第 30 卷　第 1 期
2008 年 1 月

系统工程与电子技术
Systems Engineering and Electronics

Vol. 30　No. 1
Jan. 2008

文章编号:1001-506X(2008)01-0141-05

一般广义离散系统动态输出反馈 H∞控制器设计

王　建[1], 霍春宝[1], 赵　猛[2], 刘世岳[3]
(1. 辽宁工业大学信息学院, 辽宁 锦州 121001; 2. 中国科学院力学所,
北京 100080; 3. 北京理工大学信息学院, 北京 100081)

摘　要: 提出一种用于一般广义离散系统的严格真动态输出反馈 H_∞控制器设计方法。首先,构造辅助广义离散系统,给出该系统的状态反馈 H_∞控制器设计方法,在此基础上,用两组矩阵不等式给出使一般广义离散系统是允许的且满足 H_∞范数限制的控制器存在的充分条件,并给出了控制器的解析表达式。通过解这两组矩阵不等式,即可获得所需的控制器。控制器的可解性条件由系统的系数矩阵表达,因此不需要矩阵分解,可避免由矩阵分解产生的数值问题。仿真结果证实算法的有效性。

关键词: 一般广义离散系统; 动态输出反馈; 状态反馈; 两组矩阵不等式; 辅助广义离散系统
中图分类号: TP 273　　　**文献标志码**: A

Design of dynamic output feedback H∞ controller for common singular discrete systems

WANG Jian[1], HUO Chun-bao[1], ZHAO Meng[2], LIU Shi-yue[3]
(1. School of Information, Liaoning Inst. of Technology, Jinzhou 121001, China;
2. Inst. of Mechanics, China Academy of Science, Beijing 100080, China;
3. School of Information, Beijing Inst. of Technology, Beijing 100081, China)

Abstract: A method to design a strictly proper dynamic output feedback H_∞ controller for common discrete singular system is given. First, an auxiliary singular discrete system is constructed and its state feedback H_∞ controller is designed, and then by means of two groups of matrix inequalities, a sufficient condition for the existence of the dynamic output feedback H_∞ controller is presented, such that the resulting closed-loop system is admissible with its transfer function satisfying H_∞ norm constraint. By solving the two groups of matrix inequalities, the desired controller can be obtained. The condition for the solvability of the controllers is expressed by using the coefficient matrices of the whole system. The design procedure involves no decomposition of the system, which can avoid some numerical problems arising from the decomposition of matrices. A numerical example is given to demonstrate the application of the proposed method.

Keywords: common discrete singular systems; dynamic output feedback; state feedback; two groups of matrix inequalities; auxiliary singular discrete system

0　引　言

近年来,广义系统的 H_∞控制问题受到很多学者的关注,取得了很多结果,如对于广义连续系统,文献[1]考虑用 J-谱分解方法研究广义连续系统的控制问题,文献[2]给出了解决广义连续系统 H_∞控制问题的两个广义代数 Riccati 方程,文献[3]用线性矩阵不等式方法解决了广义连续系统的动态输出反馈 H_∞控制问题。对于广义离散系统,文献[4]给出了广义离散系统的状态反馈 H_∞控制器设计方法,文献[5]给出了广义离散系统是允许的且满足 H_∞范数限制的充要条件,并将一类不确定广义离散系统的控制问题转化为确定性广义离散系统的控制问题。另外,广义系统的其它控制问题也得到深入的研究(如混合 H_2/H_∞问题[6]、最优控制问题[7]、解耦问题[8]、时滞系统控制问题[9]等)。

应该指出尽管广义系统的研究取得很大进展,但由于广义离散系统的复杂性,型如方程(1)的一般广义离散系统的动态输出反馈 H_∞控制器设计至今没有结果,仅有特殊情况被考虑[10]。为此本文提出一般广义离散系统的严格真动态输出反馈 H_∞控制器设计方法。首先,构造辅助广义离散系统,并给出该系统的状态反馈控制器设计方法,在此基础上,用两组矩阵不等式给出使一般广义离散系统是允许的且满足 H_∞范数限制的控制器存在的充分条件,并

收稿日期:2006-11-30; **修回日期**:2007-02-08。
作者简介:王建(1971-),男,讲师,主要研究方向为鲁棒控制,切换控制。E-mial:wjth100@sina.com

给出了控制器的解析表达式。通过解这两组矩阵不等式,即可获得所要求的控制器。控制器的可解性条件由系统的系数矩阵表达,不需要矩阵分解,可避免由矩阵分解产生的数值问题。仿真结果证实算法的有效性。

1 问题描述

本文中,$\|G(z)\|_\infty = \sup_{\omega\in[0,2\pi)} \delta_{\max}(G(e^{j\omega}))$ 表示离散系统传递函数矩阵 $G(z)$ 的 H_∞ 范数,$\delta_{\max}$ 表示矩阵的最大奇异值,* 代表矩阵元素的对称元素,I 代表适当维数的单位阵。

我们考虑的一般广义离散系统由下面的差分方程描述

$$\begin{cases} Ex(k+1) = Ax(k) + B_1\omega(k) + B_2u(k) \\ z(k) = C_1x(k) + D_{11}\omega(k) + D_{12}u(k) \\ y(k) = C_2x(k) + D_{21}\omega(k) + D_{22}u(k) \end{cases} \tag{1}$$

这里 E 可以是奇异的,A, B_i, C_i, D_{ij} $(i,j=1,2)$ 是已知的适当维数的实数矩阵,$x(k)$ 为系统状态,$u(k)$ 为控制输入,$\omega(k)$ 为干扰输入,$y(k)$ 为量测输出,$z(k)$ 为控制输出,$k=0,1,2,\cdots,\infty$。

本文考虑为系统(1)设计一个严格真动态输出反馈 H_∞ 控制器

$$\begin{cases} E\hat{x}(k+1) = A_c\hat{x}(k) + B_cy(k) \\ u(k) = C_c\hat{x}(k) \end{cases} \tag{2}$$

使闭环系统是允许的且由 ω 到 z 的闭环传递函数满足 $\|G_{z\omega}(Z)\|_\infty < r$,这里 r 是给定正数,$\hat{x}(k)$ 是控制器的状态。

2 主要结果

引理 1[5] 广义离散系统

$$\begin{cases} Ex(k+1) = Ax(k) + B\omega(k) \\ z(k) = Cx(k) + D\omega(k) \end{cases} \tag{3}$$

是允许的且满足 $\|C(zE-A)^{-1}B+D\|_\infty < r$ 当且仅当存在可逆对称矩阵 P 满足下面的矩阵不等式组

$$\begin{cases} E^TPE \geq 0 \\ A^TPA - E^TPE + C^TC + (A^TPB + C^TD)\cdot \\ \quad (r^2I - D^TD - B^TPB)^{-1}(B^TPA + D^TC) < 0 \\ r^2I - D^TD - B^TPB > 0 \end{cases} \tag{4}$$

定理 1 对于矩阵不等式(5)

$$\begin{cases} E^TXE \geq 0 \\ \begin{bmatrix} -E^TXE + (A+B_2F)^TX(A+B_2F) & (A+B_2F)^TXB_2 & (A+B_2F)^TXB_1 & (C_1+D_{12}F)^T \\ * & -E^TXE + B_2^TXB_2 & B_2^TXB_1 & 0 \\ * & * & -\alpha^2\gamma^2I + B_1^TXB_1 & D_{11}^T \\ * & * & * & -\alpha^2I \end{bmatrix} \leq 0 \end{cases} \tag{5}$$

如果存在一可逆对称矩阵 X 满足下列矩阵不等式组:

$$\begin{cases} E^TXE \geq 0 \\ \theta_1 = \alpha^2\gamma^2 - \dfrac{1}{\alpha^2}D_{11}^TD_{11} - B_1^TXB_1 > 0 \\ \theta_2 = E^TXE - B_2^TXB_2 - B_2^TXB_1\theta_1^{-1}B_1^TXB_2 > 0 \\ -E^TXE + A^TXA + C_1^TC_1 + \theta_5 - \theta_4^T\theta_3^{-1}\theta_4 \leq 0 \end{cases} \tag{6}$$

则矩阵 $F = -\theta_3^{-1}\theta_4$ 使式(5)成立。这里 γ,α 为给定的正数,θ_3,θ_4,θ_5,θ_1,θ_2 如式(7)所示。

$$\begin{cases} \theta_3 = B_2^TXB_2 + \dfrac{1}{\alpha^2}D_{12}^TD_{12} + \beta_1\theta_1^{-1}\beta_1^T + (B_2^TXB_2 + \\ \quad \beta_1\theta_1^{-1}B_1^TXB_2)\theta_2^{-1}(B_2^TXB_2 + B_2^TXB_1\theta_1^{-1}\beta_1^T) \\ \theta_4 = B_2^TXA + \dfrac{1}{\alpha^2}D_{12}^TC_1 + \beta_1\theta_1^{-1}\beta_2 + (B_2^TXB_2 + \\ \quad \beta_1\theta_1^{-1}B_1^TXB_2)\theta_2^{-1}(B_2^TXA + B_2^TXB_1\theta_1^{-1}\beta_2) \\ \theta_5 = \beta_2^T\theta_1^{-1}\beta_2 + (A^TXB_2 + \beta_2^T\theta_1^{-1}B_1^TXB_2)\times \\ \quad \theta_2^{-1}(B_2^TXA + B_2^TXB_1\theta_1^{-1}\beta_2) \\ \beta_1 = B_2^TXB_1 + \dfrac{1}{\alpha^2}D_{12}^TD_{11} \\ \beta_2 = B_1^TXA + \dfrac{1}{\alpha^2}D_{11}^TC_1 \end{cases} \tag{7}$$

证明 由式(6)和 $F = -\theta_3^{-1}\theta_4$,得

$$-E^TXE + A^TXA + C_1^TC_1 + \theta_5 - \theta_4^T\theta_3^{-1}\theta_4 + (F + \theta_3^{-1}\theta_4)^T\theta_3(F + \theta_3^{-1}\theta_4) < 0 \tag{8}$$

进一步有

$$-E^TXE + A^TXA + C_1^TC_1 + \theta_5 + F^T\theta_3F + F^T\theta_4 + \theta_4^TF < 0 \tag{9}$$

将式(7)代入式(9)得

$$\begin{aligned} & -E^TXE + (A+B_2F)^TX(A+B_2F) + (C_1+D_{12}F)^T(C_1 + \\ & D_{12}F)/\alpha^2 + [(A+B_2F)^TXB_1 + (C_1+D_{12}F)^TD_{11}/\alpha^2]\cdot \\ & \theta_1^{-1}[D_{11}^T(C_1+D_{12}F)/\alpha^2 + B_1^TX(A+B_2F)] + [(A + \\ & B_2F)^TXB_2 + ((A+B_2F)^TXB_1 + (C_1+D_{12}F)^TD_{11}/\alpha^2)\cdot \\ & \theta_1^{-1}B_1^TXB_2]\times(E^TXE - B_2^TXB_2 - B_2^TXB_1\theta_1^{-1}B_1^TXB_2)^{-1}\cdot \\ & [B_2^TX(A+B_2F) + B_2^TXB_1\theta_1^{-1}(D_{11}^T(C_1+D_{12}F)/\alpha^2 + \\ & B_1^TX(A+B_2F))] < 0 \end{aligned} \tag{10}$$

由式(6)、式(10)和 shur 补引理,矩阵不等式(5)成立。

矩阵 F 可通过解矩阵不等式组(6)获得。

下面构造辅助广义离散系统

$$\begin{cases} Ex(k+1) = (A + LC_2)x(k) + (B_1 + LD_{21})\omega(k) \\ z(k) = \begin{bmatrix} D_{12}F/\beta \\ (E^TXE)^{1/2}F \end{bmatrix} x(k) \end{cases} \tag{11}$$

由引理 1,系统(11)是允许的且由 ω 到 z 的闭环传递函数满足

$$\|G_{z\omega}(Z)\|_\infty < \beta\gamma(\beta > 0, \gamma > 0)$$

仅当存在可逆对称矩阵 Y 和矩阵 L 满足下面的矩阵不等式(12)。

$$\begin{cases} E^TYE \geq 0 \\ \begin{bmatrix} -E^TYE + (A+LC_2)^TY(A+LC_2) + F^TE^TXEF + F^TD_{12}^TD_{12}F/\beta & (A+LC_2)^TY(B_1+LD_{21}) \\ * & -\beta\gamma^2I + (B_1+LD_{21})^TY(B_1+LD_{21}) \end{bmatrix} \leq 0 \end{cases} \tag{12}$$

定理 2　考虑一般广义离散系统(1),如果存在可逆对称矩阵 X,Y,矩阵 F,L 和正实数 α,β 满足定理 1 中的式(5),矩阵不等式(12)和 $\alpha^2+\beta=1$,则严格真动态输出反馈控制器

$$\begin{cases} E\hat{x}(k+1) = A_c\hat{x}(k) + B_cy(k) \\ u = C_c\hat{x}(k) \end{cases} \tag{13}$$

使系统(1)是允许的且由 ω 到 z 的闭环传递函数满足 $\|G_{z\omega}(Z)\|_\infty < \gamma$,$r$ 是给定的正数。

控制器参数为

$$\begin{aligned} A_c &= A + (B_2 + LD_{22})F + LC_2 \\ B_c &= -L \\ C_c &= F \end{aligned} \tag{14}$$

证明　由控制器(13)和系统(1)构成的闭环系统为

$$\begin{cases} \bar{E}\zeta(k+1) = G\zeta(k) + H\omega(k) \\ z(k) = J\zeta(k) + M\omega(k) \end{cases} \tag{15}$$

这里

$$\bar{E} = \begin{bmatrix} E & 0 \\ 0 & E \end{bmatrix},\quad H = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_cD_{21} \end{bmatrix},$$

$$G = \begin{bmatrix} A & B_2C_c \\ B_cC_2 & A_c + B_cD_{22}C_c \end{bmatrix},\quad J = [C_1, D_{12}C_c],$$

$$M = D_{11},\quad \zeta(k) = \begin{bmatrix} x(k) \\ \hat{x}(k) \end{bmatrix} \tag{16}$$

由引理 1,闭环系统(15)是允许的且由 ω 到 z 的闭环传递函数满足 $\|G_{z\omega}(Z)\|_\infty < \gamma$ 当且仅当下面矩阵不等式组成立

$$\begin{cases} \bar{E}^TP\bar{E} \geq 0 \\ G^TPG - \bar{E}^TP\bar{E} + J^TJ + (G^TPH + J^TM) \times \\ (r^2I - M^TM - H^TPH^{-1})(H^TPG + M^TJ) \leq 0 \\ r^2I - M^TM - H^TPH > 0 \end{cases} \tag{17}$$

令实对称可逆矩阵

$$P = \begin{bmatrix} X+Y & -Y \\ -Y & Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & -I \\ 0 & I \end{bmatrix}\begin{bmatrix} X & 0 \\ 0 & Y \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I & 0 \\ -I & I \end{bmatrix}$$

很容易验证 $\bar{E}^TP\bar{E} \geq 0$,这里 X 是式(6)的解,Y 是满足式(12)的对称可逆矩阵。

利用式(16)将矩阵 $\bar{E}$,G,H,J,M,P 代入式(17),并由 shur 补引理,可得

$$\begin{bmatrix} (1,1) & (1,2) \\ (2,1) & (2,2) \end{bmatrix} \leq 0 \tag{18}$$

这里

$$(1,1) = \begin{bmatrix} A^T & -A^T + C_2^TB_c^T \\ C_c^TB_2^T & -C_c^TB_2^T + A_c^T + C_c^TD_{22}^TB_c^T \end{bmatrix}\begin{bmatrix} X & 0 \\ 0 & Y \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} A & B_2C_2 \\ -A + B_cC_2 & -B_2C_c + A_c + B_2D_{22}C_c \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} E^T & -E^T \\ 0 & E^T \end{bmatrix}\begin{bmatrix} X & 0 \\ 0 & Y \end{bmatrix}\begin{bmatrix} E & 0 \\ -E & E \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_1^TC_1 & C_1^TD_{12}C_c \\ C_c^TD_{12}^TC_1 & C_c^TD_{12}^TD_{12}C_c \end{bmatrix}$$

$$(1,2) = (2,1)^T$$

$$\begin{bmatrix} A^T & -A^T + C_2^TB_c^T \\ C_c^TB_2^T & -C_c^TB_2^T + A_c^T + C_c^TD_{22}^TB_c^T \end{bmatrix}\begin{bmatrix} X & 0 \\ 0 & Y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_1 \\ -B_1 + B_cD_{21} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_1^T \\ C_c^TD_{12}^T \end{bmatrix}$$

$$(2,2) = -r^2I + D_{11}^TD_{11} + (-B_1^T + D_{21}^TB_c^T)Y(-B_1 + B_cD_{21}) + B_1^TXB_1$$

矩阵不等式(18)左乘 $\begin{bmatrix} I & I & 0 \\ 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix}$,右乘 $\begin{bmatrix} I & 0 & 0 \\ I & I & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix}$ 并利用控制器解析式(14),得

$$\begin{bmatrix} (1,1), (1,2) \\ (2,1), (2,2) \end{bmatrix} \leq 0 \tag{19}$$

这里

$$(1,1) = \begin{bmatrix} A^T + C_c^TB_2 & 0 \\ C_c^TB_2^T & -C_c^TB_2^T + A_c^T + C_c^TD_{22}^TB_c^T \end{bmatrix}\begin{bmatrix} X & 0 \\ 0 & Y \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} A + B_2C_2 & B_2C_c \\ 0 & -B_2C_c + A_c + B_2D_{22}C_c \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} E^T & 0 \\ 0 & E^T \end{bmatrix}\begin{bmatrix} X & 0 \\ 0 & Y \end{bmatrix}\begin{bmatrix} E & 0 \\ 0 & E \end{bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} C_1^TC_1 + C_c^TD_{12}^TC_1 + C_1^TD_{12}^TC_c + C_c^TD_{12}^TC_c & C_1^TD_{12}C_c + C_c^TD_{12}^TD_{12}C_c \\ C_c^TD_{12}^TC_1 + C_c^TD_{12}^TD_{12}C_c & C_c^TD_{12}^TD_{12}C_c \end{bmatrix}$$

$$(1,2) = \begin{bmatrix} A^T + C_c^TB_2^T & 0 \\ C_c^TB_2^T & -C_c^TB_2^T + A_c^T + C_c^TD_{22}^TB_c^T \end{bmatrix}\begin{bmatrix} X & 0 \\ 0 & Y \end{bmatrix}\cdot$$

$$\begin{bmatrix} B_1 \\ -B_1 + B_c D_{21} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_1^T + C_c^T D_{12}^T \\ C_c^T D_{12}^T \end{bmatrix} D_{11}$$

$$(2,1) = (1,2)^T$$

$$(2,2) = -r^2 I + D_{11}^T D_{11} + (-B_1^T + D_{21}^T B_c^T) Y \times (-B_1 + B_c D_{21}) + B_1^T X B_1$$

所以仅需证明式(19)成立。

由式(12)和 shur 补引理可得

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & -E^T YE + (A + LC_2)^T Y(A + LC_2) + F^T E^T XEF & (A + LC_2)^T Y(B_1 + LD_{21}) & F^T D_{12}^T \\ * & * & -\beta^2\gamma^2 I + (B_1 + LD_{21})^T Y(B_1 + LD_{21}) & 0 \\ * & * & * & -\beta^2 I \end{bmatrix} \leq 0 \quad (20)$$

由式(5)和式(20),并利用 $\alpha^2 + \beta^2 = 1$,可得下式成立

$$\begin{bmatrix} I & & & \\ & F^T & & \\ & & I & \\ & & & I \end{bmatrix} \times (5) \times \begin{bmatrix} I & & & \\ & F & & \\ & & I & \\ & & & I \end{bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} 0 & & & \\ & 0 & & \\ & & -I & \\ & & & 0 \end{bmatrix} \times (20) \times \begin{bmatrix} 0 & & & \\ & 0 & & \\ & & -I & \\ & & & 0 \end{bmatrix} \leq 0 \quad (21)$$

由式(21)和 shur 补引理,式(19)成立,证明完成。

下面给出求矩阵 L 的方法,构造辅助系统(11)的对偶系统(22)

$$\begin{aligned} E^T x(k+1) &= (A^T + C_2^T L^T) x(k) + [F^T D_{12}^T/\beta \quad F^T((E^T XE)^{1/2})]\omega(k) \\ z(k) &= (B_1^T + D_{21}^T L^T) x(k) \end{aligned} \quad (22)$$

因为 $\| G_{z\omega}^1(Z) \|_\infty = \| (G_{z\omega}^2(Z))^T \|_\infty$

这里 $G_{z\omega}^1(Z)$ 是系统(11)由 z 到 ω 的传递函数,$G_{z\omega}^2(Z)$ 是系统(22)由 z 到 ω 的传递函数所以可通过系统(22)求解矩阵 L。

令 $\bar{C} = [F^T D_{12}^T/\beta \quad F^T(E^T XE)^{1/2}]$,根据引理 1,系统(22)允许的且由 ω 到 z 的闭环传递函数满足 $\| G_{z\omega}(Z) \|_\infty < \beta\gamma$ $(\beta > 0, \gamma > 0)$ 当且仅当存在可逆对称矩阵 Z 满足下面的矩阵不等式

$$\begin{cases} EZE^T \geq 0 \\ \begin{bmatrix} -EZE^T + (A + LC_2) Z(A + LC_2)^T + (B_1 + LD_{21})(B_1 + LD_{21})^T & (A + LC_2) Z\bar{C} \\ * & -\beta^2\gamma^2 I + \bar{C}^T Z\bar{C} \end{bmatrix} \leq 0 \end{cases} \quad (23)$$

定理 3 对于矩阵不等式(23),如果存在对称可逆阵 Z 满足

$$\begin{cases} EZE^T \geq 0 \\ \beta^2\gamma^2 I - \bar{C}^T Z\bar{C} > 0 \\ -EZE^T + AZA^T + B_1 B_1^T + \\ \quad AZ\bar{C}\theta_6^{-1}\bar{C}^T ZA - \theta_8^T \theta_7^{-T} \theta_8 < 0 \\ \theta_6 > 0 \end{cases} \quad (24)$$

则 $L = -\theta_8^T \theta_7^{-1}$ 使(23)成立,这里

$$\begin{cases} \theta_6 = \beta^2\gamma^2 I - \bar{C}^T Z\bar{C} > 0 \\ \theta_7 = C_2 ZC_2^T + D_{21} D_{21}^T + C_2 Z\bar{C}\theta_6^{-1}\bar{C}^T ZC_2^T \\ \theta_8 = C_2 ZA^T + D_{21} B_1^T + C_2 Z\bar{C}\theta_6^{-1}\bar{C}^T ZA \end{cases} \quad (25)$$

β, γ 为给定正数。

证明类似定理 1。

注 1 由定理 3,不仅可获得矩阵 L,而且也得到广义离散系统(26)的状态反馈控制器设计方法

$$\begin{cases} E^T x(k+1) = A^T x(k) + \\ \quad [F^T D_{21}^T/\beta \quad F^T((E^T XE)^{1/2})]\omega(k) + C_2^T u(k) \\ z(k) = B_1^T x(k) + D_{21}^T u(k) \end{cases} \quad (26)$$

即 $u = L^T x(k)$ 使系统(26)是允许的且满足 $\| G_{z\omega}^2(Z) \|_\infty < \beta\gamma$。

注 2 定理 1～3 表明如果存在可逆对称矩阵 X, Z 满足式(6)和式(24),则一般广义离散系统的 H_∞ 控制问题是可解的。严格真动态输出反馈控制器可通过求解两组矩阵不等式(6)和(24)获得。可解性条件由系统的系数矩阵表达,因此设计过程不需矩阵分解,可避免由矩阵分解产生的数值问题。

注 3 对于相对低阶的系统,矩阵不等式(6)和(24)的求解可通过数值搜索方法,对于高阶的系统,求解矩阵不等式(6)和(24)的有效方法仍有待研究。

3 仿真分析

考虑如下的一般广义离散系统

$$E=\begin{bmatrix}0.05 & 0.22\\ 0 & 0\end{bmatrix},\ A=\begin{bmatrix}0.1 & 0.3\\ 0.2 & 0.4\end{bmatrix}$$

$$B_1=\begin{bmatrix}0\\ 0.01\end{bmatrix},\ B_2=\begin{bmatrix}0.1 & 0\\ 0 & 0.5\end{bmatrix}$$

$$C_1=[0\quad 0.01],\ C_2=\begin{bmatrix}0.2 & 0.3\\ 1 & 0\end{bmatrix}$$

$$D_{21}=\begin{bmatrix}0\\ 0.01\end{bmatrix},D_{22}=\begin{bmatrix}0.1 & 0\\ 0 & 0.2\end{bmatrix}$$

$$D_{11}=0.1,\ D_{12}=[0.01\quad 0.01]$$

要求 H_∞范数界 $\gamma=1$。

令 $\alpha=0.8$,$\beta=0.6$,首先求解矩阵不等式组(6),得矩阵

$$X=1.0e-005\times\begin{bmatrix}0.000\,4 & -0.028\,2\\ -0.028\,2 & -0.244\,6\end{bmatrix}$$

所以

$$F=-\theta_3^{-1}\theta_4=\begin{bmatrix}0.811\,8 & -0.623\,5\\ -0.811\,8 & -1.623\,5\end{bmatrix}$$

然后求解矩阵不等式组(24)得

$$Z=1.0e-006\times\begin{bmatrix}0.025\,5 & 0.053\,7\\ 0.053\,7 & 0.046\,5\end{bmatrix}$$

所以 $L=-\theta_8^T\theta_7^{-1}=\begin{bmatrix}-1.222\,5 & -0.267\,7\\ 0 & -1\end{bmatrix}$

最后所要求的控制器为

$$A_c=A+(B_2+LD_{22})F+LC_2=\begin{bmatrix}-0.386\,8 & 0.006\,3\\ -1.043\,5 & -0.087\,1\end{bmatrix}$$

$$B_c=-L=\begin{bmatrix}1.222\,5 & 0.267\,7\\ 0 & 1\end{bmatrix}$$

$$C_c=F=\begin{bmatrix}0.811\,8 & 0.623\,5\\ -0.811\,8 & -1.623\,5\end{bmatrix}$$

而且,状态反馈控制器 $u=L^Tx(k)$ 使系统(26)是允许且满足 $\|G_{z\omega}^2(Z)\|_\infty<\beta\gamma$。

4 结束语

本文提出一般广义离散系统的严格真动态输出反馈 H_∞控制器设计方法。首先,给出辅助广义离散系统的状态反馈控制器设计方法,在此基础上,用两组矩阵不等式给出使闭环系统是允许的且满足 H_∞范数限制的控制器存在的充分条件,并给出了控制器的解析表达式。通过解这两组矩阵不等式,即可获得所要求的控制器。控制器的可解性条件由系统的系数矩阵表达,不需要矩阵分解,可避免由矩阵分解产生的数值问题。仿真结果证实算法的有效性。

参考文献:

[1] Takaba K N, Morihara N, Katayama T. H_∞ Control for descriptor systems-A J-spectral factorization approach[C] // *Proc. 33rd IEEE Conf. Decision Control, Lake Buena Vista, FL*, 1994:2251 - 2256.

[2] Wang H S, Yung C F, Chang F R. Bounded real lemma and H_∞ control for descriptor systems[J]. *Proc. Inst. Elect. Eng. Pt. D*, 1998:145:316 - 322.

[3] 王岩,张庆灵.不确定广义系统动态输出反馈鲁棒 H_∞控制器设计[J].控制与决策,2002,(17)6:948 - 951.

[4] Xu S Y, Yang C W. H_∞ State feedback control for discrete singular systems[J]. *IEEE Trans. Automat. Contr.*, 2000,45:1405 - 1409.

[5] 王建,霍春宝. 不确定广义离散系统的鲁棒 H_∞控制[J].系统工程与电子技术,2005,27(12):2086 - 2090. (Wang Jian, Huo Chunbao. Robust H_∞ Contorl for uncertain singular discrete systems[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2005, 27(12):2086 - 2090.)

[6] Zhang L Q, Huang B, James L. LMI synthesis of H_2 *and* H_2/H_∞ controllers for singular systems[J]. *IEEE Trans. on CirCuits & Systems II*, 2003,50(9):615 - 626.

[7] Park J, Evans D, Murugesan K, et al. Optimal control of time-varying singular systems using the RK-butcher algorithm[J]. *International Journal of Computer Mathematics*, 2005,82(5):617 - 627.

[8] Chu D. A case study for the open question: disturbance decoupling problem for singular systems by output feedback[J]. *IEEE Trans. on Automat. Control*, 2001, 46(12): 1924 - 1930.

[9] Chen S H, Chou J H. Robust D-stability analysis for linear uncertain discrete singular systems with state delay[J]. *Applied Mathematics letters*, 2006,19:197 - 205.

[10] 董心壮,张庆灵,郭凯.离散广义系统基于动态输出反馈的 H_∞控制[J].系统工程与电子技术. 2003,25(8):977 - 979. (Dong Xinzhuang, Zhang Qingling, Guo Kai. H_∞ control based on dynamic output feedback for discrete singual systems[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2003, 25(8:) 977 - 979.)