

文章编号:1000-4939(2008)04-0535-06

辛体系下曲线形水中悬浮隧道 对波浪激励的动力响应研究*

董满生^{1,2} 洪友士²

(合肥工业大学 230009 合肥)¹ (中国科学院力学研究所非线性力学国家重点实验室 100080 北京)²

摘要: 在哈密顿体系下建立曲线形水中悬浮隧道的运动方程,即哈密顿正则方程。用哈密顿混合能变分原理处理曲线形水中悬浮隧道的两端边界条件以及径向布置的张力腿弹性支承,建立满足边界条件的线性方程组,采用分离变量法和本征向量展开法求解哈密顿正则方程。为曲线形水中悬浮隧道的动力响应分析提供一类方法。最后结合案例,运用辛方法分析波浪作用下曲线形水中悬浮隧道的弯矩和扭矩,结果表明,可以忽略扭矩对弯矩的影响。

关键词: 水中悬浮隧道;哈密顿体系;辛方法;波浪;动力响应

中图分类号: U459;O34 **文献标识码:** A

1 引言

水中悬浮隧道(Submerged Floating Tunnel 简称 SFT),又称阿基米德桥,是一种悬浮在水中的交通通道,通过锚固系统定位于水底。对于那些由于受环境限制而不能采用通常交通方案的水域,SFT 是一种可能的解决方案。目前世界上还没有一座水中悬浮隧道建成,各国学者正在积极开展前期研究^[1-11]。迄今研究的对象主要是直线型 SFT,由于交通对线形的要求,在复杂地形地貌下 SFT 与岸连接段很可能采用曲线形结构。了解流体环境下曲线形水中悬浮隧道的动力行为,对于曲线形水中悬浮隧道的实现很重要。

经典力学有牛顿力学、拉格朗日力学、哈密顿力学三种形式表示,这些不同数学形式陈述同一物理规律,由于形式不同,它们在实践中对解决问题会提供不同的途径。在拉格朗日体系下分析曲线结构运动,得出弯扭耦合的四阶微分方程组^[2],不易求解。即使能得出位移,但如果想进一步获得力,仍要费一

番功夫。本文在哈密顿体系下建立平面曲线形式 SFT 的运动方程,分析波浪作用下曲线形 SFT 的动力响应。

2 曲线形水中悬浮隧道运动方程的哈密顿形式

可以将 SFT 简化为梁来研究,分析对象是径向支承的平面圆弧形水中悬浮隧道,采用曲线坐标系,如图 1 所示。轴正向指向圆心,轴正向指向下,轴与隧道轴线切线平行,正向指向右。坐标系 ξ 轴的原点在 A 点。

在分析振动或波动问题时,对于时间 t 经常采用傅里叶展开法,即将时域化为频率法。此时广义位移有一个乘子 $e^{-i\omega t}$,例如 $\tilde{u} = u(\xi)e^{-i\omega t}$,角位移 $\tilde{\varphi} = \phi(\xi)e^{-i\omega t}$,其中 ω 是角频率,

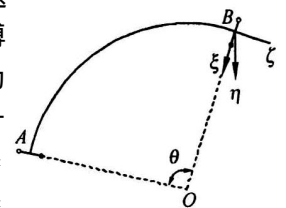


图 1 曲线坐标系

* 基金项目:国家自然科学基金(重点)资助项目(10532070),合肥工业大学博士专项基金资助项目(107035029)

来稿日期:2007-04-18 修回日期:2007-12-11

第一作者简介:董满生,男,1973 年生,博士,合肥工业大学土木建筑工程学院,讲师;研究方向——工程力学。Email: dongmans@sina.com

参数。以下分析均在频域中进行。

考虑剪力的影响,引入几何关系^[9]

$$\begin{aligned} &= \frac{du}{d} - \phi, & &= \frac{du}{d} + \phi, & &= \frac{du}{d} - \frac{u}{R}, \\ &= \frac{d\phi}{d} + \frac{\phi}{R}, & &= \frac{u}{R^2} + \frac{d\phi}{d}, & &= \frac{d\phi}{d} + \frac{1}{R} \frac{du}{d} \end{aligned} \quad (1)$$

式中: u 、 u 分别为、方向位移; ϕ 、 ϕ 、 ϕ 分别为绕

轴、、的转角;、为剪切应变;为轴向应变;、为挠曲率;为扭转率。下面以上标点表示对求导。

广义位移为

$$q = (u, u, u, \phi, \phi, \phi)^T \quad (2)$$

拉格朗日方程为

$$\begin{aligned} L(q, \dot{q}) = & \frac{1}{2} [EI (\dot{\phi} + \frac{\dot{\phi}}{R})^2 + EI (\dot{\phi} + \frac{\dot{u}}{R^2})^2 + GI_d (\dot{\phi} + \frac{\dot{u}}{R})^2 + kGA (\dot{u} - \dot{\phi})^2 + kGA (\dot{u} + \dot{\phi})^2 + \\ & EA (\dot{u} - \frac{\dot{u}}{R})^2 - (Au^2 + Au^2 + Au^2 + Aa^2\phi^2 + I\phi^2 + I\phi^2) - 2f u - 2f u] \end{aligned} \quad (3)$$

式中: f 、 f 分别为、方向单位长度分布荷载。

勒让德变换将 \dot{q} 变换为 p

$$p = \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ p_4 \\ p_5 \\ p_6 \end{pmatrix} = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} = \begin{pmatrix} kGA (\dot{u} - \dot{\phi}) \\ kGA (\dot{u} + \dot{\phi}) + GI_d (\dot{\phi} + \dot{u}/R)/R \\ EA (\dot{u} - \dot{u}/R) \\ EI (\dot{\phi} + \dot{\phi}/R) \\ EI (\dot{\phi} + \dot{u}/R^2) \\ GI_d (\dot{\phi} + \dot{u}/R) \end{pmatrix} \quad (4)$$

拉格朗日方程可写为

$$\begin{aligned} L(q, p) = & \frac{1}{2} [\frac{p_1^2}{kGA} + \frac{(p_2 - p_6/R)^2}{kGA} + \frac{p_3^2}{EA} + \frac{p_4^2}{EI} + \frac{p_5^2}{EI} + \frac{p_6^2}{GI_d} - (Au^2 + Au^2 + \\ & Au^2 + Aa^2\phi^2 + I\phi^2 + I\phi^2) - 2f u - 2f u] \end{aligned} \quad (5)$$

于是哈密顿函数为

$$\begin{aligned} H(q, p) = & \frac{p_1^2}{2kGA} + p_1\phi + \frac{(p_2 - p_6/R)^2}{2kGA} - p_2\phi + \frac{p_3^2}{2GI_d} + \frac{p_3u}{R} + \frac{p_4^2}{2EI} - \frac{p_4\phi}{R} + \frac{p_5^2}{2EI} - \frac{p_5u}{R^2} + \\ & \frac{p_6^2}{2GI_d} + \frac{p_6\phi}{R} + \frac{1}{2} (Au^2 + Au^2 + Au^2 + Aa^2\phi^2 + I\phi^2 + I\phi^2) + f u + f u \end{aligned} \quad (6)$$

哈密顿正则方程如下

$$\dot{q} = \frac{\partial H}{\partial p} = \begin{pmatrix} \frac{-p_1}{kGA} + \phi \\ \frac{p_2 - p_6/R}{kGA} \phi \\ \frac{p_3}{EA} + \frac{u}{R} \\ \frac{p_4}{EI} \frac{\phi}{R} \\ \frac{p_5}{EI} \frac{u}{R^2} \\ p_6 (\frac{1}{GI_d} + \frac{1}{kR^2 GA}) - \frac{p_2}{kRGA} + \frac{\phi}{R} \end{pmatrix}, \quad \dot{p} = \frac{\partial H}{\partial q} = \begin{pmatrix} -A^2 u \frac{p_3}{R} + \frac{p_5}{R^2} f \\ -A^2 u - f \\ -A^2 u \\ -I\phi + p_2 \frac{p_6}{R} \\ -I\phi - p_1 \\ -Aa^2 \phi + \frac{p_4}{R} \end{pmatrix} \quad (7)$$

引入对偶变量

$$v = (q^T, p^T)^T \quad (8)$$

式(7)可表达为

$$\dot{v} = Hv + h \quad (9)$$

$$H = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{1}{kGA} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{kGA} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{kRGA} \\ \frac{1}{R} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{EA} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{R} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{EI} & 0 \\ -\frac{1}{R^2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{EI} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{R} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{kRGA} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{GI_d} + \frac{1}{kR^2 GA} \\ -A^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{R} & 0 & \frac{1}{R^2} & 0 \\ 0 & -A^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -A^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -I^2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{R} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -I^2 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -Aa^2 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{R} & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

h 为荷载,对于水中悬浮隧道,垂直于隧道外表面的荷载可分解为竖向和径向,即

$$h = (0, 0, 0, 0, 0, 0, f, f, 0, 0, 0, 0)^T \quad (10)$$

在推导过程中不能忽略剪力的影响,否则得到的一阶方程组相矛盾,方程无解,也即与物理意义不相符。

3 边界条件

关于梁的理想边界条件通常的提法为:自由端 $F_s = 0, M = 0$; 简支端 $w = 0, M = 0$; 固支端 $w = 0, \theta = 0$ 。

由于每一端只给出 n 个条件,而未知量为 $2n$ 个,因此在每端直接求解是有困难的,应当将两端的条件合起来建立方程来求解。对于边界条件来说,它给出的可以是力为已知或位移为已知,这与变分原理中的给力边界条件或给位移边界条件相对应。对于 $x = 0$ 与 $x = l$ 两端,相应地将边界条件记为 0_0 、 1_0 、 0_l 、 1_l 。于是可给出一般形式的边界条件为

$$\begin{cases} (q = \bar{q}_0)_{0_0}, & (p = \bar{p}_0)_{0_0}, & (x = 0) \\ (q = \bar{q}_l)_{1_l}, & (p = \bar{p}_l)_{1_l}, & (x = l) \end{cases} \quad (11)$$

即在端部 n 个条件中,一部分是给力边界条件,而另一部分是给定位移边界条件。

有了边界条件,就可以写出与对偶方程组及边

界条件式(11)等价的哈密顿混合能变分原理^[12]

$$\int_0^l [p^T \dot{q} - H(q, p)] dx - [p^T (q - \bar{q}_l)]_{1_l} - [p^T q]_{0_0} + [p^T (q - \bar{q}_0)]_{0_0} + [p^T q]_{1_l} = 0 \quad (12)$$

展开变分式(12)有

$$\int_0^l [(p^T) (\dot{q} - \frac{\partial H}{\partial p}) - (q^T) (\dot{p} + \frac{\partial H}{\partial q})] dx + [p^T q]_{x=0} - [(p^T) (\bar{q} - q_l)]_{1_l} - [p^T q]_{0_0} + [(p^T) (q - \bar{q}_0)]_{0_0} + [p^T q]_{1_l} = 0 \quad (13)$$

由于域内 p 和 q 的任意性即给出对偶方程组式(7),而两端则余留下

$$[(q)^T (p - \bar{p}_l)]_{1_l} - [(p)^T (q - \bar{q}_l)]_{1_l} - [(q)^T (p - \bar{p}_0)]_{0_0} + [(p)^T (q - \bar{q}_0)]_{0_0} = 0 \quad (14)$$

再由给定位移边界 u 上 p 的任意性和给力边界上 q 的任意性即给出边界条件式(11)。

根据本征向量的展开解法,原问题的解可写为

$$v(x) = \sum_{i=1}^n [A_i e^{\mu_i x} + B_i e^{-\mu_i x}] \quad (15)$$

这里已通过叠加原理将与非奇次项相关的特解因素去除了,此时式(11)、式(12)表达式中的各给定位移 \bar{q}_0 、 \bar{q}_l 和力值 \bar{p}_0 、 \bar{p}_l ,应理解为除去特解因素后留下的已知值。

由于式(15)中采用的是本征向量展开,因此域内的微分方程已全部满足。将式(15)代入变分原理式(12),则只留下两端变分方程(14)。

由 $x = 0$ 端的表达式

$$v(0) = \sum_{i=1}^n A_i \begin{pmatrix} q_i \\ p_i \end{pmatrix} + B_i \begin{pmatrix} q_{n+i} \\ p_{n+i} \end{pmatrix} \quad (16)$$

有

$$\begin{aligned} & [(p)^T (q - \bar{q}_0)]_{i0} - [(q)^T (p - \bar{p}_0)]_0 \\ & = [(\sum_{i=1}^n (A_i p_i + B_i p_{n+i}))^T (\sum_{j=1}^n (A_j q_j + B_j q_{n+j}) - \\ & \bar{q}_0)]_{i0} - [(\sum_{i=1}^n (A_i q_i + B_i q_{n+i}))^T (\sum_{j=1}^n (A_j p_j + \\ & B_j p_{n+j}) - \bar{p}_0)]_0 \end{aligned} \quad (17)$$

由 $x = l$ 端的表达式

$$v(l) = \sum_{i=1}^n A_i e^{\mu_i l} \begin{pmatrix} q_i \\ p_i \end{pmatrix} + B_i e^{-\mu_i l} \begin{pmatrix} q_{n+i} \\ p_{n+i} \end{pmatrix} \quad (18)$$

有

$$\begin{aligned} & [(q)^T (p - \bar{p}_l)]_l - [(p)^T (q - \bar{q}_l)]_{ul} \\ & = [(\sum_{i=1}^n (A_i e^{\mu_i l} q_i + B_i e^{-\mu_i l} q_{n+i}))^T (\sum_{j=1}^n (A_j e^{\mu_j l} p_j + \\ & B_j e^{-\mu_j l} p_{n+j}) - \bar{p}_l)]_l - [(\sum_{i=1}^n (A_i e^{\mu_i l} p_i + \\ & B_i e^{-\mu_i l} p_{n+i}))^T (\sum_{j=1}^n (A_j e^{\mu_j l} q_j + B_j e^{-\mu_j l} q_{n+j}) - \bar{q}_l)]_l \end{aligned} \quad (19)$$

将式(18)、式(19)代入式(14),并根据 A_i, B_i 的任意性,即可建立求解各个常数的代数方程组

$$\begin{pmatrix} c_{1,1} & c_{1,2} & \dots & c_{1,2n} \\ c_{2,1} & c_{2,2} & \dots & c_{2,2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{n,1} & c_{n,2} & \dots & c_{n,2n} \\ c_{n+1,1} & c_{n+1,2} & \dots & c_{n+1,2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{2n,1} & c_{2n,2} & \dots & c_{2n,2n} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ \dots \\ A_n \\ B_1 \\ \dots \\ B_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \dots \\ d_{2n} \end{pmatrix} \quad (20)$$

其中

$$\begin{cases} c_{i,j} = (p_i^T q_j)_{i0} - (q_i^T p_j)_0 - (e^{(\mu_i + \mu_j)l} p_i^T q_j)_{ul} + \\ (e^{(\mu_i + \mu_j)l} q_i^T p_j)_l \\ c_{i,n+j} = (p_i^T q_{n+j})_{i0} - (q_i^T p_{n+j})_0 - \\ (e^{(\mu_i - \mu_j)l} p_i^T q_{n+j})_{ul} + (e^{(\mu_i - \mu_j)l} q_i^T p_{n+j})_l \\ c_{n+i,j} = (p_{n+i}^T q_j)_{i0} - (q_{n+i}^T p_j)_0 - \\ (e^{(\mu_i - \mu_j)l} p_{n+i}^T q_j)_{ul} + (e^{(\mu_i - \mu_j)l} q_{n+i}^T p_j)_l \\ c_{n+i,n+j} = (p_{n+i}^T q_{n+j})_{i0} - (q_{n+i}^T p_{n+j})_0 - \\ (e^{(\mu_i + \mu_j)l} p_{n+i}^T q_{n+j})_{ul} + (e^{(\mu_i + \mu_j)l} q_{n+i}^T p_{n+j})_l \\ d_i = (p_i^T \bar{q}_0)_{i0} - (q_i^T \bar{p}_0)_0 - (e^{\mu_i l} p_i^T \bar{q}_l)_{ul} + \\ (e^{\mu_i l} q_i^T \bar{p}_l)_l \\ d_{n+i} = (p_{n+i}^T \bar{q}_0)_{i0} - (q_{n+i}^T \bar{p}_0)_0 - (e^{-\mu_i l} q_{n+i}^T \bar{q}_l)_{ul} + \\ (e^{-\mu_i l} p_{n+i}^T \bar{p}_l)_l \end{cases} \quad (21)$$

其中 i, j 为 $1, 2, \dots, n$ 。

对于弹性支承的边界条件,除了给定位移边界 i_0, ul 外,在给力边界 $0, l$ 上还有弹性支承,其弹性支承的刚度矩阵分别写为 R_0, R_l 。此时在式(12)上再加上弹性支承变形能,即可构成相应的哈密顿变分原理

$$\begin{aligned} & \int_0^l [p^T \dot{q} - H(q, p)] dx - [p^T (q - \bar{q}_l)]_{ul} - \\ & [\bar{p}_l^T q]_l + [p^T (q - \bar{q}_0)]_{i0} + [\bar{p}_0^T q]_0 + \\ & [\frac{1}{2} q^T R_l q]_l + [\frac{1}{2} q^T R_0 q]_0 = 0 \end{aligned} \quad (22)$$

如果采用本征向量展开式(15),则变分式(22)成为

$$\begin{aligned} & [(q)^T (p - \bar{p}_l + R_l q)]_l - [(p)^T (q - \bar{q}_l)]_{ul} - \\ & [(q)^T (p - \bar{p}_0 - R_0 q)]_0 + [(p)^T (q - \bar{q}_0)]_{i0} = 0 \end{aligned} \quad (23)$$

如果设 $x = l$ 端有一对径向布设的张力腿,张力腿与水平向夹角为 α 。单根张力腿刚度为 K ,可得支撑的刚度矩阵如下

$$R_l = \begin{pmatrix} 2 K \cos \alpha & & & & & \\ & 2 K \sin \alpha & & & & \\ & & 0 & & & \\ & & & 0 & & \\ & & & & 0 & \\ & & & & & 4 R^2 K \sin \alpha \end{pmatrix} \quad (24)$$

相关边界条件为

$$\begin{aligned} & [(q)^T (R_l q)]_l = \\ & \sum_{i=1}^n (\sum_{j=1}^n A_j e^{(\mu_i + \mu_j)l} q_i^T R_l q_j + B_j e^{(\mu_i - \mu_j)l} q_i^T R_l q_{n+j}) A_i + \\ & \sum_{i=1}^n (\sum_{j=1}^n A_j e^{(\mu_j - \mu_i)l} q_{n+i}^T R_l q_j + B_j e^{-(\mu_i + \mu_j)l} q_{n+i}^T R_l q_{n+j}) B_i \end{aligned} \quad (25)$$

对于一端固支一端有弹性支撑的曲线结构,其方程(20)的系数如下

$$\begin{cases} c_{i,j} = (p_i^T q_j)_{i0} + (e^{(\mu_i + \mu_j)l} q_i^T p_j + e^{(\mu_i + \mu_j)l} q_i^T R_l q_j)_l \\ c_{i,n+j} = (p_i^T q_{n+j})_{i0} + (e^{(\mu_i - \mu_j)l} q_i^T p_{n+j} + \\ e^{(\mu_i - \mu_j)l} q_i^T R_l q_{n+j})_l \\ c_{n+i,j} = (p_{n+i}^T q_j)_{i0} + (e^{(\mu_j - \mu_i)l} q_{n+i}^T p_j + \\ e^{(\mu_j - \mu_i)l} q_{n+i}^T R_l q_j)_l \\ c_{n+i,n+j} = (p_{n+i}^T q_{n+j})_{i0} + (e^{-(\mu_i + \mu_j)l} q_{n+i}^T p_{n+j} + \\ e^{-(\mu_i + \mu_j)l} q_{n+i}^T R_l q_{n+j})_l \\ d_i = (p_i^T \bar{q}_0)_{i0} + (e^{\mu_i l} q_i^T \bar{p}_l)_l \\ d_{n+i} = (p_{n+i}^T \bar{q}_0)_{i0} + (e^{-\mu_i l} q_{n+i}^T \bar{p}_l)_l \end{cases} \quad (26)$$

由方程(20)解得系数 A_i, B_i ,代入式(15),加上特解,即可得出曲线梁上任意一点广义位移和广义内力。

4 波浪荷载下曲线形 SFT 动力响应

4.1 波浪荷载

波浪采用线性波理论, y 是从平面水位向上为正。自由表面见图 2。

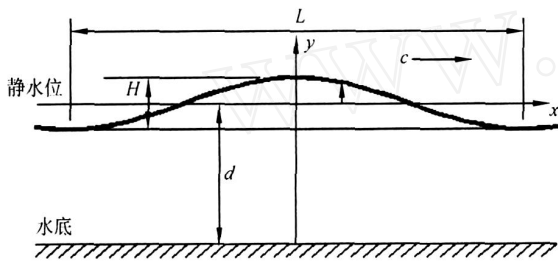


图 2 线性波示图

对点 (x, y) 和时刻 t ,水质点水平速度 u 和垂直速度 v ,由下式给定

$$u = \frac{H}{T} \left(\frac{\cosh 2 \frac{(y+d)/L}{L}}{\sinh 2 \frac{d/L}{L}} \right) \cos 2 \left(\frac{x}{L} - \frac{t}{T} \right) \quad (27)$$

$$v = \frac{H}{T} \left(\frac{\sinh 2 \frac{(y+d)/L}{L}}{\sinh 2 \frac{d/L}{L}} \right) \sin 2 \left(\frac{x}{L} - \frac{t}{T} \right) \quad (28)$$

式中: H 为波高; L 为波长; T 为波浪周期, d 为水深。

设速度向量 $u = (u \ v)^T$, 加速度向量 $\dot{u} = (\dot{u} \ \dot{v})^T$ 。

波浪作用在 SFT 上的荷载采用 Morison 方程计算为

$$P_w(x, t) = \frac{1}{2} \rho L C_D D u |u| + C_m L \frac{D^2}{4} \dot{u} \quad (29)$$

式中: ρ 水的质量密度,取 $1 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$; D 为截面宽度或直径; C_D 为阻力系数,圆形截面取 1.0; C_m 为惯性力系数或质量系数,圆形截面取 $2.0^{[13]}$ 。

设波浪传播与隧道位置之间的关系见图 3。隧道上任意一点到横向坐标轴的距离为

$$l = 2R \sin \frac{\alpha}{2} \sin \left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\alpha}{2} - \alpha_1 \right) \quad (30)$$

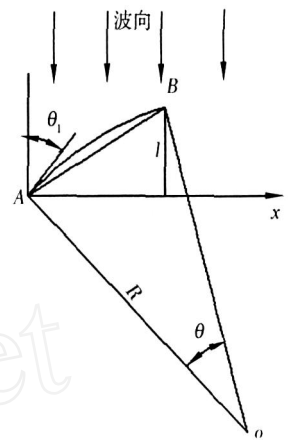
以隧道左端部为参照基准,隧道不同位置处波浪相位差为 $\alpha = 2 \pi \frac{l}{L}$,其中 L 为波长。流体的速度分解为沿隧道径向和竖向的速度,分别为

$$u = \frac{H}{T} \exp \left(\frac{2-y}{L_0} \right) \cos 2 \left(\frac{x-l}{L} - \frac{t}{T} \right) \sin \left(\alpha_1 + \alpha \right) \quad (31)$$

$$v = - \frac{H}{T} \exp \left(\frac{2-y}{L_0} \right) \sin 2 \left(\frac{x-l}{L} - \frac{t}{T} \right) \quad (32)$$

4.2 水中悬浮隧道的设计参数

SFT 设计参数采用我们正在做的概念设计参数^[11]。隧道轴线圆心角 $\alpha/6$,曲率半径 200m,隧道轴长 104.7m,顶面位于水面下 5m。隧道断面为圆形,外径 $D = 10\text{m}$,内径 $D_1 = 9\text{m}$ 。重浮比 0.74,浮力 78.5tf,富裕浮力 20.4tf。张力腿径向布设,与水平向夹角 $\alpha = \alpha/3$,隧道端部切



线与波浪传播方向夹角 $\alpha_1 = 45^\circ$ 。根据张力腿安装变形伸长量控制在 0.01m 内,设计张力腿弹簧刚度 $K = 5.89 \times 10^7 \text{ N/m}$ 。

隧道主体结构材料为钢筋混凝土,结构参数如下: $E_c = 3.45 \times 10^4 \text{ N/mm}^2$; $I = 168.7 \text{ m}^4$; $G = 0.4 E_c = 1.38 \times 10^4 \text{ N/mm}^2$ 。

波浪参数:波高 2.0m;波长 50m;周期 $T = 5.66\text{s}$;水深 50m。

4.3 计算结果

假设分析对象左端为固支,右端为径向张力腿支撑,这样端部 $x = 0$ 的边界条件为

$$\bar{q}_0 = (0, 0, 0, 0, 0, 0)^T \quad (33)$$

$x = l$ 端的边界条件为自由边界加弹性支撑,除去特解后边界条件为

$$\bar{p}_l = - \sum_1^n \left(\int_0^l c_i(l) e^{u_i(l-t)} d p_i + \int_0^k d_i(l) e^{-u_i(l-t)} d p_{n+i} \right) \quad (34)$$

$t = 0$ 时,表示波峰经过隧道与岸连接处。计算给出 $t = 0$ 和 $t = 0.25 T$ 时刻的力矩和扭矩,具体见图 4、图 5 和图 6。

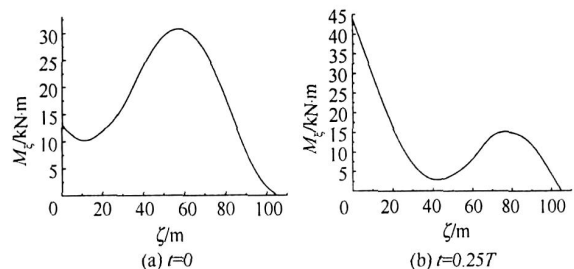


图 4 绕轴弯矩

从图 4、图 5 可知,弯矩沿隧道轴呈现变幅周期变化,绕径向轴 最大弯矩为 $4.4 \times 10^7 \text{ N} \cdot \text{m}$,绕竖向轴 最大弯矩为 $2.8 \times 10^7 \text{ N} \cdot \text{m}$;从图 6 可知,扭矩沿隧

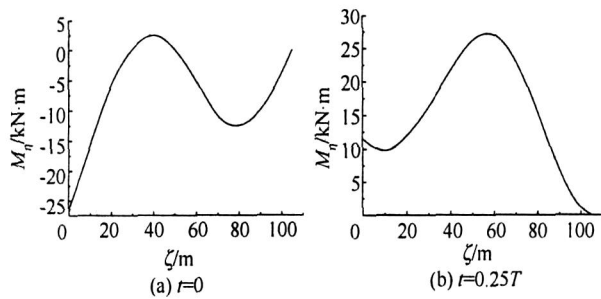


图 5 绕轴弯矩

绕轴单调变化,端部扭矩绝对值最大,最大值为 $4.5 \times 10^6 \text{ N} \cdot \text{m}$,比最大弯矩小一个量级。

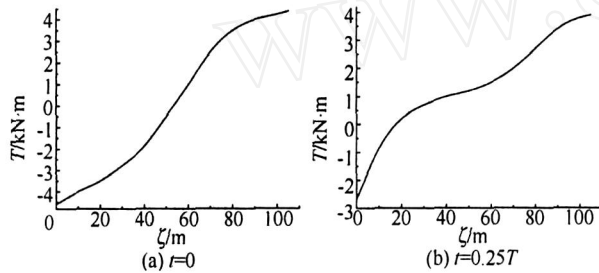


图 6 绕轴扭矩

4 结 论

在哈密顿体系下建立曲线形 SFT 的运动方程,其形式比拉格朗日体系下的微分方程简洁。用哈密顿混合能变分原理处理曲线形水中悬浮隧道的两端边界条件及径向布设张力腿的弹性支承,建立满足边界条件的线性方程组,采用本征向量展开法求解,避免了求解拉格朗日体系下弯扭耦合的高阶微分方程,为曲线形水中悬浮隧道动力学分析提供了一类方法。

结合案例分析了波浪作用下曲线形水中悬浮隧道的弯矩和扭矩。分析结果表明,扭矩比弯矩小一个量级,案例中扭矩对弯矩的影响可以忽略。

致谢 第一作者在中国科学院力学研究所攻读博士学位期间承蒙钟万勰院士的谆谆教导,文中思路得益于与钟院士的讨论。

参 考 文 献

- [1] Ahrens D. Submerged floating tunnels: a concept whose time has arrived [J]. *Tunnelling and Underground Space Tech*, 1997, 12(4): 317-336.
- [2] Tveit P. Ideals on downward arched and other underwater concrete tunnels [J]. *Tunnelling and Underground Space Tech*, 2000, 15(1): 69-78.
- [3] 董满生,葛斐,张双寅,等. 水中悬浮隧道的空间曲线结构运动方程[J]. *应用数学与力学*, 2007, 28(10): 1157-1165.
- [4] Brancaioni F, Castellani A, D'Asdia P. The response of submerged tunnels to their environment [J]. *Eng Struct*, 1989, 11(1): 47-56.
- [5] Remseth S, Leira B J, Okstad K M, et al. Dynamic response and fluid/structure interaction of submerged floating tunnels [J]. *Computers and Structures*, 1999, 72(4): 659-685.
- [6] Morita S, Yamashita T, Mozimp Y, et al. Earthquake response analysis of submerged floating tunnels considering water compressibility [C]// *Proceedings of the international offshore and polar engineering conference*. Osaka, Jpn, ISOPE, 1994: 20-26.
- [7] Fogazzi P, Perotti F. Dynamic response of seabed anchored floating tunnels under seismic excitation [J]. *Earthquake engineering and structural dynamics*, 2000, 29(3): 273-295.
- [8] Kunisu H, Mizuno S, Mizuno Y, et al. Study on submerged floating tunnel characteristics under the wave condition [C]// *Proceedings of the international offshore and polar engineering conference*. Osaka, Jpn, ISOPE, 1994: 27-32.
- [9] 董满生. 曲线形水中悬浮隧道的几个重要力学问题分析 [D]. 北京:中国科学院力学研究所, 8000122006001127, 2006.
- [10] 董满生,葛斐,惠磊,等. 水中悬浮隧道研究进展 [J]. *中国公路学报*, 2007, 20(4): 101-107.
- [11] 董满生,葛斐,洪友士. 曲线形水中悬浮隧道的温度内力研究 [J]. *工程力学*, 2006, 23(S1): 21-24.
- [12] 钟万勰. 应用力学对偶体系 [M]. 北京:科学出版社, 2002, 236-239.
- [13] Hallam M. G., Heaf N J., Wootton L R. 海洋建筑物动力学 [M]. 侯国本,等,译. 北京:海洋出版社, 1981: 156-162.

Dynamic Response of Curved Submerged Floating Tunnels to Wave Excitation Based on Symplectic System

Dong Mansheng^{1,2} Hong Youshi²

(Hefei University of Technology, School of Civil Engineering, 230009, Hefei, China)¹

(State Key Laboratory of Nonlinear Mechanics, Institute of Mechanics, CAS, 100080, Beijing, China)²

Abstract: Dynamic equations for curved submerged floating tunnel i. e. , Hamilton canonical equations, are established in Hamiltonian form. Hamiltonian mixed energy, which considers boundary conditions and support of radial tension leg, is analyzed by variation principle, and the linear equations of first order are obtained satisfying boundary conditions. The solutions to Hamilton canonical equations are found by separating variables. The dynamical properties of a case under wave are analyzed with symplectic method, and bending moments and torque of curved submerged floating tunnels are evaluated, the results indicate that torques get smaller than bending moments.

Keywords: *submerged floating tunnel, hamiltonian system, symplectic method, wave, dynamic response.*

Elasto-Plastic Static/Dynamic Analysis of Orthotropic Plates with Damage Effects

Fu Yiming Tian Yanping

(College of Mechanics and Aerospace, Hunan University, 410082, Changsha, China)

Abstract: Based on the elasto-plastic mechanics and continuum damage theory, a yield criterion related to the spherical tensor of stress is proposed to describe the mixed hardening of damaged orthotropic materials, and the dimensionless form of which is isomorphic with Mises criterion of isotropic materials. The incremental elasto-plastic damage constitutive equations and damage evolution equations are established. Following the classical Kirchhoff theory of plates, the incremental governing motion equations of orthotropic thin plates are obtained. In the numerical examples, the effect of damage evolution and external applied load parameters on the elasto-plastic static/dynamic mechanical properties of orthotropic thin plates are discussed, and the mechanical properties of structures change remarkably as considering the damage and damage evolution.

Keywords: *orthotropic plates, elasto-plastic damage, mixed hardening, incremental theory, static/dynamic analysis.*

Modeling two-dimensional cell deformation in shear flow

Gong Zhaoxin¹ Lu Chuanjing¹ Huang Huaxiong²

(Department of Engineering Mechanics, Shanghai Jiaotong University, 200240, Shanghai, China)¹

(Department of Mathematics and Statistics, York University, M3J 1P3, Toronto Canada)²

Abstract: The deformation of two-dimensional cell in shear flow is investigated. The immersed boundary