\text{ mm}$ ，  $L=150\text{ mm}$ ，  $H=120\text{ mm}$ 。计算网格取均匀网格，网格数目为  $1001 \times 401$ 。

## 2 数值方法

### 2.1 控制方程

二维轴对称可压缩 Navier-Stokes 方程可以写为

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial r} + \frac{1}{r}S = \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial R}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial r} + \frac{1}{r}E \right) \quad (1)$$

其中，  $x$  表示轴向坐标，  $r$  表示径向坐标，其它参数

$$U = [\rho, \rho u, \rho v, e]^T$$

$$F = [\rho u, \rho u^2 + p, \rho uv, u(e + p)]^T$$

$$G = [\rho v, \rho uv, \rho v^2 + p, v(e + p)]^T$$

$$S = [\rho v, \rho uv, \rho v^2, v(e + p)]^T$$

$$R = \left[ 0, \tau_{xx}, \tau_{xr}, u\tau_{xx} + v\tau_{xr} + \frac{\mu}{Pr(\gamma - 1)}T_x \right]^T$$

$$Q = \left[ 0, \tau_{xr}, \tau_{rr}, u\tau_{xr} + v\tau_{rr} + \frac{\mu}{Pr(\gamma - 1)}T_r \right]^T$$

$$E = \left[ 0, \tau_{xr}, \tau_{rr} - \tau_{tt}, u\tau_{xr} + v\tau_{rr} + \frac{\mu}{Pr(\gamma - 1)}T_r \right]^T$$

$$\tau_{xx} = \mu_c \left( \frac{4}{3}u_x - \frac{2}{3}v_r - \frac{2}{3r}v \right), \tau_{xr} = \mu_c(u_x + v_r)$$

$$\tau_{rr} = \mu_c \left( \frac{4}{3}v_r - \frac{2}{3}u_x - \frac{2}{3r}v \right)$$

$$\tau_{rr} - \tau_{tt} = \mu_c \left( v_y - \frac{v}{r} \right), \mu_c = \frac{4}{3}\mu + \lambda$$

式中，  $e$  表示单位体积流体的总内能。流体压力  $p$  满足理想气体状态方程

$$p = (\gamma - 1) \left[ e - \frac{1}{2}\rho(u^2 + v^2) \right] \quad (2)$$

$\gamma$  为气体多方指数，黏性系数  $\mu$  根据 Sutherland 公式确定

$$\mu = \frac{1 + C/T_\infty}{T + C/T_\infty} T^{3/2} \quad (3)$$

对空气  $C = 110.4$ ；普朗特数  $Pr$  由下式计算

$$Pr = \frac{c_p \mu}{k} \quad (4)$$

其中  $c_p$  为空气的定压比热容，  $k$  为空气热传导系数。

### 2.2 计算方法

控制方程的离散为如下方程

$$\begin{aligned} \left( \frac{\partial U}{\partial t} \right)_{i,j}^n &= -\frac{1}{\Delta x} \left( F_{i+\frac{1}{2},j}^n - F_{i-\frac{1}{2},j}^n \right) - \\ &\frac{1}{\Delta r} \left( G_{i,j+\frac{1}{2}}^n - G_{i,j-\frac{1}{2}}^n \right) - \frac{1}{r} S_{i,j}^n + \\ &\frac{1}{Re} \left( \delta^0 R^n + \delta^0 Q^n + \frac{1}{r} E^n \right) \end{aligned} \quad (5)$$

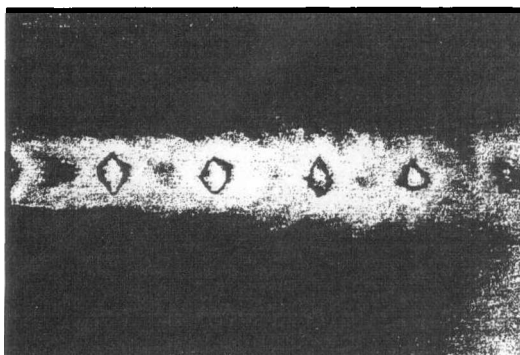
离散方程对流项通量项  $F, G$  采用二阶 NND 格式 [8] 求解，其中采用 minmod 函数作为限制器，黏性通量项  $R, Q$  采用二阶中心差分求解。

计算域的入口根据 Bernoulli 方程假定等熵流动，取临界声速来流条件；对出口边界假定沿  $x$ - 方向流场参数变化很小，边界条件由外推法计算得出；上边界和左侧边界均给定无反射边界条件；固体壁面采用无滑移边界条件；对称轴应用镜面反射边界条件。流场的初始设定如下：  $p_a = 101325.0\text{ Pa}$ ，  $T_a = 293.0\text{ K}$ ，  $U_a = 0.0\text{ m/s}$ ，  $V_a = 0.0\text{ m/s}$ ，  $\gamma = 1.4$ ，  $R = 287.0\text{ J/(kg}\cdot\text{K)}$ ，普朗特数  $Pr = 0.72$ ，  $T_r/T_a = 1.0$ 。

## 3 计算结果和分析

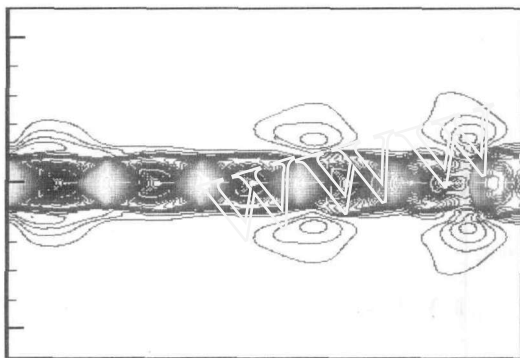
### 3.1 计算结果的验证

根据文献 [5] 提供的实验结果，应用同样的初值条件，本文计算获得的流场密度等值线图和实验干涉图的对比如图 2 所示。由图 2 可见，数值模拟的激波结构数目与实验一致，激波结构对应的位置和尺寸基本相近。对比结果验证了所用计算方法和物理模型的有效性。



(a) 实验干涉图<sup>[5]</sup>

(a) An experimental interferogram<sup>[5]</sup>



(b) 计算密度等值线

(b) A numerical density contours

图 2 自由射流, 计算结果与实验结果对比  
 $p_t/p_a = 4.0, D/d = 6 : 3$

Fig.2 Free jet, comparison between numerical and experimental results,  $p_t/p_a = 4.0, D/d = 6 : 3$

### 3.2 欠膨胀超声速射流拟周期性的激波结构

欠膨胀超声速射流由于喷管出口静压与环境压力不匹配, 射流首先在出口处产生膨胀扇区, 使得静压逐渐降到环境压力. 气流膨胀一方面使得气体加速并沿流向产生压力降低, 另一方面气流的过膨胀使得射流压力低于环境压力, 导致射流在剪切层边界形成反射的压缩波或者激波, 并形成马赫杆. 这种膨胀波、反射激波和马赫杆与射流剪切层的相互作用, 使超声速欠膨胀射流中激波结构不断重复. 在激波结构重复出现的过程中, 由于激波耗散作用射流速度不断降低, 激波结构不断弱化.

#### 3.2.1 不同驻室与环境压比条件下沿射流轴线压力分布

图 3 为在喷管出口参数取临界条件下, 驻室与环境的压力比  $NPR(NPR=p_t/p_a, \text{以下同})$  分别为 4.0,

8.0, 15.0 时沿射流轴线的压力分布图. 由图 3 可见, 由于压力比不同, 射流经过了不同强度的膨胀压缩过程. 当  $NPR=4.0$  时, 压力分布呈现了典型膨胀—压缩—膨胀的循环过程, 表明了射流在喷口处形成膨胀扇区, 过膨胀又产生激波压缩使射流压力增加, 如此循环形成系列的激波结构. 当  $NPR=8.0$  时, 图中压力分布不再出现这种拟周期性过程. 射流离开喷口后压力迅速降低, 然后又突然增加, 这表明膨胀区后直接伴随的是马赫盘的产生, 此后射流轴线压力呈振荡性发展. 当  $NPR=15.0$  时, 马赫盘至喷口的距离相对  $NPR=8.0$  时较远, 这反映了射流在喷口附近的膨胀强度. 超声速射流在不同压力比条件下呈现出不同的波系结构, 反映在其不稳定性上, 将会体现出不同的失稳特性. 下文将分别描述这 3 种压力比条件下超声速射流的变化及其不稳定性机制.

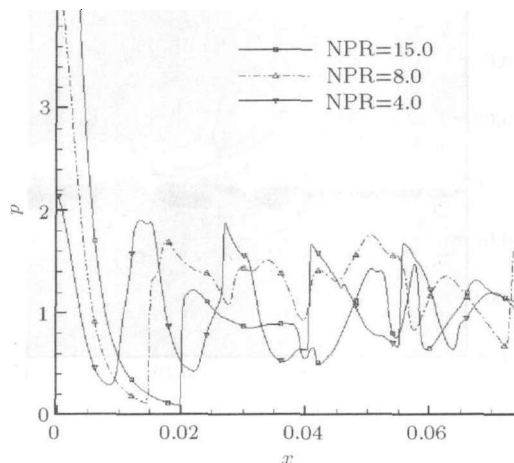


图 3 不同驻室与环境压力比条件下的自由射流轴线压力分布,  
 $NPR=4.0, 8.0, 15.0$

Fig.3 Free jet, pressure distributions along axis of the jets with different pressure ratios,  $NPR=4.0, 8.0, 15.0$

#### 3.2.2 带有规则反射激波结构的欠膨胀射流

当  $NPR=4.0$  时射流的压力、密度、涡量和速度矢量的分布如图 4 所示. 由图可以看出射流从喷口呈现出 3~4 个由膨胀扇区、拦截激波构成的规则反射射流激波结构, 此时射流的边界没有充分发展起来, 射流保持着稳定发展状态. 随着射流向下游发展, 到达跨声速阶段, 外剪切层破裂产生涡环. 每形成一个涡环就会对应一个射流低压、低密度区, 此时射流边界逐渐向外扩张, 涡环逐渐变大并开始减弱, 射流趋向失稳.

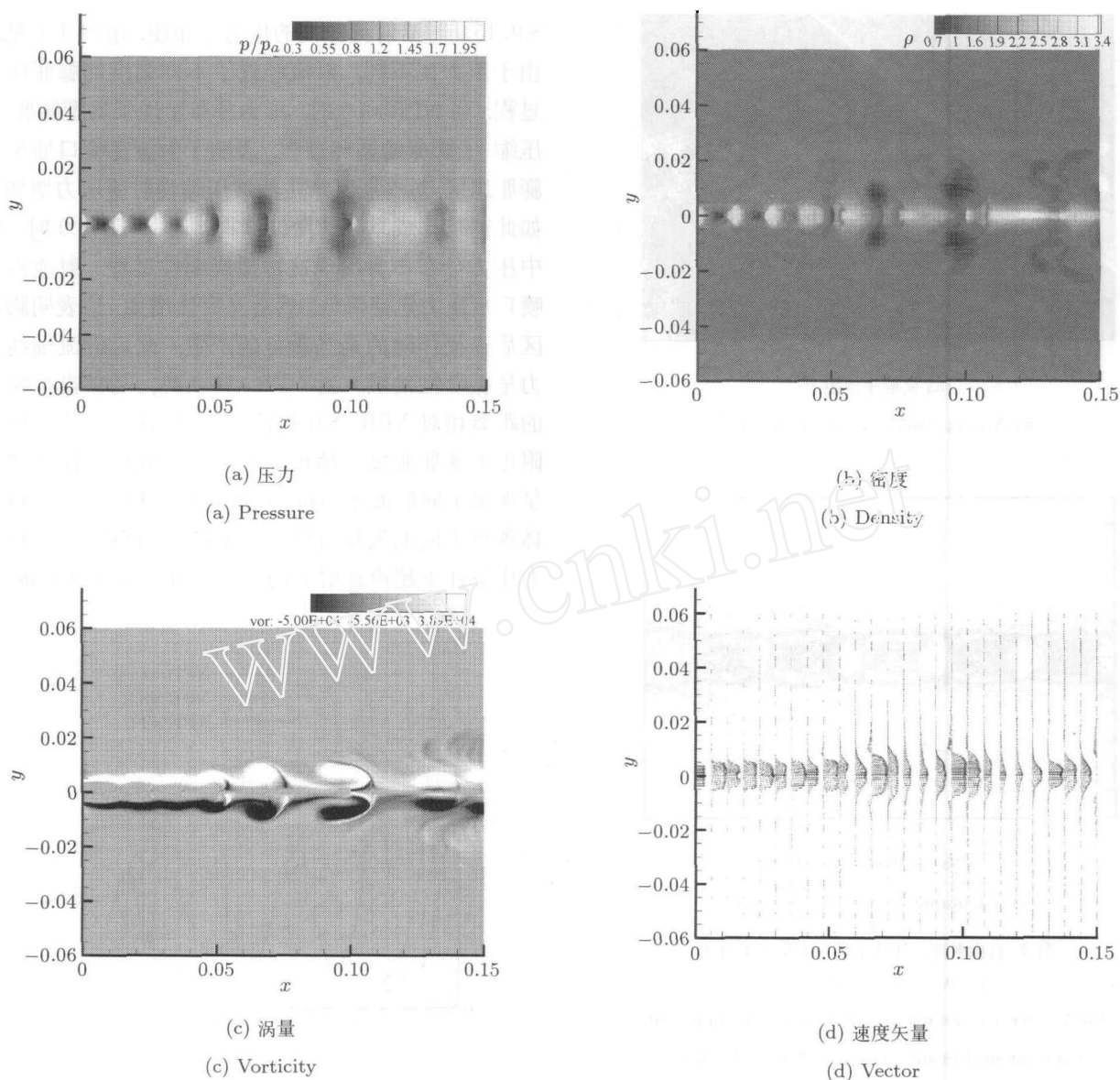


图 4 压力比 NPR=4.0 时的射流流场结构

Fig.4 Supersonic free jet, NPR=4.0

超声速欠膨胀射流的不稳定性主要来自于 K-H 不稳定性, 即剪切不稳定性, 这种剪切不稳定性是导致超声速欠膨胀射流失稳的主要原因. 在超声速欠膨胀射流流场中, 由于波系与射流的复杂相互作用, 在流场中出现多个剪切层. 这些剪切层的位置、分布及稳定性特性最终决定了超声速欠膨胀射流在何处及何种条件下失稳. 在带有规则反射激波结构的欠膨胀射流的情况下, 在 4~5 个激波 / 胞格结构后, 射流剪切边界的发展导致边界层中大涡结构的破碎 (图 4(c) 所示), 最终导致了射流的失稳. 在射流失稳后, 射流流场的速度型分布发生了明显的变

化, 形成典型的 K-H 不稳定速度型分布 (如图 4(d) 所示).

### 3.2.3 带有马赫反射激波结构的欠膨胀射流

图 5 显示了 NPR=8.0 时射流流场的压力、密度、涡量、速度矢量分布. 可以看出: 射流在近喷口处的膨胀扇区后产生马赫盘和反射激波结构, 形成大约 3 个马赫反射激波结构. 由速度矢量分布可见在射流内部出现新的剪切层. 此时射流保持着稳定状态向下游发展, 但是在距离喷口较远处的跨声速区, 射流突然进入不稳定状态, 涡环不断地从剪切层分出来, 并继续分裂出新的涡环.

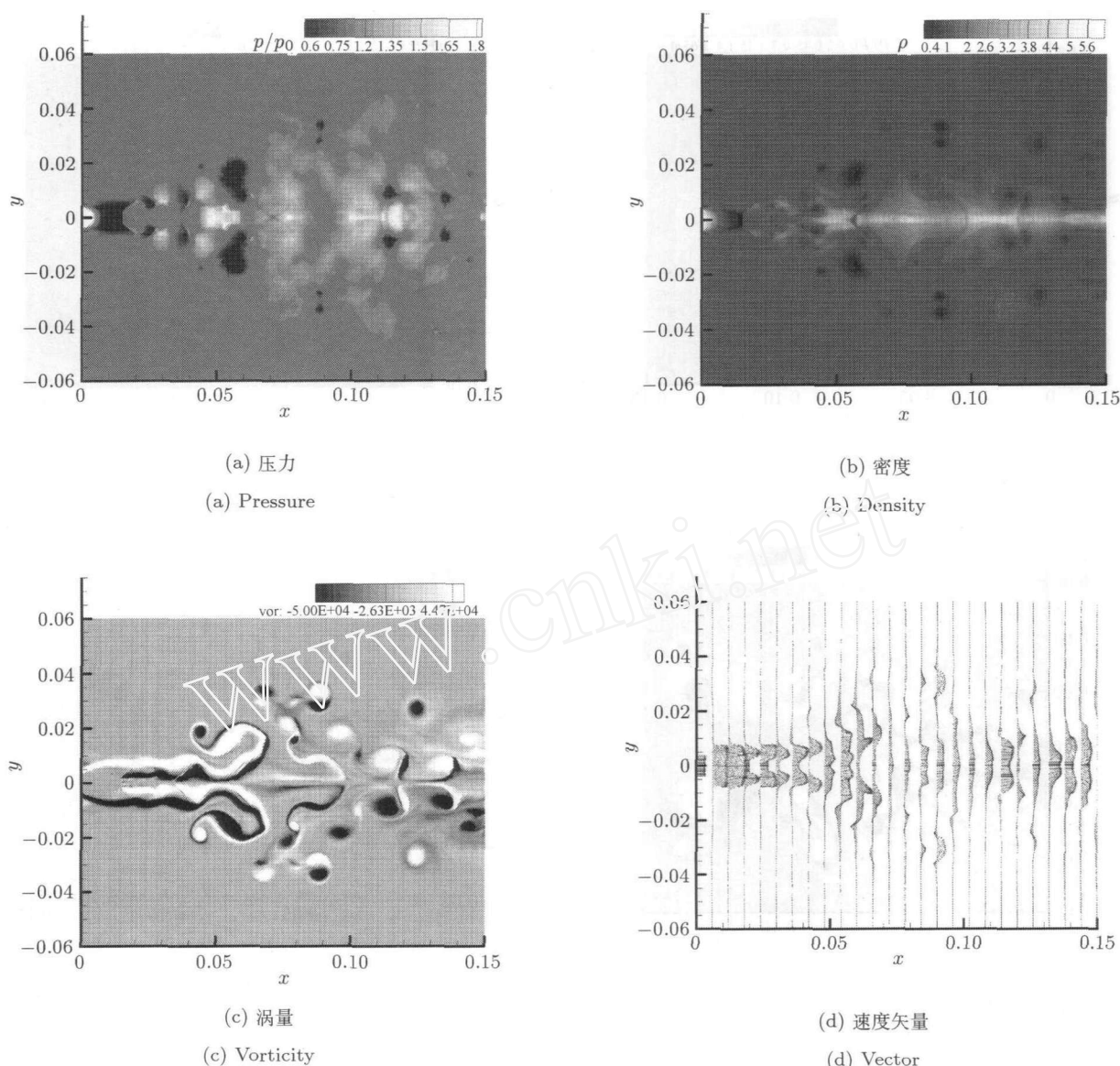


图 5 压力比为 NPR=8.0 时的射流流场

Fig.5 Supersonic free jet with NPR=8.0

在 NPR=8.0 情况下，除了在射流边界出现射流剪切层外，在射流中心马赫反射盘附近出现了第 2 个剪切层，这个剪切层是由马赫反射引起的，即马赫反射后的速度剪切层。在 3 个激波 / 胞格结构后，马赫盘中剪切层的发展最终导致了射流流场中大涡结构的破碎 (如图 5(c) 所示)。图 5(d) 显示了流场中不同剖面的速度型分布，可以看到在近场阶段，在射流速度分布中存在两个速度剪切层，其中内剪切层不稳定性导致了超声速欠膨胀射流的失稳，并在射流失稳后造成了流场速度型分布的较大变化 (如图 5(d) 所示)。

### 3.2.4 高度欠膨胀射流结构

图 6 表示了 NPR=15.0 时射流流场呈现出完全不同于前面的两个算例的特征。射流在出口附近出现高强度的气流膨胀，并生成很强的大尺度马赫杆。经过马赫盘后，流体速度急剧下降，在马赫杆周围形成和外部剪切层相反的新剪切层。两个剪切层距离很近，其相互作用导致射流很快进入不稳定状态，涡环不断地从剪切层分离出来并分裂出新的涡环，新的涡环再破裂形成更小的涡环。另外，在失稳区域出现明显的可以观察到激波 / 涡旋的相互作用现象。

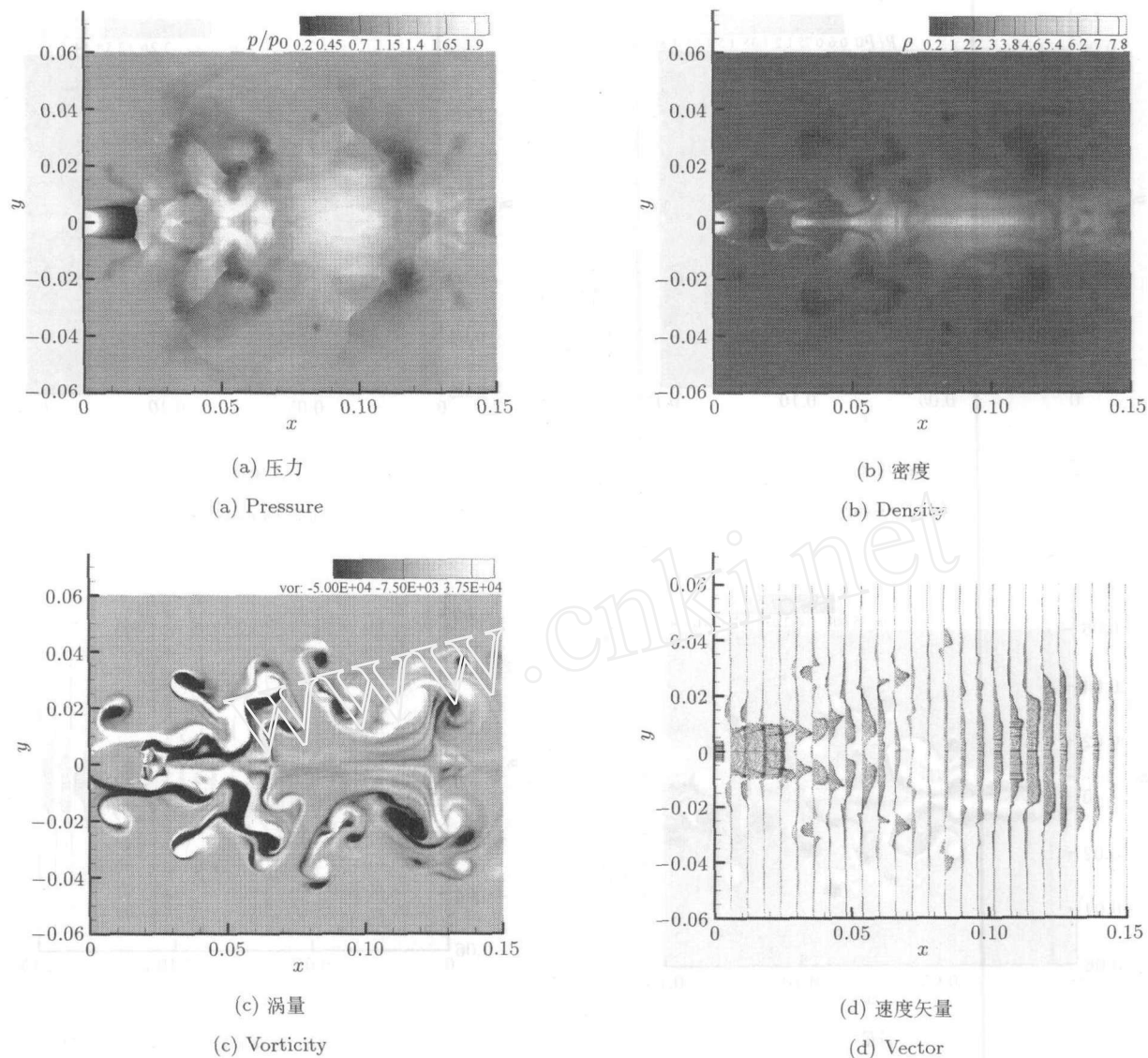


图 6 NPR=15.0 条件下的射流流场

Fig.6 Supersonic free jet, NPR=15.0

在 NPR=15 情况下, 超声速欠膨胀射流属于高度欠膨胀情况, 在射流流场中, 除了具有典型的马赫盘结构外, 由于大压比的存在, 马赫盘高度较高, 流场中射流边界形成的剪切层和马赫盘形成的剪切层距离接近, 形成相互干扰, 这种射流剪切层之间的相互作用加速了射流流场中大涡结构的破碎(如图 6 所示), 最终导致了射流失稳. 相应于射流失稳过程中, 与 NPR=4.0 及 NPR=8.0 情况相比, 射流流场中速度型分布具有显著的差异, 这种速度型分布是射流过早失稳导致的结果(如图 6(d) 所示).

#### 4 欠膨胀超声速射流的失稳机制分析

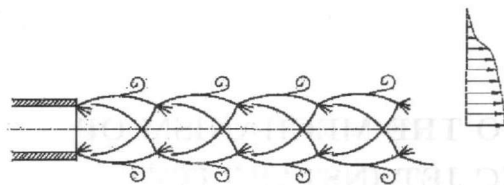
根据上面对 3 种不同压力比情况下欠膨胀射流不同失稳现象的分析与计算模拟结果, 可以总结出

3 种不同的失稳过程, 并配合图 7 它们各自的失稳机制描述如下:

图 7(a) 所示的带有规则反射激波结构的超声速射流, 射流离开喷口出现由膨胀扇区、拦截激波形成的具有拟周期性射流激波结构. 拦截激波与外部剪切层相互作用导致射流失稳.

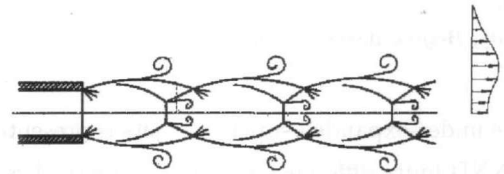
图 7(b) 表示了带有马赫反射激波结构的超声速射流. 射流经过膨胀扇区后出现由拦截激波、马赫盘、反射激波构成的具有拟周期性的射流激波结构. 由于马赫盘的发展形成一个与外部剪切层旋向相反的尾部剪切层, 此时外部剪切层相对较强, 内部剪切层相对较弱. 射流的突然失稳是由于两个剪切层相互作用以及激波 / 涡旋的相互干扰而形成.

图 7(b) 表示了高度欠膨胀超声速射流. 射流在



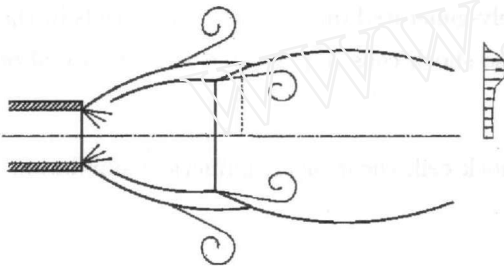
(a) 带有规则反射激波结构的射流

(a) Shock cells with regular reflection



(b) 带有马赫反射激波结构的射流

(b) Shock cells with Mach reflection



(c) 高度欠膨胀超声速射流

(c) The strong under-expanded supersonic jet

图 7 不同压力比条件下欠膨胀射流的不稳定性机理示意图

Fig.7 Schematics of under-expanded supersonic jet instability at different expansion ratios

近喷口处形成大马赫盘结构, 三波点处产生了很强的内部剪切层, 和射流外剪切层涡旋的旋向相反。此时内部剪切层相对于外部剪切层较强, 射流出现突然失稳, 拟周期性的射流激波结构没有出现。原因是两个剪切层之间的距离相对于马赫反射激波结构时的距离更近, 因此它们之间的相互作用更加强烈, 导致射流更容易失稳。射流的突然失稳是由于弱外部剪切层与强内部剪切层的相互作用的结果。

欠膨胀超声速射流的不稳定性主要来自于剪切不稳定性, 此时射流近场的射流剪切特性及其与各种复杂波系的相互作用起了主要的作用。由本文的数值结果可知, 在不同膨胀压比情况下, 射流流场

内部的波系作用发生变化, 由此引起不同的射流剪切层变化, 不同的射流剪切层特性造成了欠膨胀超声速射流失稳的不同特征。

## 5 结 论

本文模拟了不同压力比情况下欠膨胀超声速射流近场的流场结构, 并分析了随着压力比的变化, 超声速射流的失稳变化趋势。超声速射流的失稳机制根据膨胀比的不同可分为带有规则反射射流激波结构的不稳定性、带有马赫反射射流激波结构的不稳定性以及超高度欠膨胀超声速射流的不稳定性 3 种失稳机制。同时, 拟周期性的射流激波结构是射流稳定发展的特征, 射流激波结构的消失是射流开始失稳的标志。

## 参 考 文 献

- 1 Ishii R, Fujimoto H. Experimental and numerical analysis of circular pulse jets. *J Fluid Mech*, 1999, 392: 129~153
- 2 Bulent Imamoglu, Ponnampalam Balakumar. Three dimensional computation of shock induced noise in imperfectly expanded supersonic jets. 9th AIAA/CEAS Conference and Exhibit, 2003
- 3 Shen H, Tam CKW. Numerical simulation of the generation of axisymmetric mode jet screech tones. *AIAA Journal*, 1998, 36(10): 1801~1807
- 4 Sung In Kim, Seung O Park. Unsteady flow simulation of supersonic impinging jet. 41st Aerospace Meeting and Exhibit, 2003
- 5 Jiang Zonglin, Takayama Kazuyoshi. Study on instability of supersonic free jets and their impinging on solid walls. JSME CENTENNIAL GRAND CONGRESS International Conference on Fluid Engineering, 1997
- 6 Menon N, Skews BW. Non-axisymmetric supersonic jet impingement. 25th International Symposium on Shock Waves, 2005
- 7 姚朝晖, 何枫. 高速冲击射流流场特性与噪声机理的研究. 流体力学试验与测量, 2003, 17(2): 84~87 (Yao Chaohui, He Feng. Study on flow characteristics and noise mechanics of impinging jet with high speed. 2003, 17(2): 84~87(in Chinese))
- 8 张涵信. 无波动、无自由参数的耗散差分格式. 空气动力学学报, 1988, 6(2): 143~165 (Zhang Hanxin. Non-oscillatory and non-free parameter dissipation difference schemes. *Acta Aerodynamica Sinica*, 1988, 6(2): 143~165 (in Chinese))

## NUMERICAL INVESTIGATION INTO THE MECHANISM OF UNDER-EXPANDED SUPERSONIC JET INSTABILITY<sup>1)</sup>

Liu Xin<sup>\*,†,2)</sup> Jiang Zonglin<sup>\*</sup> Wang Chun<sup>\*</sup> Yan Chao<sup>†</sup>

*\*(Key Laboratory of High Temperature Gas Dynamics, Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences,  
Beijing 100190, China)*

*†(Fluid Mechanics Institute, Beihang University, Beijing 100083, China)*

**Abstract** The numerical investigation into the instability of the under-expanded supersonic jets is presented in this paper by solving the axisymmetric N-S equations with the NND finite difference scheme. Numerical results demonstrated that there are three kinds of the instability for the under-expanded supersonic jets according to their shock cell structure patterns: (1) the regular reflection shock cell with a single shear layer, (2) the Mach reflection shock cell with two shear layers and (3) the curved Mach stem with a relatively high expansion ratio. Moreover, for the under-expanded supersonic jets, the repetitively-generated quasi-steady shock cells in the jets indicate their stable development and the disappearance of these shock cells implies that the jets are about to fall into instable states.

**Key words** under-expanded supersonic jet, jet instability, shock cell, shear layer, numerical simulation

---

Received 30 December 2006, revised 11 January 2008.

1) The project supported by the National Natural Science Foundation of China (10602059).

2) E-mail: bibi8020@yahoo.com.cn