

文章编号: 1001-7372(2007)06-0085-05

# 水中悬浮隧道锚索的非线性涡激振动研究

葛 斐, 惠 磊, 洪友士

(中国科学院力学研究所 非线性力学国家重点实验室, 北京 100080)

**摘要:**建立了水中悬浮隧道锚索在波流场中涡激振动的非线性数学模型, 考虑了锚索的几何非线性对其涡激振动的影响, 并应用有限差分法求解了锚索的运动控制方程。计算结果表明: 锚索在顺流向和横向 2 个方向运动的耦合作用特别是几何非线性作用的引入, 抑制了部分高阶模态的激发, 使锚索横向涡激振动的振幅减小, 顺流向振动的振幅增大; 在悬浮隧道的振动引起的强迫激励和参数激励作用下, 锚索顺流向涡激振动振幅显著增大, 横向涡激振动出现“拍”的现象。

**关键词:**隧道工程; 水中悬浮隧道; 有限差分法; 涡激动力响应; 锚索; 波浪; 流

**中图分类号:** U459.9      **文献标志码:** A

## Research on Nonlinear Vortex-induced Vibrations of Submerged Floating Tunnel Tethers

GE Fei, HUI Lei, HONG You-shi

(State Key Laboratory of Nonlinear Mechanics, Institute of Mechanics, CAS, Beijing 100080, China)

**Abstract:** Mathematical model of nonlinear vortex-induced vibration was presented for predicting the nonlinear dynamic responses of submerged floating tunnel (SFT) tethers which were subjected to wave, current and oscillatory displacements at their upper end in horizontal and vertical directions. The finite difference method was used to solve the dynamic equations of tethers. The calculated results show that the transverse amplitudes of vortex-induced vibration decrease when considering the coupling between the in-line and the cross-flow vibrations. The geometric nonlinearity of the tether inhibits the excitement of higher modes of vibration. However, the in-line amplitudes of vortex-induced vibration increase due to the coupled vibrations. Periodical vibrations of submerged floating tunnel caused by wave forces play the roles of parametric exciter and forcing exciter to vortex-induced vibrations of tethers. In-line amplitudes of vortex-induced vibration increase obviously due to the external excitations, and the transverse amplitudes of vortex-induced vibration exhibit a periodic behavior. These results indicate that the higher modes of vibration are excited because of external excitations.

**Key words:** tunnel engineering; submerged floating tunnel; finite difference method; vortex-induced vibration response; tether; wave; current

## 0 引言

水中悬浮隧道 (Submerged Floating Tunnel,

SFT), 又称阿基米德桥, 是一种新型的跨越海峡、湖泊、河流等水域的交通结构。其基本结构包括 4 个部分: 悬浮在水面以下一定深度的管状结构;

收稿日期: 2007-04-17

基金项目: 国家自然科学基金重点项目 (10532070)

作者简介: 葛 斐 (1980-), 男, 安徽宿州人, 助理研究员, 理学博士, E-mail: gefei@imehc.ac.cn.

锚固在水下基础的锚索(或水上的浮箱)装置; 桥体管节之间的连接装置; 隧道与两岸相连的构筑物。

SFT 通过重力、浮力以及支撑系统之间的平衡悬浮在水下一定深度,且利用支撑系统维持自身的稳定性。当 SFT 所受浮力大于重力时,则可采用锚索将其与水下的基础连接起来,并平衡 SFT 的剩余浮力。20 世纪 80 年代以来,SFT 逐渐被欧洲、美国、日本的科技界和政府所关注,但是迄今为止世界上还没有建成 1 座 SFT,人们对其动力响应规律认识还不是很清楚,这成为了阻碍它早日实现的关键问题之一<sup>[1-10]</sup>。

作为 SFT 的支撑结构,锚索处于波浪和流的环境中,其稳定性直接影响到 SFT 的稳定性;因此,研究锚索在波浪和流作用下的动力响应,特别是由于涡串脱落引起的振动问题显得尤为重要。

Brancaleoni 等<sup>[11]</sup>提出了 SFT 在波浪或地震载荷下的工程分析程序。Remseth 等<sup>[12]</sup>分析了风浪作用下 SFT 的动态响应,用基于 Navier-Stokes 方程的有限元方法计算了规则波作用下二维模型的水动力。Kunisue 等<sup>[13]</sup>针对北海道的波浪环境通过二维模型试验研究了 SFT 的动态特性。麦继婷等<sup>[14]</sup>对水流作用下 SFT 锚索的横向涡激振动进行了初步探讨,考虑了张力的变化对锚索横向涡激振动的影响。

在已有的研究中,一般只考虑了锚索的横向涡激振动,而没有考虑 SFT 振动带来的影响。本文中笔者探讨在波流场中外激励作用下锚索的涡激振动问题,建立锚索的三维运动模型,并考虑 SFT 的振动对锚索涡激振动的影响,包括横向的强迫激励和纵向的参数激励。

### 1 运动方程

SFT 的锚索一般由钢管构成,其本身的刚度较小,但受到的张力却很大,这种结构可以简化为受张力的简支梁,在此引入如下假设: 由于预张力远大于锚索自身重力,故可忽略张力沿长度方向的变化;

假定波、流沿同一方向,流为均匀流; 锚索的几何尺寸、刚度和材料性质沿长度方向不变。

系统的坐标系和波、流分布情况如图 1 所示。坐标原点设在海底端,z 轴向上为正,波、流都沿 x 轴正方向传播。

在上述假设下,锚索顺流向和横向的运动方程可以表示为

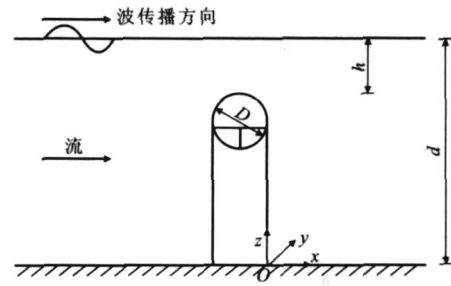


图 1 SFT 的截面

Fig. 1 Cross-section of SFT

$$\left. \begin{aligned} m \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + (C + C_s) \frac{\partial x}{\partial t} + E_I \frac{\partial^4 x}{\partial z^4} - T(t) \frac{\partial^2 x}{\partial z^2} &= f_x \\ m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + (C + C_s) \frac{\partial y}{\partial t} + E_I \frac{\partial^4 y}{\partial z^4} - T(t) \frac{\partial^2 y}{\partial z^2} &= f_y \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$C_s = \rho_s D^2$$

式中: $\bar{m}$ 为锚索单位长度的质量,包括附加质量; $C$ 为锚索的黏性阻尼系数; $C_s$ 为线性化的流体阻尼系数,和涡串频率  $\rho_s$  有关<sup>[15]</sup>;  $\rho_s$  为黏滞力参数,取为 0.8;  $\rho$  为流体密度; $D$ 为锚索直径; $E_I$ 为锚索的弯曲刚度; $T$ 为锚索中的拉力,是时间  $t$  的函数; $f_x$  和  $f_y$  分别为单位长度的锚索在  $x$ 、 $y$  方向受到的流体作用力,如图 2 所示<sup>[16]</sup>。

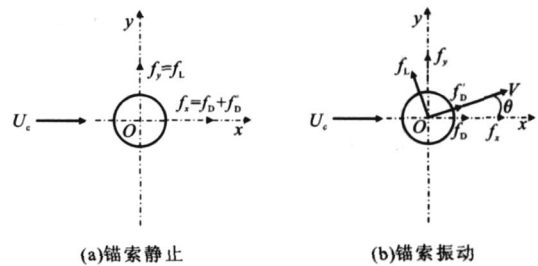


图 2 均匀流中作用于锚索截面上的流体力

Fig. 2 Fluid Forces Acted on Tether Cross-section in Uniform Flow

当锚索静止时,流体升力  $f_L$  和拖曳力  $f_D$  的方向分别与  $y$  和  $x$  的方向重合,如图 2(a) 所示;当锚索由于涡串泄放而发生振动时,升力和拖曳力的方向不再与坐标轴重合,此时,拖曳力  $f_D$  的方向与相对速度  $V$  的方向重合,升力  $f_L$  的方向则垂直于相对速度  $V$ ,锚索截面上的流体作用力可以表示为

$$\left. \begin{aligned} f_x &= f_D + f_D \cos \theta - f_L \sin \theta \\ f_y &= f_L \cos \theta + f_D \sin \theta \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$$\theta(t) = \arctan \frac{\dot{y}(t)}{U_c - \dot{x}(t)} = \arctan \frac{\dot{Y}(t)}{1 - \dot{X}(t)} \quad (3)$$

式中: $\theta$ 为相对速度  $V$  与  $x$  轴正向的夹角; $\dot{X}$ 、 $\dot{Y}$ 为量纲一的锚索运动速度。

一般有  $\dot{X} \ll 1$ ,  $\dot{Y} \ll 1$ ,因此  $\theta$  很小,有式(4)成立

$$\left. \begin{aligned} \sin \theta(t) &= \frac{\dot{Y}(t)}{\sqrt{\dot{Y}^2(t) + [1 - \dot{X}(t)]^2}} \\ \cos \theta(t) &= \frac{1 - \dot{X}(t)}{\sqrt{\dot{Y}^2(t) + [1 - \dot{X}(t)]^2}} \end{aligned} \right\} \dot{Y}(t) \quad (4)$$

将式(4)代入式(2)可得

$$\left. \begin{aligned} f_x &= f_D + f_{D'} - f_L \dot{Y}(t) \\ f_y &= f_L + f_D \dot{Y}(t) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

当锁频发生时,涡串在锚索上发生周期性泄放,从而使单位长度的升力和拖曳力可近似表示为涡串频率的简谐函数,这种近似在涡串有定义的雷诺数范围内成立。根据线性波理论,波浪诱发的流体质点的速度和加速度随深度呈指数形式衰减,因此相对于水流而言,计算时可以忽略波浪对锚索的作用力。升力和拖曳力可以表示为

$$\left. \begin{aligned} f_D(t) &= 0.5 \bar{C}_D D U_c^2 \\ f_D(t) &= 0.5 C_D \sin(2\omega t + \phi_D) \cdot D U_c^2 \\ f_L(t) &= 0.5 C_L \sin(\omega t + \phi_L) \cdot D U_c^2 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

式中:  $\bar{C}_D$  为平均拖曳力系数;  $C_D$  为脉动拖曳力系数;  $C_L$  为升力系数;  $U_c$  为来流流速;  $\phi_D$  和  $\phi_L$  分别为拖曳力、升力与锚索横向位移之间的相位角,当量纲一的减缩速度  $V_r = 6.0 / V_r = U_c / (fD)$ ,  $f$  为锚索自振频率/时,可以取  $\phi_D = 130^\circ$ ,  $\phi_L = 50^\circ$ 。由于平均拖曳力只改变锚索振动的平衡位置,并不影响锚索涡激振动的振幅大小,因此可以不考虑  $f_D$  的影响。本文中不考虑锚索发生涡激振动时流体力系数  $C_D$  和  $C_L$  的改变,将其取为常数,即  $C_D = 0.2$ ,  $C_L = 1.2$ 。

锚索中拉力的变化由 2 个部分组成: 由于 SFT 振动引起的拉力变化,  $-T \cos \theta$  即描述了这种参数激励的变化,其中  $T$  是拉力变化的幅值,  $\omega$  为波浪频率; 锚索的变形也会引起拉力的改变,一般情况下锚索的变形都处于弹性变形范围内,因此锚索变形引起的拉力变化可以表示为  $\frac{EA}{2L} \int_0^L [(\frac{\partial x}{\partial z})^2 + (\frac{\partial y}{\partial z})^2] dz$ , 其中  $E$ 、 $A$ 、 $L$  分别为锚索的弹性模量、横截面积及长度。综上所述,当锚索发生涡激振动时,其拉力为

$$T(t) = T_0 - T \cos \omega t + \frac{1}{2} \frac{EA}{L} \int_0^L [(\frac{\partial x}{\partial z})^2 + (\frac{\partial y}{\partial z})^2] dz \quad (7)$$

式中:  $T_0$  为锚索中的初始拉力(预张力)。

锚索运动控制方程组式(1)的边界条件为

$$\left. \begin{aligned} x(0, t) &= x(0, t) = x(L, t) = 0 \\ x(L, t) &= -x_0 \sin \omega t \\ y(0, t) &= y(L, t) = y(0, t) = y(L, t) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

锚索顶端与 SFT 铰接,因此锚索顶端会与 SFT 一起发生振动,  $-x_0 \sin \omega t$  即描述了这种强迫激励的作用,如图 3 所示。

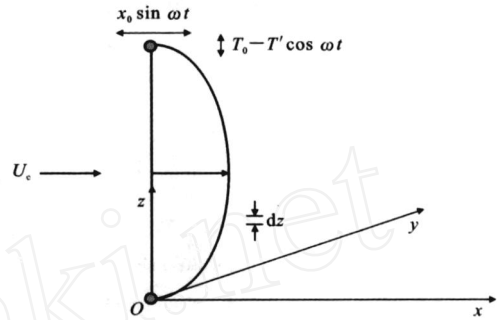


图 3 锚索涡激振动

Fig. 3 Vortex-induced Vibration of Tether

## 2 计算与分析

目前全球范围内还没有建成 1 座 SFT,因此计算实例只能参考国外拟建 SFT 的设计参数<sup>[17]</sup>,具体物理参数见表 1。本文中采用有限差分法对运动控制方程组式(1)进行逐步积分,求解锚索的涡激振动响应。中心差分法是二阶精度的,对锚索进行离散时,取单元长度  $\Delta z = 0.1$  m,此时经检验,当时间步长  $\Delta t = 10^{-6}$  s 时,求得解是收敛的。

表 1 数值计算实例的物理参数

Tab. 1 Physical Parameters of Numerical Example of Calculation

		来流流速 $U_c / (m \cdot s^{-1})$	3.176
波浪	周期 $T_w / s$		15
	波高 $H_w / m$		10
	淹没深度 $h / m$		40
SFT	重浮比		0.7
	长度 $l / m$		100.0
	直径 $D / m$		1.117 6
锚索	壁厚 $t / m$		0.038
	单位长度质量 $m / (kg \cdot m^{-1})$		1 000
	单位长度附加质量 $m' / (kg \cdot m^{-1})$		1 006
	弯曲刚度 $EI / Pa$		$3.854 \times 10^9$
	预张力 $T_0 / kN$		14 186

不考虑 SFT 振动引起的外激励作用,即  $x_0 = 0$ ,  $T = 0$  时,分别建立 2 个模型: 模型 A,锚索在顺流向和横向的运动是互相独立的,没有耦合作用发生,此时不考虑锚索的几何非线性作用; 模型 B,锚索 2 个方向的运动是耦合的,并考虑其几何非线性作用。当减缩速度  $V_r = 6.0$  时,计算得锚索中截面的运动轨迹,如图 4 所示。

考虑了锚索顺流向和横向振动之间的耦合作用

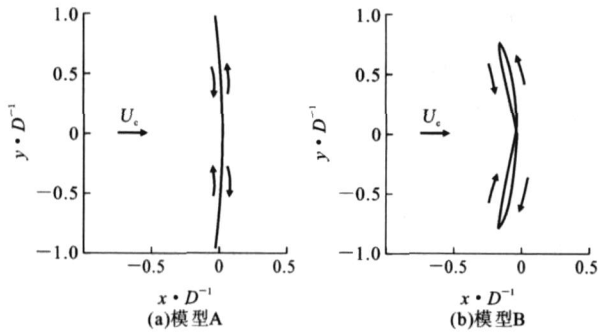


图4 锚索中截面的二维运动轨迹( $V_r = 6.0$ )

Fig.4 Two dimensional Motion Tracks of Middle Cross-section in Tether when  $V_r = 6.0$

用,特别是锚索几何非线性的作用后,部分高阶振动模式的激发被抑制,图4(b)中锚索的横向振幅比图4(a)小,但由于考虑了耦合作用,锚索顺流向的振幅有所增大。图5所示为一根弹性支撑的圆柱在均匀流中发生涡激振动时的运动轨迹<sup>[18]</sup>,和图4中的运动轨迹相比,用模型B计算所得锚索中截面的运动轨迹更接近于试验结果。

图5为 $V_r = 5.7$ 时弹性支撑圆柱的二维运动轨迹。相比于图4(b),图5中的运动轨迹顺着来流方向发生平移,说明平均拖曳力的作用会改变锚索振动的平衡位置。在波浪场中,SFT会在水平( $x$ 轴)和竖直( $z$ 轴)2个方向发生振动,考虑这种振动对锚索涡激振

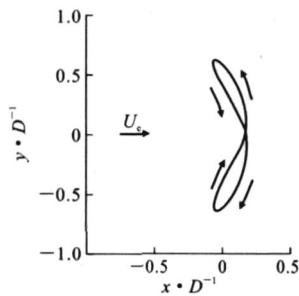
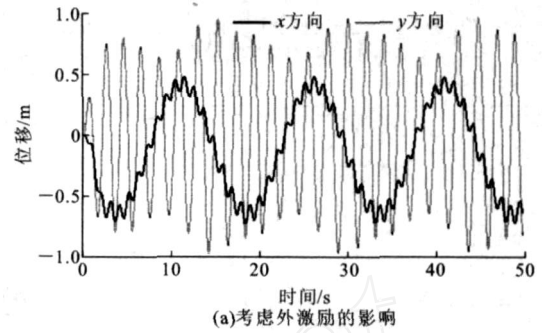


图5 弹性支撑圆柱的二维运动轨迹( $V_r = 5.7$ )

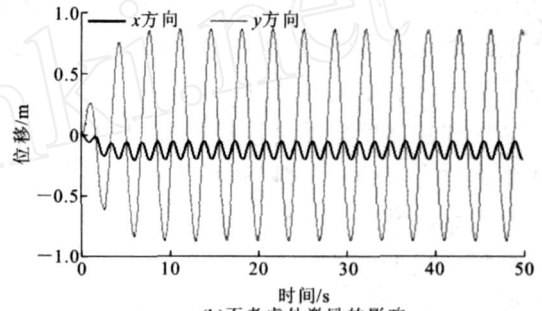
Fig.5 Two dimensional Motion Track of Spring Supported Cylinder when  $V_r = 5.7$

动的影响,在模型B中引入强迫激励和参数激励的作用。在SFT的设计中,考虑极限环境条件下结构的响应情况是非常重要的,在此条件下,锚索中动张力的幅值与初始张力的比值( $T/T_0$ )最大不超过1;当极限波高达到18m时,SFT在水平方向的振幅小于5m<sup>[19]</sup>。本文中取强迫激励的强度 $x_0/D = 0.895$ ,参数激励的强度 $r = T/T_0 = 0.6$ ,从而计算得锚索中截面位移的时程曲线,如图6所示。

图6(a)中,锚索顺流向的振动频率等于外激励的频率,即波频,横向的振动频率等于锚索的一阶自振频率;图6(b)中,顺流向振动频率是锚索一阶自振频率的2倍,横向振动频率仍然是其一阶自振频



(a)考虑外激励的影响



(b)不考虑外激励的影响

图6 锚索中截面的位移( $V_r = 6.0$ )

Fig.6 Displacements of Middle Cross-section in Tether when  $V_r = 6.0$

率。对比图6(a)、(b)发现,由于SFT振动引起的外激励的影响,锚索顺流向振动的振幅明显增大,振动频率等于外激励频率,振动曲线变得不光滑了,而横向的振动曲线出现了“拍”的现象。

### 3 结语

(1) 锚索在顺流向和横向2个方向运动的耦合作用,特别是几何非线性作用的引入,抑制了部分高阶模式的激发,使锚索横向涡激振动的振幅减小,顺流向振动的振幅增大。

(2) SFT的振动对锚索的涡激振动产生显著的影响,振动的高阶模式被激发,顺流向振动的振幅显著增大,振动频率等于外激励频率;横向振动出现“拍”的现象。

(3) 锚索发生涡激振动的过程中,升力系数与拖曳力系数并不是常数,在考虑流体力系数的变化时,其对锚索涡激振动的影响有待进一步研究。

### 参考文献:

#### References:

- [1] AHRENS D. Submerged Floating Tunnels - a Concept Whose Time Has Arrived [J]. Tunneling and Underground Space Technology, 1997, 12 (4): 317-336.
- [2] 王梦恕,皇甫明. 海底隧道修建中的关键问题[J]. 建

- 筑科学与工程学报,2005,22(4):1-4.  
WANG Meng-shu, HUANGFU Ming. Key Problems on Subsea Tunnel Construction[J]. Journal of Architecture and Civil Engineering, 2005, 22(4):1-4.
- [3] 俞茂宏, ODA Y, 盛谦, 等. 统一强度理论的发展及其在土木水利等工程中的应用和经济意义[J]. 建筑科学与工程学报, 2005, 22(1):24-41.  
YU Mao-hong, ODA Y, SHENG Qian, et al. Development of Unified Strength Theory and Its Applications in Civil Engineering and Its Economic Significance [J]. Journal of Architecture and Civil Engineering, 2005, 22(1):24-41.
- [4] 李忠献, 武魏娜. 大型结构非线性物理参数识别的线性化算法[J]. 建筑科学与工程学报, 2005, 22(2):15-20.  
LI Zhong-xian, WU Wei-na. Linearization Method to Identify Nonlinear Physical Parameters of Large Structures[J]. Journal of Architecture and Civil Engineering, 2005, 22(2):15-20.
- [5] 邵扣霞, 丁大钧. 中国桥梁建设新飞跃[J]. 建筑科学与工程学报, 2006, 23(2):30-40.  
TAI Kou-xia, DING Da-jun. New Leaps in Construction of Bridges in China[J]. Journal of Architecture and Civil Engineering, 2006, 23(2):30-40.
- [6] 董满生, 葛斐, 惠磊, 等. 水中悬浮隧道研究进展[J]. 中国公路学报, 2007, 20(4):101-107.  
DONG Man-sheng, GE Fei, HUI Lei, et al. Research Progress in Submerged Floating Tunnels [J]. China Journal of Highway and Transport, 2007, 20(4):101-107.
- [7] 宝华, 董小坤. 建筑与可持续发展探讨[J]. 建筑科学与工程学报, 2005, 22(2):86-89.  
BAO Hua, DONG Xiao-kun. Discussion of Architecture and Sustainable Development [J]. Journal of Architecture and Civil Engineering, 2005, 22(2):86-89.
- [8] 贺拥军, 周绪红, 刘永健, 等. 超大跨度巨型网格结构[J]. 建筑科学与工程学报, 2005, 22(3):25-29.  
HE Yong-jun, ZHOU Xu-hong, LIU Yong-jian, et al. Super-span Reticulated Mega-structure [J]. Journal of Architecture and Civil Engineering, 2005, 22(3):25-29.
- [9] 项贻强, 薛静平. 水中悬浮隧道在国内外的研究[J]. 中外公路, 2002, 22(6):49-52.  
XIANG Yi-qiang, XUE Jing-ping. Research on Submerged Floating Tunnel [J]. Journal of China & Foreign Highway, 2002, 22(6):49-52.
- [10] 黄国君, 吴应湘, 洪友士. 跨越水域交通的阿基米德桥[J]. 中国造船, 2002, 43(增):13-18.  
HUANG Guo-jun, WU Ying-xiang, HONG You-shi. Transportation of Crossing Waterways via Archimedes Bridge [J]. Ship Building of China, 2002, 43(S):13-18.
- [11] BRANCALEONI F, CASTELLANI A, DASDIA P. The Response of Submerged Tunnels to Their Environment [J]. Engineering Structures, 1989, 11(1):47-56.
- [12] REMSETH S, LEIRA B J, OKSTAD K M, et al. Dynamic Response and Fluid/Structure Interaction of Submerged Floating Tunnels [J]. Computers and Structures, 1999, 72(3):659-685.
- [13] KUNISU H, MIZUNO S, MIZUNO Y, et al. Study on Submerged Floating Tunnel Characteristics Under the Wave Condition [C]// ISOPE. Proceedings of the International Offshore and Polar Engineering Conference. Osaka: ISOPE, 1994:27-32.
- [14] 麦继婷, 罗忠贤, 关宝树. 流作用下悬浮隧道张力腿的涡激动力响应 [J]. 西南交通大学学报, 2004, 39(5):600-604.  
MAI Ji-ting, LUO Zhong-xian, GUAN Bao-shu. Vortex-induced Dynamic Response of Tension Legs for Submerged Floating Tunnel Under Current Effect [J]. Journal of Southwest Jiaotong University, 2004, 39(5):600-604.
- [15] 傅强. 海洋输液立管动力特性及涡激振动响应理论研究 [D]. 青岛:中国海洋大学, 2004:32-36.  
FU Qiang. Study of the Dynamic Characteristics and Responses of Vortex Induced Vibration of Marine Risers Conveying Fluid [D]. Qingdao: Ocean University of China, 2004:32-36.
- [16] WANG X Q, SO R M C, CHAN K T. A Non-linear Fluid Force Model for Vortex-induced Vibration of an Elastic Cylinder [J]. Journal of Sound and Vibration, 2003, 260(1):287-305.
- [17] PIGORINI B. Submerged Tunnels for a Fixed Link Across the Strait of Messina [C]// BAL KEMA A A. Proceedings of the International Congress on Tunnels and Water. Madrid: Rotterdam, 1988:13-31.
- [18] WU Z J. Current Induced Vibrations of a Flexible Cylinder [D]. Trondheim: The University of Trondheim, 1989:51-63.
- [19] KANIE S, KOKUBUN H, MIZUTANI Y, et al. Analytical Study of Dynamic Response of Submerged Floating Tunnels Due to Wave Force [C]// BAL KEMA A A. Proceedings of the 3rd Symposium on Strait Crossings. Alesund: Rotterdam, 1994:659-666.